

УДК 53:51

DOI: 10.53403/9785951505309\_2022\_27\_1\_262

# Методика связанного моделирования одномерных и трехмерных задач вычислительной гидродинамики

А. В. Ялозо, А. С. Козелков,  
А. А. Куркин\*, В. В. Курулин,  
И. Л. Матерова, Д. А. Уткин

*Представлена методика связанного 1D–3D моделирования задач вычислительной гидродинамики. Методика основана на одновременном расчете трехмерных и одномерных областей и организации связи между двумя частями задачи посредством передачи граничных условий. В трехмерном приближении область моделируется на основе решения уравнений Навье – Стокса. Расчет одномерных областей основан на использовании основных законов сохранения и эмпирических характеристик элементов. Корректность предложенных решений проверяется на нескольких задачах. По всем задачам проводится сравнение результатов расчета с имеющимися аналитическими решениями либо экспериментальными данными.*

## Введение

В области математического моделирования гидродинамических течений можно выделить два основных класса задач и два независимых подхода к их решению. К первому классу относят прямое трехмерное моделирование турбулентных гидродинамических течений в объектах сложной геометрической конфигурации, например, в реакторах, турбинах, корабельных установках и др. Математическое моделирование гидродинамических течений в таких изделиях осуществляется с целью точной оценки технических характеристик, учитывающих взаимовлияние различных физических процессов и позволяющих максимально точно воспроизвести трехмерную картину течения. Моделирование такого класса гидродинамических задач основано на численном решении системы уравнений Навье – Стокса [1–3]. К недостаткам такого подхода относят необходимость построения сеточной модели в сложных геометрических конфигурациях и значительную вычислительную дороговизну [4, 5].

Второй класс задач – моделирование гидросистем, которые представляют собой сеть разветвленных трубопроводов достаточной протяженности, например, системы сбора и подготовки нефти и газа, водо- и газоснабжения, топливные и гидравлические системы летательных аппаратов, системы кондиционирования и др. Математическое моделирование таких систем осуществляется с целью оценки местных гидравлических сопротивлений и расходов на каждом участке разветвленной сети. Учитывая значительные геометрические размеры таких систем, применение здесь прямых методов трехмерного численного моделирования не представляется возможным.

---

© Математическое моделирование. 2019. Т. 31, № 12. С. 3–20.

\* Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеяева.

Оптимальным подходом является использование методов теории гидравлических цепей (ТГЦ) [6], основанных на постулатах Кирхгофа и оперирующих интегральными балансами потоков. Методы ТГЦ позволяют рассчитать гидравлические и тепловые потоки в сложных разветвленных системах при относительно небольших вычислительных затратах. Главным недостатком таких методов является сильная зависимость результатов расчета от эмпирических данных, таких как коэффициент местного гидравлического сопротивления и т. д. [7].

Существуют задачи, решение которых с применением только одного из описанных подходов является невозможным. Например, гидросистемы, содержащие элементы с неизвестными эмпирическими характеристиками, либо участки, на которых важно получить детализированные по пространству результаты. Оптимальным подходом для такого класса задач является построение гибридных моделей, сочетающих в себе прямое численное моделирование и полуэмпирическую оценку с использованием ТГЦ [8–12]. В данном подходе задача целиком решается в одномерном приближении с использованием ТГЦ, при этом выделяются один или несколько участков, гидродинамические характеристики которых оцениваются с помощью численного решения уравнений Навье – Стокса в трехмерной постановке. Такой подход позволяет получить распределение интегральных характеристик по всей системе при относительно небольших вычислительных затратах. При этом на критически важных участках сохраняется возможность получения наиболее детализированных результатов посредством трехмерного математического моделирования.

Гибридные модели широко применяются для решения задач в различных областях промышленности. Так, отдельные фрагменты системы жидкостного охлаждения легкового автомобиля в [9, 10] моделируются в связанной постановке с целью оптимизации отдельных компонентов. В работах [8, 11] такой подход используется для моделирования кровеносной системы человека с учетом различных патологий. В [12] на примере моделирования части системы охлаждения реактивного двигателя показано, что точность итогового результата связанной модели сопоставима с полностью трехмерной постановкой, при этом связанная модель позволила существенно ускорить общее время решения задачи. Однако в большинстве работ слабо освещаются численные алгоритмы для моделирования одномерных и трехмерных моделей, отсутствуют упоминания о методах восстановления картины течения на границах сопряжения разномасштабных областей и другие особенности построения вычислительной методики.

В настоящей работе предложена гибридная модель, основанная на одновременном расчете одномерных и трехмерных частей задачи. Предложен метод организации обменов интегральными значениями давлений и объемных расходов на границах их сопряжения с учетом восстановления картины течения в трехмерной области. Приведены результаты решения задач с использованием представленной модели.

## ***1. Описание методики связанного моделирования***

Связь одномерной и трехмерной моделей течения жидкости основывается на организации обменов граничными условиями между разномасштабными областями по ходу проведения расчета. Для описания этой процедуры рассмотрим простейший фрагмент гидравлической системы, состоящий из последовательно соединенных труб (рис. 1).

Интересующая область, в которой важно получить детализированные результаты, представляется трехмерной областью  $\Omega_{3D}$ . Трехмерное течение жидкости будем описывать системой уравнений, включающих в себя уравнение неразрывности, уравнение сохранения импульса, уравнение переноса объемной доли и уравнение состояния фазы [13]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0, \\ \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \rho g_i, \\ \frac{\partial \rho_\xi \alpha_\xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \rho_\xi \alpha_\xi) = 0, \\ \rho_\xi = \rho_\xi(p), \end{cases} \quad (1)$$

где  $t$  – время;  $u_i$  – вектор скорости;  $x_i$  – пространственный вектор;  $p$  – давление;  $\tau_{ij}$  – тензор вязких напряжений;  $g_i$  – вектор ускорения свободного падения;  $\xi$  – индекс, указывающий номер фазы;  $\alpha_\xi$  – объемная доля фазы;  $\rho$  – результирующая плотность, представляющая собой усредненное значение плотности по всем фазам:

$$\rho = \sum_{\xi} \rho_{\xi} \alpha_{\xi}. \quad (2)$$

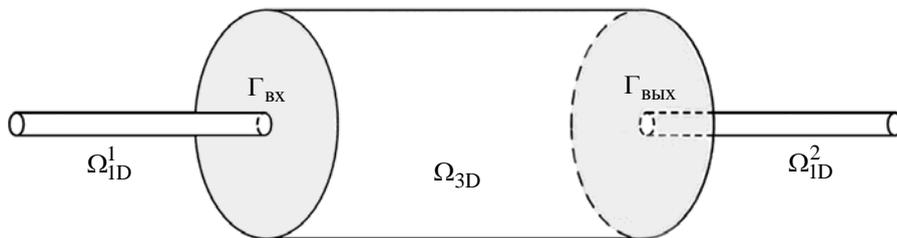


Рис. 1. Простейший фрагмент гидравлической системы

Дискретизация системы (1) может быть осуществлена любым известным способом. Оптимальным выбором дискретизации является метод конечных объемов [14–17], обладающий хорошими консервативными свойствами и позволяющий осуществить дискретизацию сложных вычислительных областей на произвольных неструктурированных сетках с ячейками произвольной формы.

Основная сложность при численном решении системы (1) заключается в определении связи поля давления с полем скорости. Процедура согласования поля давления с полем скорости должна приводить к одновременному удовлетворению уравнений неразрывности (первое уравнение системы) и сохранения импульса (второе уравнение системы). Наиболее распространенными являются методы типа SIMPLE, основанные на процедуре коррекции давления или принципе расщепления неизвестных [14]. В настоящей работе будем опираться на алгоритм, основанный на методе PISO [18].

Для численного решения итоговая система уравнений должна быть дополнена начальными и граничными условиями, которые зависят от решаемой задачи. Типы граничных условий для динамики вязкой несжимаемой жидкости можно найти в многочисленной литературе (например, [14, 16, 19]). Получаемая матрица для давления является симметричной и не имеет строгого диагонального преобладания. Такие матрицы, как правило, плохо обусловлены и требуют больших ресурсов для своего решения. При этом классические итерационные методы (например, методы Гаусса – Зейделя, SOR) в большинстве случаев демонстрируют медленную сходимость. Для повышения эффективности вычислительного алгоритма применяется многосеточный метод, в осно-

ве которого лежит использование последовательности вложенных сеток и операторов перехода от одной сетки к другой.

В работах [5, 20] подробно рассмотрены вопросы, связанные с реализацией и практическим применением параллельного алгебраического многосеточного метода (Algebraic Multigrid, AMG) с агрегативным способом огрубления для численного решения получаемой системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Использование многосеточных технологий позволяет значительно ускорить время решения СЛАУ по сравнению с классическими итерационными методами, ускорив общее время решения задачи в несколько раз.

Остальная часть системы на рис. 1, где не требуется проведение детализированного расчета, представляется в виде одномерных областей  $\Omega_{1D}^1$  и  $\Omega_{1D}^2$ . Детальное изложение используемой одномерной методики расчета разветвленной сети трубопроводов представлено в [21, 22]. В рамках данной работы предлагается дополнить ее возможностью учета сил инерции, действующих на протекающее по трубам вещество.

Любой разветвленный трубопровод, как правило, содержит множество протяженных элементов. Если такой трубопровод также содержит элементы, приводящие к скачкообразным изменениям расходов с течением времени (открытие/закрытие клапанов, включение/отключение насосов и т. п.), в случае нестационарного расчета на транспортируемое по протяженным элементам вещество начинают действовать инерциальные силы, оказывая существенное влияние на общую картину течения, поэтому важно обеспечить их корректный учет.

Для трубы длиной  $L$  и площадью поперечного сечения  $S$  массу  $m$  двигающегося по трубе вещества плотностью  $\rho$  можно вычислить как

$$m = \rho LS. \quad (3)$$

Падение полного давления  $\Delta P$  на каком-либо элементе сети определяется следующим образом [21, 22]:

$$\Delta P = \zeta \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2} = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left( \frac{Q}{S} \right)^2, \quad (4)$$

где  $\zeta$  – коэффициент гидравлического сопротивления элемента,  $\rho$  – плотность жидкости,  $V$  – линейная скорость потока,  $Q$  – объемный расход,  $S$  – площадь поперечного сечения элемента.

Согласно [6] уравнение (4) можно дополнить потерей давления на преодоление сил инерции:

$$\Delta P = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left( \frac{Q}{S} \right)^2 + \frac{F}{S}, \quad (5)$$

где  $F$  – силы инерции, которые можно определить следующим образом:

$$F = m \cdot \frac{dV}{dt} = \rho LS \frac{dQ}{dt \cdot S} = \rho L \frac{dQ}{dt}, \quad (6)$$

где  $t$  – время. Подставляя (6) в (5), получим

$$\Delta P = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left( \frac{Q}{S} \right)^2 + \frac{\rho L}{S} \cdot \frac{dQ}{dt}. \quad (7)$$

Решаем уравнение методом Эйлера по времени,  $j = 0, \dots, T$ :

$$\Delta P = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left( \frac{Q^{j+1}}{S} \right)^2 + \frac{\rho L}{S} \cdot \frac{Q^{j+1} - Q^j}{\Delta t}. \quad (8)$$

Уравнение (8) содержит нелинейные члены, поэтому воспользуемся итеративной процедурой ( $n$  – номер итерации):

$$\Delta P = Q^{n+1} \left( \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{Q^{n+1}}{S^2} + \frac{\rho L}{S \cdot \Delta t} \right)^2 - Q^j \frac{\rho L}{S \cdot \Delta t}. \quad (9)$$

Линеаризуем уравнение (9) и запишем его следующим образом:

$$\Delta P - k \cdot Q^{n+1} = Q^j \frac{\rho L}{S \cdot \Delta t}, \quad (10)$$

где  $k = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{Q^{n+1}}{S^2} + \frac{\rho L}{S \cdot \Delta t}$ .

Таким образом, использование уравнения (10), описывающего перепад давления на протяженных элементах, при составлении общей СЛАУ обеспечивает учет сил инерции, действующих на протекающее по ним вещество.

Для связи трехмерной области  $\Omega_{3D}$  в качестве граничных условий будем задавать значение массового расхода  $G_{\text{вх}}$  на входе и значение давления  $P_{\text{вых}}$  на выходе, рассчитанные в одномерной области. Из трехмерной в одномерную область будем передавать значение перепада давления

$$\Delta P = P_{\text{вх}} - P_{\text{вых}}, \quad (11)$$

где  $P_{\text{вх}} = \int_{\Gamma_{\text{вх}}} p ds / |\Gamma_{\text{вх}}|$  – давление, осредненное по сечению трехмерной области.

Исходя из данных требований, можно сформулировать следующий алгоритм связи одномерной и трехмерной моделей течения жидкости (рис. 2):

1. Начальная инициализация одномерной области и трехмерной областей.
2. Выполнение одной счетной итерации в одномерной области, получение новых значений  $G_{\text{вх}}$  и  $P_{\text{вых}}$ .
3. Передача значений  $G_{\text{вх}}$  и  $P_{\text{вых}}$  из одномерной в трехмерную область, восстановление структуры развитого течения на входной границе трехмерной области.
4. Выполнение одной счетной итерации в трехмерной области, получение нового значения  $\Delta P = P_{\text{вх}} - P_{\text{вых}}$ .
5. Передача значения  $\Delta P$  из трехмерной области в одномерную.
6. Проверка критериев сходимости задачи и при необходимости запуск следующей итерации со второго пункта.

Таким образом, данный подход к организации связи разномасштабных областей заключается в организации повторяющихся обменов данными внутри одного временного шага до тех пор, пока не выполнится заданный критерий точности. Представленный подход позволяет выделить неограниченное количество трехмерных областей в задаче.

На входной границе трехмерной расчетной области фиксируется интегральная величина – массовый расход через входную границу, при этом профиль скорости и турбулентных параметров из 1D расчета неизвестны. Принимается допущение, что в трехмерную область всегда входит полностью развитый поток: развитый профиль скорости и турбулентных параметров. Это допущение вполне оправдано в случае, когда трехмерный элемент располагается вниз по потоку от протяженных трубопроводов. В ином случае большую роль играет предыстория потока, которую определяет конфигурация предшествующих одномерных элементов. Однако на практике учесть такую предысторию потока не представляется возможным.

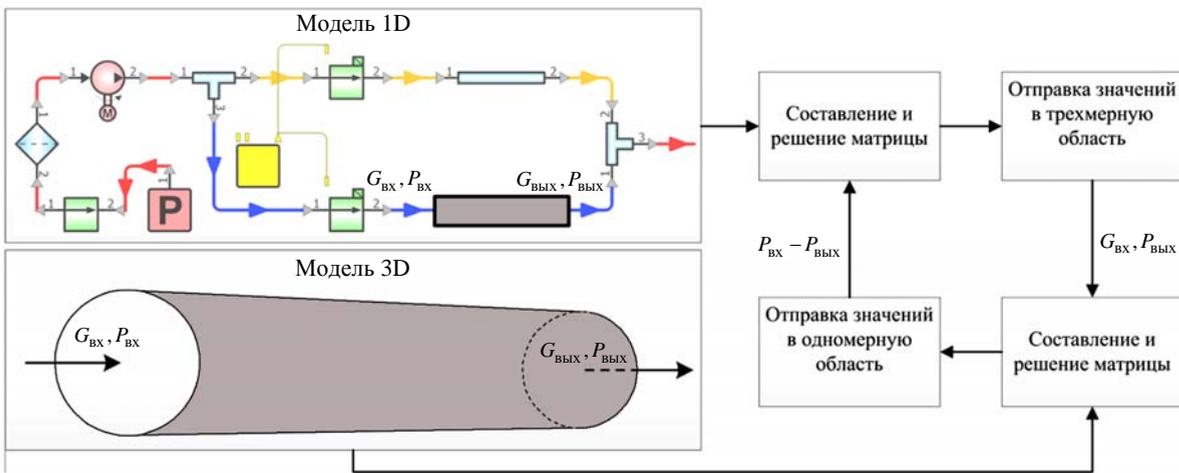


Рис. 2. Связь одномерной и трехмерной моделей

Метод обеспечения полностью развитого потока на входе в трехмерную область заключается в удовлетворении нескольких условий: заданный массовый расход и равенство нулю производных скорости и турбулентных параметров по направлению нормали к границе:  $\frac{\partial u_i}{\partial n} = 0$ ,  $\frac{\partial k}{\partial n} = 0$ ,

$\frac{\partial \omega}{\partial n} = 0$ . Соблюдение заданного массового расхода обеспечивается следующим алгоритмом. Скорость на каждой грани входной границы полагается равной скорости в центре прилегающей ячейки, которая была получена при решении СЛАУ [22]  $u_{i,k} = u_{i,c}$ , что обеспечивает удовлетворение условия  $\frac{\partial u_i}{\partial n} = 0$ . Далее по полученному распределению скорости рассчитывается массовый поток, который используется для вычисления коэффициента

$$\delta = \frac{G}{G_{\text{def}}}, \quad (12)$$

где  $G_{\text{def}}$  – нужный массовый расход;  $G$  – фактический массовый расход, полученный после удовлетворения условия  $\frac{\partial u_i}{\partial n} = 0$ .

Далее коэффициент  $\delta$  используется для вычисления результирующей скорости на каждой грани входной границы:  $u_{i,k} = \frac{u_{i,c}}{\delta}$ .

Полученная скорость  $u_{i,k}$  должна обеспечивать нужный массовый расход  $G_{\text{def}}$ . Применение данного алгоритма при итеративной процедуре получения решения в трехмерной области обеспечит полностью развитый поток на входе.

Следует отметить, что физическое время одной счетной итерации для связанного расчета будет равняться максимальному времени расчета наибольшей (по числу расчетных ячеек) трехмерной области. Для сокращения общего времени счета целесообразно моделировать каждую трехмерную область в параллельном режиме. При этом максимальной эффективности удастся достичь путем разбиения на процессоры каждой из трехмерных областей таким образом, чтобы физическое время расчетного шага для всех трехмерных областей было одинаковым.

## 2. Численные эксперименты

Описанная выше одномерная модель течения жидкости реализована в программе «FlowDesigner» [21, 22]. Данный программный комплекс позволяет проводить полный цикл моделирования гидравлических систем, начиная от визуального проектирования схемы, выполнения расчета и визуализации полученных результатов непосредственно на моделируемой схеме.

В соответствии с методикой связанного моделирования, описанной в разд. 1, в данном программном комплексе реализована возможность проведения связанных расчетов с пакетом программ (ПП) ЛОГОС. В основе ПП ЛОГОС лежит трехмерная модель течения жидкости (1). Пакет программ ЛОГОС предназначен для решения сопряженных трехмерных задач конвективного тепло-массопереноса, аэродинамики и гидродинамики на параллельных ЭВМ [4, 5]. ПП ЛОГОС успешно прошел верификацию и показал достаточно хорошие результаты на серии различных гидродинамических задач [23, 24], включая распространение гравитационных волн на свободной поверхности (цунами) [17, 25], и промышленных задач [26]. Ускорение расчетов с помощью высокопараллельных вычислительных систем осуществляется многосеточным методом [5, 20].

### 2.1. Перетекание жидкости между баками

В качестве верификационного примера рассмотрим задачу о перетекании жидкости между двумя герметичными баками. Схема задачи приведена на рис. 3.

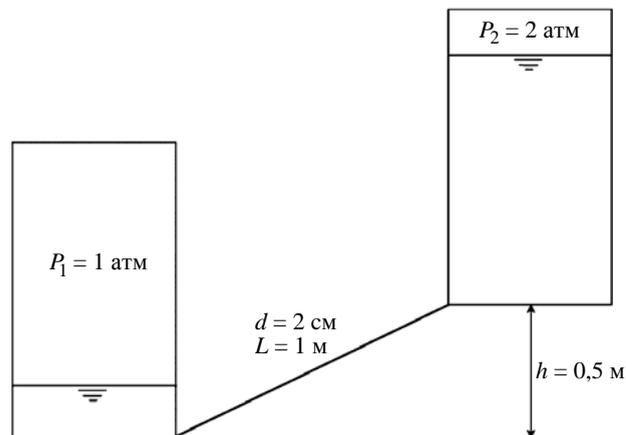


Рис. 3. Схема задачи о перетекании жидкости между баками

Два герметичных бака соединены между собой трубой круглого сечения с внутренним диаметром 2 см и длиной 1 м. Оба бака представляют из себя цилиндры высотой 1 м и радиусом 0,1 м. Перепад высот между баками составляет 0,5 м. В начальный момент времени уровень жидкости в нижнем баке равен 0,3 м, в верхнем – 0,7 м. Давление в нижнем баке 1 атм, в верхнем – 2 атм. Плотность и вязкость жидкости, перетекающей между баками, составляют  $1000 \text{ кг/м}^3$  и  $0,1 \text{ Па}\cdot\text{с}$  соответственно.

Расчет задачи проводился в одномерной, трехмерной и связанной постановках. Трехмерный расчет осуществлялся с использованием ПП ЛОГОС. Сеточная модель, построенная для задачи, состоит из 700 тыс. полиэдральных ячеек и имеет пограничный слой на стенках трубы, как показано на рис. 4.

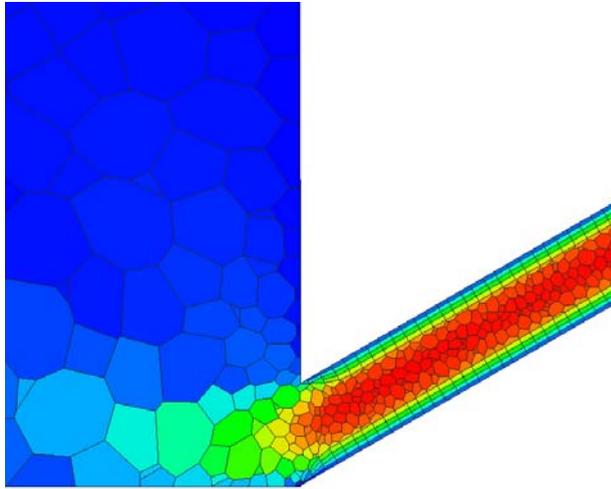


Рис. 4. Фрагмент сеточной модели для решения в трехмерной постановке: место соединения нижнего бака и трубы

Решение задачи в одномерном приближении осуществлялось с помощью программы «FlowDesigner». Схема задачи, приведенная на рис. 5, состоит из двух баков, соединенных трубой.

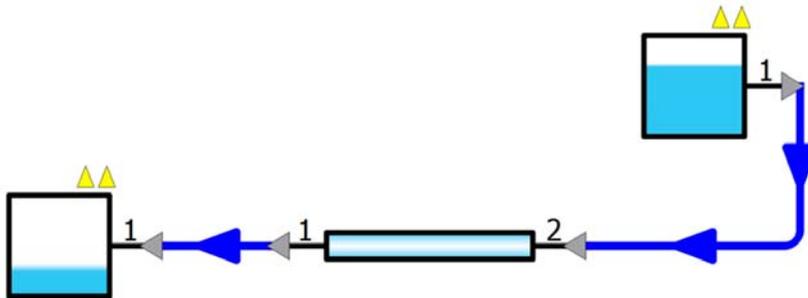


Рис. 5. Схема задачи для решения в одномерном приближении

Для связанной постановки расчетная модель разбивалась посередине трубы, при этом верхний бак и половина трубы моделировались в трехмерном приближении с использованием ПП ЛОГОС, а нижний бак и оставшаяся часть трубы – в одномерном.

Решение данной задачи сводилось к определению расхода через трубу и уровня жидкости в баках с течением времени. На рис. 6 приведены графики зависимости полученного объемного расхода через соединяющую баки трубу от времени и изменения уровня жидкости в верхнем баке.

Как видно из приведенных графиков, полученные результаты хорошо согласуются между собой. При этом в полностью одномерной постановке получен максимальный пиковый объемный расход по трубе. Это можно объяснить тем, что одномерная методика не учитывает инерцию жидкости внутри баков и дополнительное сопротивление, которое оказывают стенки баков на протекающий по трубе поток. Помимо этого одномерный подход подразумевает, что на вход в трубу попадает полностью развитый поток.

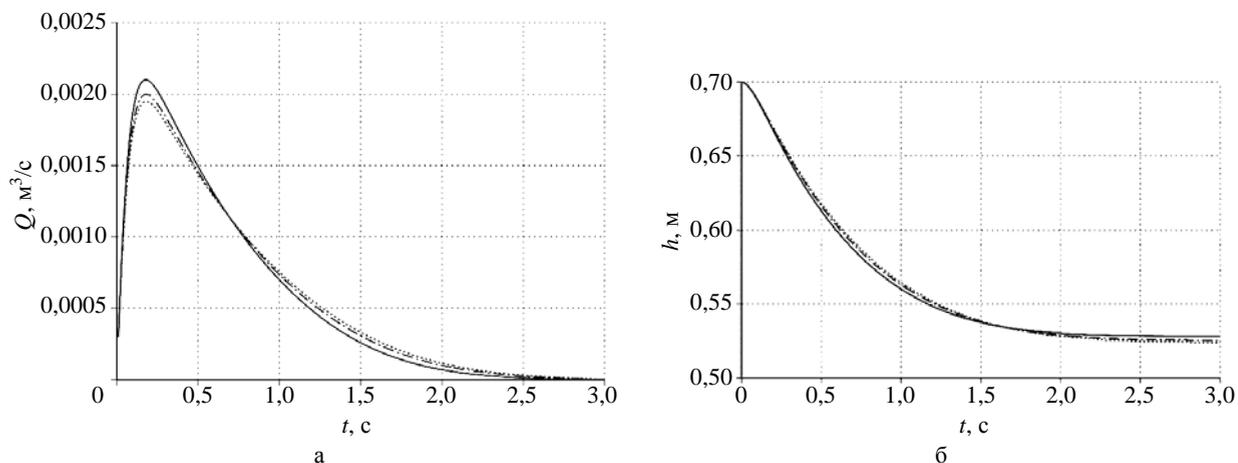


Рис. 6. Результаты расчета: а – объемный расход через трубу; б – уровень жидкости в верхнем баке:  
 — 1D, ..... 3D, - - - - 1D+3D

Машинное время расчета методами полностью трехмерной постановки с использованием одного вычислительного ядра составило 38 мин, полностью одномерной постановки – 2 с, связанной постановки – 18 мин. Результаты расчетов демонстрируют корректность применяемого алгоритма организации связи разномасштабных областей. Использование связанной постановки позволяет значительно сократить общее время решения задачи, при этом не приводя к существенным погрешностям в итоговом результате.

## 2.2. Моделирование различных режимов работы гидравлического стенда

В филиале ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» имеется гидравлический стенд, представляющий макет части гидравлической системы самолета [27], фрагмент схемы которого приведен на рис. 7. На данном стенде исследуются различные режимы работы гидравлической системы.

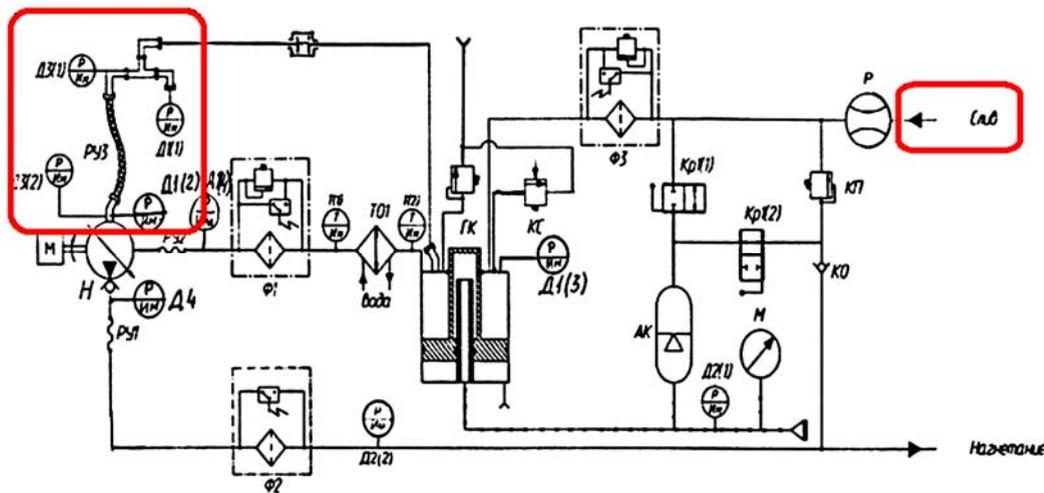


Рис. 7. Фрагмент схемы гидравлического стенда: всасывающая магистраль (слева); линия слива (справа)

Используем данные стендовых испытаний для верификации предложенной в статье методики связанного моделирования одномерных и трехмерных задач вычислительной гидродинамики, реализованной в программе «FlowDesigner». Ранее эти данные стендовых испытаний использовались при верификации инженерного программного обеспечения проектирования топливной системы самолета [28, 29].

В качестве верификационного примера рассмотрим режим при скачкообразном изменении расхода в линии слива (рис. 7, справа) в диапазоне 38–135 л/мин. Данный режим исследуется на гидравлическом стенде с целью выявления причин возникновения кавитационной эрозии [27] в магистрали всасывания (рис. 7, слева). Данный участок моделировался в трехмерной постановке и представляет собой трубопровод со сложной геометрией, сеточная модель которого представлена на рис. 8.

Остальные элементы моделировались в одномерном приближении. Фрагмент гидравлического стенда, моделируемый в программе «FlowDesigner», представлен на рис. 9.

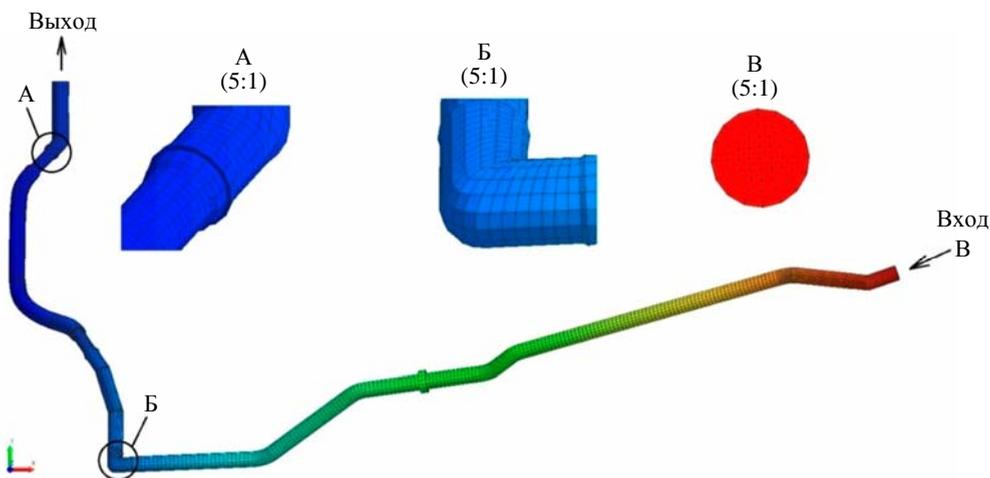


Рис. 8. Фрагмент всасывающей магистрали, моделируемый в трехмерном приближении

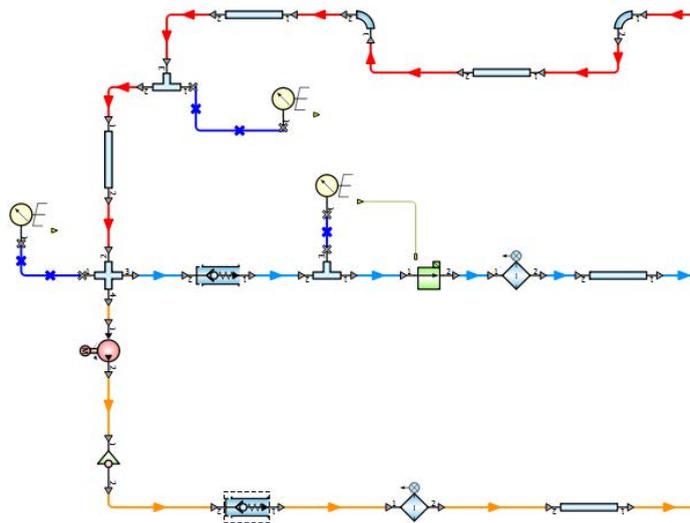


Рис. 9. Фрагмент гидравлического стенда в программе «FlowDesigner»

С экспериментом сравнивается значение давления на входе в магистраль всасывания (датчик Д1(1) на рис. 7, слева).

В качестве граничных условий в трехмерной области задавались массовый расход на входе и давление на выходе, полученные из одномерной области. В одномерную область передавался рассчитанный перепад давления на трехмерном участке. Шаг по времени был переменным и определялся исходя из двух условий: первое – шаг по времени не превышает четверти периода колебаний, второе – шаг по времени удовлетворяет числу Куранта  $CFL < 1$  во всех ячейках трехмерной модели, рассчитанному для скорости распространения волн.

При моделировании задачи были приняты следующие допущения. Амплитуда колебаний расхода для насоса составляет 0,75 % в идеальном случае, реальная амплитуда колебаний может быть заметно выше. Частота колебания расхода составляет 630 Гц и соответствует частоте вращения вала насоса 4200 об/мин.

На рис. 10 представлен график давления на входе в магистраль всасывания в сравнении с экспериментальными данными.

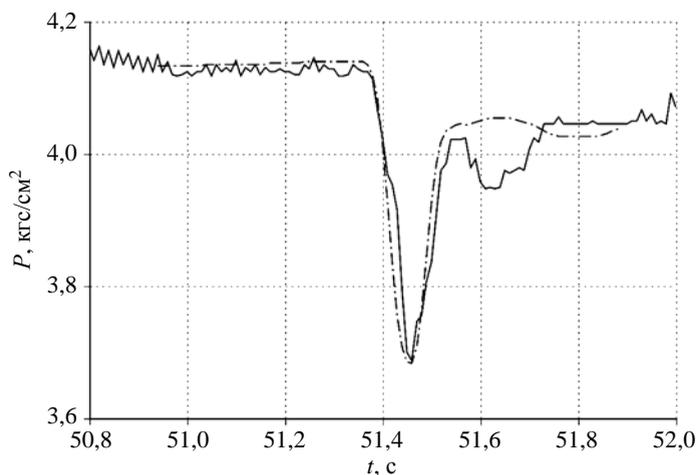


Рис. 10. Экспериментальное (—) и расчетное (---) давление

В целом форма кривых очень похожа, что свидетельствует как о корректности моделирования всего стенда в целом, так и о корректности представленной методики организации связи одномерной и трехмерной моделей течения жидкости. Падение давления в момент роста объемного расхода в эксперименте составляет  $0,43 \text{ кгс/см}^2$ , в расчете –  $0,45 \text{ кгс/см}^2$ . Полученные детализированные профили давления и газосодержания при моделировании трехмерной области позволили проанализировать возможные предпосылки к возникновению кавитационных явлений [27].

Результаты численного моделирования подтверждают, что представленная методика позволяет успешно моделировать реальные системы разветвленных трубопроводов в связанной постановке.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации по государственной поддержке научных исследований молодых российских ученых-докторов наук МД-4874.2018.9, государственной поддержке ведущих научных школ Российской Федерации НШ-2685.2018.5, а также при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-01-00267.

**Список литературы**

1. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. – М.: Мир, 1991.
2. Волков К. Н., Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С. и др. Разностные схемы в задачах газовой динамики на неструктурированных сетках. – М.: Физматлит, 2014.
3. Козелков А. С., Мелешкина Д. П., Куркин А. А. и др. Полностью неявный метод решения уравнений Навье – Стокса для расчета многофазных течений со свободной поверхностью // Вычислительные технологии. 2016. Т. 21, № 5. С. 54–76.
4. Козелков А. С., Курулин В. В., Лашкин С. В. и др. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в промышленных приложениях // Журнал вычисл. математики и матем. физики. 2016. Т. 56, № 8. С. 1524–1535.
5. Волков К. Н., Дерюгин Ю. Н., Емельянов В. Н. и др. Методы ускорения газодинамических расчетов на неструктурированных сетках. – М.: Физматлит, 2013.
6. Меренков А. П., Хасилев В. Я. Теория гидравлических цепей. – М.: Наука, 1985.
7. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1992.
8. Formaggia L., Gerbeau J. F., Nobile F., Quarteroni A. On the coupling of 3D and 1D Navier-Stokes equations for flow problems in compliant vessels // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 2001. Vol. 191. P. 561–582.
9. Lu P., Gao Q., Wang Y. The simulation methods based on 1D/3D collaborative computing for the vehicle integrated thermal management // Appl. Thermal Engineering. 2016. Vol. 104. P. 42–53.
10. Pang S. C., Kalam M. A., Masjuki H. H., Hazrat M. A. A review on air flow and coolant flow circuit in vehicles' cooling system // Int. J. of Heat and Mass Transfer. 2012. Vol. 55. P. 6295–6306.
11. Dobroserdova T. K., Olshanskii M. A. A finite element solver and energy stable coupling for 3D and 1D fluid models // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 2013. Vol. 259. P. 166–176.
12. Peng W., Yun Z., Zhengping Z. et al. A novel multi-fidelity coupled simulation method for flow systems // Chinese J. of Aeronautics. 2013. Vol. 26(4). P. 868–875.
13. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1988.
14. Ferziger J. H., Peric M. Computational method for fluid dynamics. – N.-Y.: Springer-Verlag, 2002.
15. Лашкин С. В., Козелков А. С., Мелешкина Д. П. и др. Моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости разделенным и совмещенным алгоритмом типа SIMPLE // Матем. моделирование. 2016. Т. 28, № 6. С. 64–76.
16. Козелков А. С. Методика численного моделирования цунами оползневой типа на основе уравнений Навье – Стокса // Вычисл. механика сплошных сред. 2016. Т. 9, № 2. С. 218–236.
17. Kozelkov A. S., Kurkin A. A., Pelinovsky E. N. et al. Landslide-type tsunami modelling based on the Navier-Stokes equations // Sci. of Tsunami Hazards. 2016. Vol. 35, N 3. P. 106–144.
18. Issa R. I., Gosman A. D., Watkins A. P. The computation of compressible and incompressible recirculating flows by a non-iterative implicit scheme // J. of Comput. Phys. 1986. Vol. 62. P. 66–82.

19. Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Дмитриев С. М. и др. Математические модели и алгоритмы для численного моделирования задач гидродинамики и аэродинамики : учебное пособие. – Н. Новгород: НГТУ им. Р. Е. Алексеева, 2014.
20. Волков К. Н., Козелков А. С., Лашкин С. В., Ялозо А. В. Параллельная реализация алгебраического многосеточного метода для решения задач динамики вязкой несжимаемой жидкости // Журнал вычисл. математики и матем. физики. 2017. Т. 57, № 12. С. 2079–2097.
21. Ялозо А. В., Козелков А. С., Стрелец Д. Ю. и др. Математическое моделирование работы топливной системы самолета // Общерос. науч.-техн. журнал «Полет». 2018. № 6. С. 12–24.
22. Ялозо А. В., Козелков А. С., Курулин В. В. и др. Моделирование систем разветвленных трубопроводов // Матем. моделирование. 2018. Т. 30, № 10. С. 123–138.
23. Козелков А. С., Курулин В. В., Тятюшкина Е. С. и др. Исследование применения RANS моделей турбулентности для расчета неизотермических течений с низкими числами Прандтля // Известия РАН. Сер. МЖГ. 2015. № 4. С. 44–58.
24. Козелков А. С., Куркин А. А., Крутякова О. Л. и др. Зонный RANS-LES подход на основе алгебраической модели рейнольдсовых напряжений // Там же. С. 24–33.
25. Kozelkov A. S., Kurkin A. A., Pelinovsky E. N. et al. Numerical modeling of the 2013 meteorite entry in Lake Chebarkul, Russia // Nat. Hazards Earth Syst. Sci. 2017. Vol. 17. P. 671–683.
26. Betelin V. B., Shagaliev R. M., Aksenov S. V. et al. Mathematical simulation of hydrogen-oxygen combustion in rocket engines using LOGOS code // Acta Astronautica. 2014. Vol. 96. P. 53–64.
27. Курулин В. В., Козелков А. С., Локшин М. А. и др. Численное исследование причин возникновения кавитационной эрозии в трубопроводе сложной геометрической конфигурации // Сб. докл. XI Всерос. съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. 20–24 августа 2015 г., Казань. С. 2215–2216.
28. Ялозо А. В., Матерова И. Л., Курулин В. В. и др. Разработка инженерного программного обеспечения в интересах проектирования топливной системы самолета // Сб. материалов I Всерос. конф. с международным участием «Цифровые средства производства инженерного анализа». 28–30 ноября 2017 г., Тула. С. 171–182.
29. Ялозо А. В., Матерова И. Л., Курулин В. В. и др. Математическое моделирование работы топливных систем самолетов // Тез. докл. XXI Всерос. конф. и молодежной школы-конференции «Теоретические основы конструирования численных алгоритмов и решение задач математической физики», посвященной памяти К. И. Бабенко. 5–11 сентября 2016 г., Новороссийск. С. 58–59.

## **Methods of Related Simulation of One-Dimensional and Three-Dimensional Problems of Computational Fluid Dynamics**

A. V. Yalozo, A. S. Kozelkov, A. A. Kurkin, V. V. Kurulin, I. L. Materova, D. A. Utkin

*This paper presents a coupled 1D-3D simulation technology for computational fluid dynamics problems. The simulation technology enables simultaneous processing of 3D and 1D domains and communication of boundary conditions between the two problem parts. The computations in the 3D approximation are based on the solution of the closed system of Navier-Stokes equations. The 1D domain computations involve the basic conservation laws and empirical characteristics of elements. Consistency of the proposed solutions is tested on a set of problems. The results of all the test computations are compared with existing analytical solutions or experimental data.*