

УДК 519.6

## ОСОБЕННОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОНВЕКТИВНЫХ ПОТОКОВ ДЛЯ ЗАДАЧ АЭРОДИНАМИКИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СЕТОК С ПОДВИЖНЫМИ УЗЛАМИ

А. В. Саразов

(ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", г. Саров Нижегородской области)

Рассматриваются вопросы численного моделирования аэродинамики (гидродинамики) с подвижными границами для трехмерного случая. Обсуждаются подходы, гарантирующие консервативность численной схемы без потери точности моделирования. Предложена формула расчета скорости движения граней расчетных ячеек, которая позволяет корректно вычислять вектор скорости движения грани при произвольных деформациях расчетной сетки. Формула основана на принципе геометрической консервативности с использованием метода восстановления нормали с учетом корректировки по направлению. Для демонстрации реализованных алгоритмов решаются нестационарные задачи в прямой постановке. Предложенная схема расчета скорости грани показала качественное согласие результатов моделирования с реальной физикой течения.

*Ключевые слова:* скорость грани, условие геометрической консервативности, система уравнений Навье—Стокса, NASA0012, AGARD 445.6, деформация расчетной сетки.

### Введение

К настоящему времени растут потребности в решении задач, связанных с движением тел в газе или жидкости. Это, например, задачи движения отдельных управляющих конструктивных элементов обтекаемого объекта [1], катапультирования [2], течения с учетом деформации границ [3], работы винтов [4], старта ракет из шахт [5] и т. д. Многие из задач, имеющих практический интерес, связаны с моделированием нестационарных трехмерных процессов, учитывающих движение объектов относительно друг друга. Например, переходные режимы в процессе эксплуатации часто сопряжены с движением отдельных узлов конструкции, изменением формы органов управления [6].

При решении задач с криволинейными границами или поверхностями, которые могут по тем или иным причинам менять свое положение в пространстве, возникает проблема постановки граничных условий на таких поверхностях. Эффективным способом в этом случае является использование криволинейных координатных систем, которые могут перемещаться в пространстве либо оставаться неподвижны-

ми, но в каждый момент времени они должны быть согласованы с криволинейными поверхностями тел. В случае малых деформаций расчетной сетки находит свое применение метод ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian). Так, в ряде методик (см., например, [7]) границы раздела материалов совпадают с линиями сетки и выделяются особым *лагранжевым* типом перестроения сетки, что позволяет получать качественные результаты моделирования. Также для задач с подвижными элементами конструкции может использоваться подход деформирования расчетной сетки с сохранением топологии связей [8, 9].

Для решения практических задач с подвижными границами основная система гидродинамических уравнений должна быть дополнена граничными условиями, учитывающими движение граничных граней дискретной модели. В настоящей статье представлены основные соотношения, описывающие процессы течения вязкого газа относительно подвижных объектов. Погрешность, вносимая дискретизацией базовых уравнений, зависящей от скорости движения границ, может привести к нарушению точности разностных схем, поэтому ключевой со-

ставляющей численной методики является метод расчета скорости грани. В работе приводятся анализ и сравнение двух методов расчета с разными способами вычисления вектора скорости грани контрольного объема.

Представлено решение задачи нестационарного обтекания профиля NASA0012 [9] и крыла AGARD 445.6 [10] потоком вязкого сжимаемого газа в случае, когда профиль движется с определенной скоростью в неподвижной среде. Приведены результаты сравнения полученных аэродинамических характеристик (АДХ) профиля при использовании двух алгоритмов расчета скорости грани.

### Основные уравнения, способ дискретизации и учет граничных условий

Нестационарные трехмерные турбулентные течения вязкого газа описываются системой уравнений Навье—Стокса, осредненных по Рейнольдсу [9], которая в дифференциальной форме в декартовых координатах имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) &= 0; \\ \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u} \cdot \vec{u}) &= -\nabla p + \nabla(\tau_\mu + \tau_t); \quad (1) \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u} h) &= \nabla[\vec{u} \tau - (\vec{q}_\mu + \vec{q}_t)]. \end{aligned}$$

Здесь используются общепринятые обозначения:  $\rho$  — плотность;  $\vec{u} = (u, v, w)$  — вектор скорости течения;  $p$  — давление;  $E = c_V T + 0,5(u^2 + v^2 + w^2)$  — полная энергия газа;  $h = c_P T + 0,5(u^2 + v^2 + w^2)$  — полная энтальпия газа;  $T$  — температура;  $c_V = (c_P T - R/m)$  — удельная теплоемкость при постоянном объеме;  $c_P$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $m$  — молярная масса газа;  $\tau_\mu$  и  $\tau_t$  — соответственно молекулярная и турбулентная составляющие тензора касательных напряжений;  $q_\mu$  и  $q_t$  — соответственно молекулярная и турбулентная составляющие плотности теплового потока.

Молекулярная вязкость ньютоновской среды удовлетворяет реологическому закону Ньютона, выражающему связь между тензором вязких напряжений и тензором скоростей деформаций, а компоненты вектора плотности теплового потока связаны с локальным градиентом темпера-

туры законом Фурье [11]. На практике исходную систему уравнений вида (1) записывают в матрично-векторной форме

$$\int_{V(t)} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} dV + \oint_{S(t)} (F(\mathbf{W}) - G(\mathbf{W})) d\mathbf{S} = \int_{V(t)} \mathbf{H} dV. \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{H}$  — векторы-столбцы консервативных переменных и правой части соответственно;  $F$ ,  $G$  — матрицы, состоящие из столбцов соответственно конвективного и диффузионного потоков по каждому направлению;  $V(t)$ ,  $S(t)$  — контрольный объем и его поверхность, изменяющиеся с течением времени  $t$ ;  $d\mathbf{S}$  — произведение площади  $dS$  элементарного участка на вектор нормали  $\mathbf{n}$  к нему.

Дискретизация системы уравнений (2) корректна только при условии неподвижности расчетной сетки. Для расчета задач аэродинамики с подвижными элементами конструкций, в частности, при движении границ контрольного объема представленная методика должна быть дополнена специализированными алгоритмами. Движение границ может повлечь за собой изменение контрольных объемов, что должно быть учтено при построении численных схем расчета для решения подобных задач.

В системе уравнений (2) учет движения границ контрольного объема осуществляется путем модификации с использованием интегрально-дифференциального тождества

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \mathbf{W} dV = \int_{V(t)} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} dV + \oint_{S(t)} \mathbf{W} \dot{\mathbf{x}}^T d\mathbf{S}, \quad (3)$$

где  $\dot{\mathbf{x}}$  представляет собой вектор-столбец скорости движения грани.

Изменение контрольного объема выражается вторым слагаемым правой части тождества (3). Сделав его подстановку в (2), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \mathbf{W} dV + \oint_{S(t)} (F(\mathbf{W}) - \mathbf{W} \dot{\mathbf{x}}^T) d\mathbf{S} - \\ - \oint_{S(t)} (G(\mathbf{W})) d\mathbf{S} = \int_{V(t)} \mathbf{H} dV. \end{aligned} \quad (4)$$

По сравнению с системой уравнений для неподвижных сеток уравнение (4) включает скорость

изменения контрольного объема и скорость движения его границы, которую необходимо учитывать при расчете конвективных потоков. В том случае, если все границы неподвижны, из уравнения (4) следует базовый закон Навье—Стокса.

Корректный расчет скорости движения грани напрямую влияет на точность расчета. Для гарантии, как минимум, первого порядка аппроксимации по времени требуется, как показано в [12, 13], выполнение условия геометрической консервативности (Geometric Conservation Law — GCL). Основная идея данного условия сводится к тому, что схема дискретизации удовлетворяет условию геометрической консервативности в случае, когда вектор  $\mathbf{W}$  с компонентами  $W_i = \text{const}_i$  является точным решением уравнения типа (3).

### Расчет скорости грани

Основной проблемой при построении схемы дискретизации уравнений типа (4) является нахождение векторов скоростей движения граней контрольного объема. Направление движения грани необходимо для корректной аппроксимации конвективных и вязких потоков. Неверный прогноз вектора скорости грани приводит к нефизичным результатам вследствие изменения вклада в вязкие потоки. Ввиду особенностей расчета на неструктурированных сетках, где ячейки являются произвольными многогранниками, решение и устойчивость численной схемы существенно ухудшаются.

Основой для вычисления вектора скорости грани является условие геометрической консервативности. Для простоты дальнейших построений рассмотрим уравнение (4) без источников в правой части. Если принять, что в каждой точке пространства расчетные поля неизменны, т. е.  $W_i = \text{const}_i$ , то выражение (4) примет вид

$$\mathbf{W} \frac{dV}{dt} + \oint_{S(t)} (F(\mathbf{W}) - \mathbf{W} \dot{\mathbf{x}}^T) d\mathbf{S} = 0. \quad (5)$$

С другой стороны, условие  $W_i = \text{const}_i$  означает, что суммарные потоки массы, импульса, энергии через грани контрольного объема равны нулю. При этом уравнение (5) упрощается:

$$\frac{dV}{dt} - \oint_{S(t)} \dot{\mathbf{x}}(t) \cdot d\mathbf{S} = 0,$$

или в дискретном виде согласно схеме Эйлера

$$\frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta t} = \sum_f (\dot{\mathbf{x}}_f \cdot \mathbf{n}) \Delta S_f, \quad (6)$$

где суммирование выполняется по всем граням  $f$  контрольного объема.

Физический смысл соотношения (6) состоит в том, что скорость изменения объема произвольной ячейки зависит от суммы *заметаемых* объемов<sup>1</sup>.

Таким образом приращение объема  $i$ -й ячейки можно выразить следующим образом:

$$V_i^{n+1} - V_i^n = \sum_f \Delta V_f,$$

где  $\Delta V_f$  — объем, заметаемый гранью  $f$ .

В свою очередь, заметаемый объем можно записать в виде

$$\Delta V_f = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \int_{S_f} (\dot{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{n}) dS dt,$$

или в дискретной форме

$$\dot{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{n} = \frac{\Delta V_f}{\Delta t \Delta S_f}. \quad (7)$$

Если предположить, что векторы  $\dot{\mathbf{x}}$  и  $\mathbf{n}$  коллинеарны, то скорость грани можно вычислить, используя следующее выражение (для плоской грани):

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\Delta V_f}{\Delta t \Delta S_f} \mathbf{n}. \quad (8)$$

Однако при расчете в прямой постановке (когда тело движется в среде) скорость движения грани в общем случае не совпадает по направлению с вектором нормали в точке. Данный факт сказывается на точности получаемого решения при использовании выражения (8), что будет показано в численных экспериментах.

Анализируя выражение (7), можно выделить две основные проблемы расчета скорости грани: вычисление заметаемого объема и определение направления вектора  $\dot{\mathbf{x}}$ .

Вычисление заметаемого объема  $\Delta V_f$  движущейся грани, которая в общем случае может подвергаться произвольной деформации, является отдельной задачей. Трудности вычисления заметаемого объема связаны с тем, что узлы грани могут двигаться произвольным образом<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Заметаемым будем называть объем, продуцированный движением отдельно взятой грани.

<sup>2</sup>Здесь и далее под термином *деформация грани* будем подразумевать изменение площади, формы грани с сохранением реберно-узловой топологии.

Один из подходов вычисления заметаемого объема подвижной грани основан на методе восстановления средней нормали, представленном в работе [14]. Данный метод хорошо подходит как для плоскопараллельного сдвига граней, так и для произвольного их движения. Он используется по причине общности подхода для различных видов движения грани контрольного объема. Однако этот метод дает только значение заметаемого объема. В общем же случае важным может оказаться и направление движения грани.

Если движение грани близко к плоскопараллельному сдвигу, то вопрос определения вектора скорости грани решается просто. Если же движение грани сопряжено с такими процессами, как вращение, сжатие/растяжение, то определение вектора скорости существенно усложняется, в особенности для неструктурированных сеток, ввиду того, что в большинстве случаев планарность граней не гарантируется. Также следует учитывать, что при деформации сетки увеличивается вероятность деградации сеточной модели, что может приводить к дополнительным трудностям определения вектора скорости грани.

Направление движения грани можно определить путем введения дополнительных характеристик грани. Предыдущее положение грани позволяет выполнить мониторинг перемещения самой грани. Для определения вектора скорости грани для произвольной неструктурированной сетки предлагается следующий алгоритм:

- вычисление перемещений узлов, перемещения центра грани, заметаемого объема на основе подхода восстановления средней нормали;
- усреднение вычисленных перемещений и нормировка усредненного вектора перемещения;
- масштабирование на основе выражения (7).

В итоге измененная формула для определения вектора скорости выглядит следующим образом:

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\Delta V_f}{\Delta t \Delta S_f} \frac{\sum_{k=1}^{K_f} \mathbf{R}_k + \mathbf{R}_c}{\left( \sum_{k=1}^{K_f} \mathbf{R}_k + \mathbf{R}_c \right) \cdot \mathbf{n}}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{R}_c$ ,  $\mathbf{R}_k$  — векторы перемещений центра и  $K_f$  узлов грани  $f$ . Такой способ расчета скорости грани далее будем называть методом 2.

В качестве иллюстрации методов 1 и 2 расчета скорости грани на рис. 1 схематично приводятся результаты их применения для произвольной грани в трехмерном случае. Видно качественное отличие результатов расчета скорости грани по методу 2 от метода 1. Скорость грани, вычисленная на основании формулы (9), сохраняет направление движения большинства узлов грани.

Приведенные соотношения справедливы для любых типов движения граней расчетной сетки. Следует заметить, что сделанные допущения не влияют на количество геометрических примитивов дискретной модели, отношение соседства

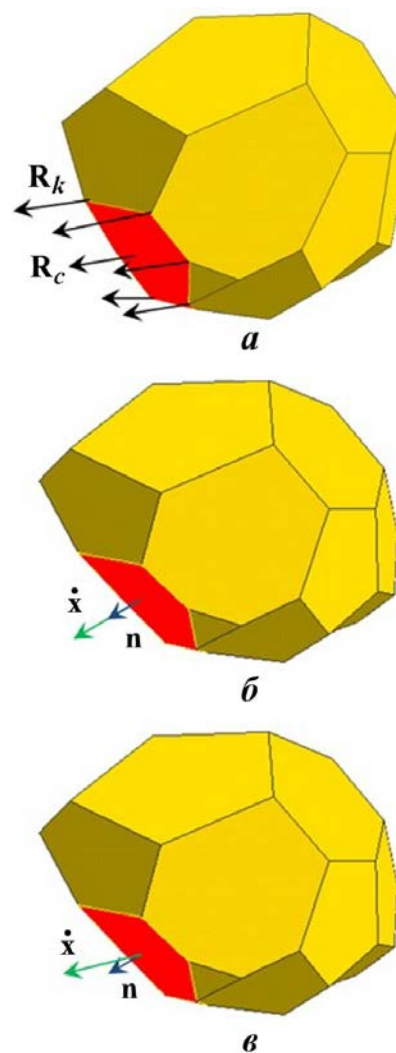


Рис. 1. Сравнение методов расчета скорости грани: *a* — начальное положение узлов и центра грани и их перемещения; *б* — скорость грани, реконструированная по методу 1; *в* — скорость грани, реконструированная по методу 2

ячеек по грани или узлов по ребру, другими словами, на топологию сетки. Это позволяет эффективно решать задачи аэродинамики (гидродинамики) с подвижными граничными условиями.

### Численные эксперименты

**Задача обтекания профиля NASA0012.** В качестве численного эксперимента рассмотрим задачу нестационарного обтекания профиля NASA0012 [9] потоком вязкого сжимаемого газа. Задача решается в два этапа.

На первом этапе определяются АДХ неподвижного профиля крыла в стационарной постановке для получения соответствующих количественных характеристик. Эти характеристики будут использованы для сопоставления при прямом нестационарном расчете (тело само движется в среде) с результатами вычисления геометрических характеристик граничного условия *непроницаемая стенка* на основе различных алгоритмов.

На втором этапе проводится прямой нестационарный расчет с использованием двух подходов для вычисления скорости движения грани, основанных:

- 1) на предположении коллинеарности векторов скорости грани и нормали (метод 1);
- 2) восстановлению направления грани (метод 2).

Суть данного численного эксперимента состоит в том, чтобы показать существенное отклонение ожидаемых АДХ от стационарного решения уже на первых шагах по времени при использовании некорректного алгоритма для расчета скорости грани.

Для расчетов использовалась дискретная трехмерная модель двумерной задачи, содержащая  $\sim 160$  тыс. ячеек (с тремя ячейками по оси, перпендикулярной плоскости симметрии) (рис. 2).

Для решения стационарной задачи рассматривался поток вязкого сжимаемого газа со следующими параметрами:  $M_\infty = 0,184893$  — число Маха;  $\alpha = 4^\circ$  — угол атаки;  $T_\infty = 245,35$  К — температура набегающего потока;  $P_\infty = 95\,610$  Па — статическое давление набегающего потока;  $v_\infty = 58,1$  м/с — скорость набегающего потока.

На рис. 3, 4 показаны распределения турбулентной вязкости и амплитуды скорости стационарной задачи соответственно. Видны сформир-

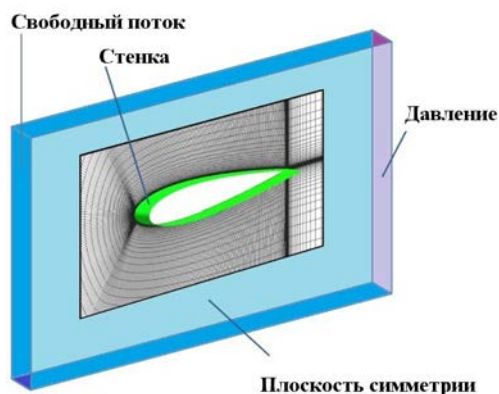


Рис. 2. Схема расчетной модели

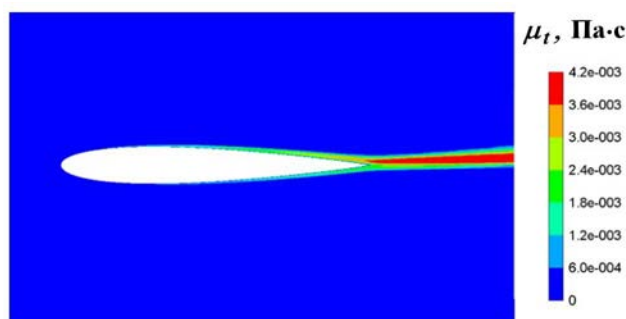


Рис. 3. Распределение турбулентной вязкости для стационарного решения

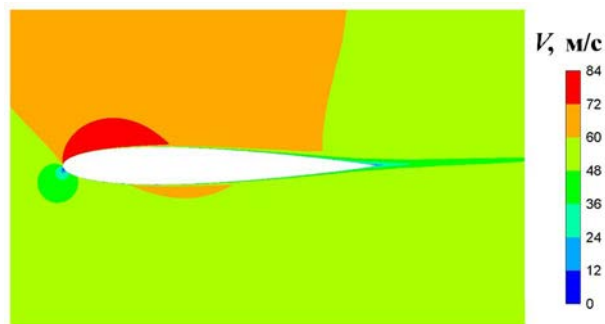


Рис. 4. Распределение амплитуды скорости для стационарного решения

рованный турбулентный след и характерное распределение поля скорости для данного режима течения. В стационарном расчете непроницаемая стенка была зафиксирована на протяжении всего расчета, поэтому конвективные потоки вычислялись на основе выражения (2).

Для того чтобы согласовать начальные данные нестационарного расчета с результатами моделирования, полученными на первом этапе, был

произведен переход в неподвижную систему координат с исправлением поля скоростей и граничных условий.

Для нестационарного расчета применялся подход деформации расчетной сетки с сохранением топологии связей. Так, все открытые границы были зафиксированы, для границы профиля крыла навязывалась скорость, эквивалентная заданной в стационарной задаче. Плоскость симметрии, сопряженная с открытыми границами и подвижной стенкой, являлась *свободной границей*. Координаты узлов при движении границы вычислялись согласно обратно-весовой интерполяции [8].

На рис. 5 показана дискретная модель в конечный момент моделирования.

При нестационарном расчете решалась прямая задача, т. е. вычислялись АДХ профиля

крыла при непосредственном движении. Скорость непроницаемой стенки (см. рис. 2) вычислялась по формулам (8) и (9) для каждого расчетного случая.

На рис. 6, 7 приведено сравнение распределений турбулентной вязкости на различные моменты времени при использовании двух разных подходов расчета скорости грани. Как видно из рисунков, в результате расчета по методу 1 происходит *отрыв* турбулентной вязкости. При применении метода 2 такого отрыва не наблюдается. Метод 2 также позволяет качественно и количественно сохранить поле скоростей, что корректно описывает физику процесса. Это наглядно демонстрирует сравнение распределений скоростей в прямой постановке на один и тот же момент времени (рис. 8).

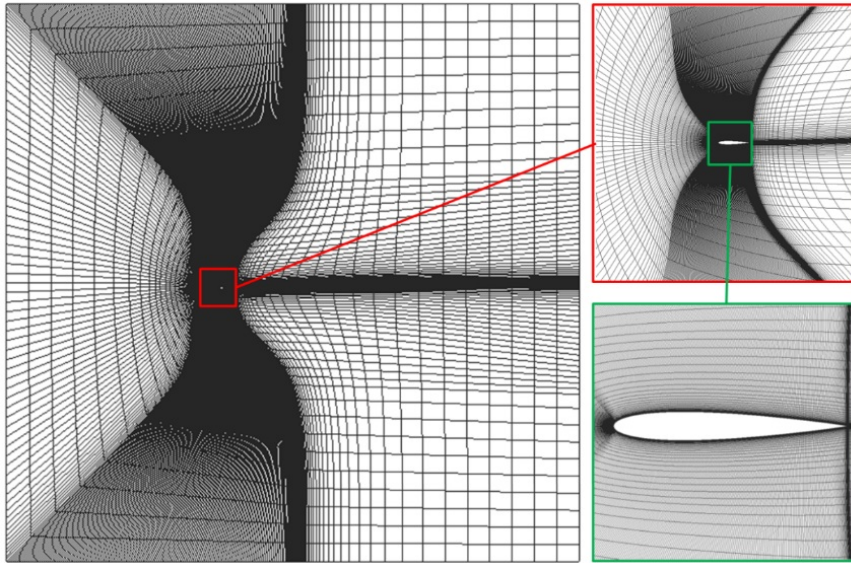


Рис. 5. Расчетная сетка на конечный момент времени расчета (профиль движется справа налево)

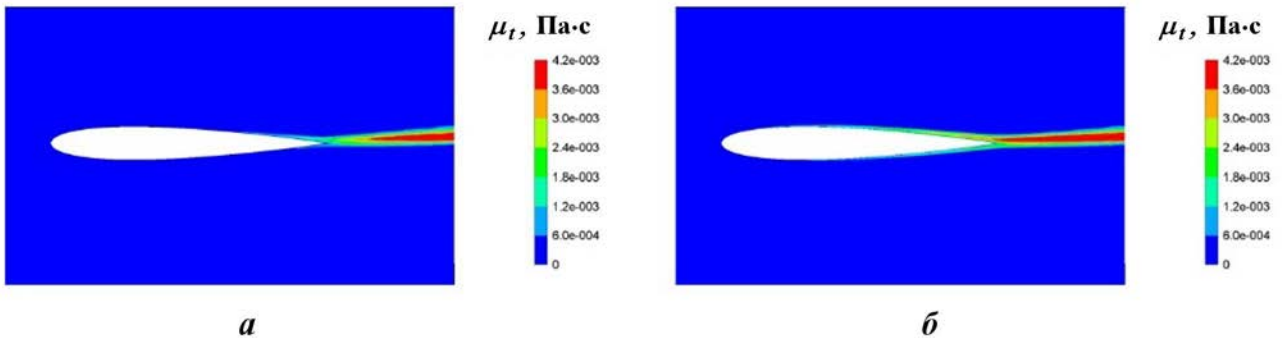


Рис. 6. Распределение турбулентной вязкости на момент времени 0,01: *а* — метод 1; *б* — метод 2

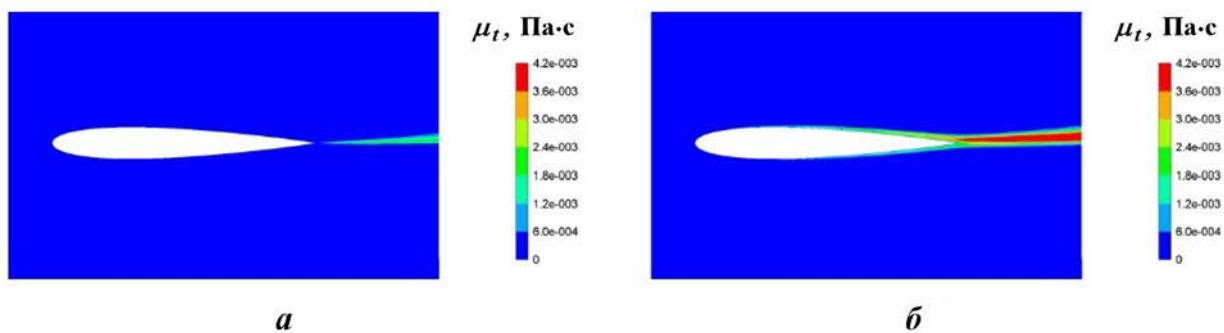


Рис. 7. Распределение турбулентной вязкости на момент времени 0,02: *a* — метод 1; *б* — метод 2

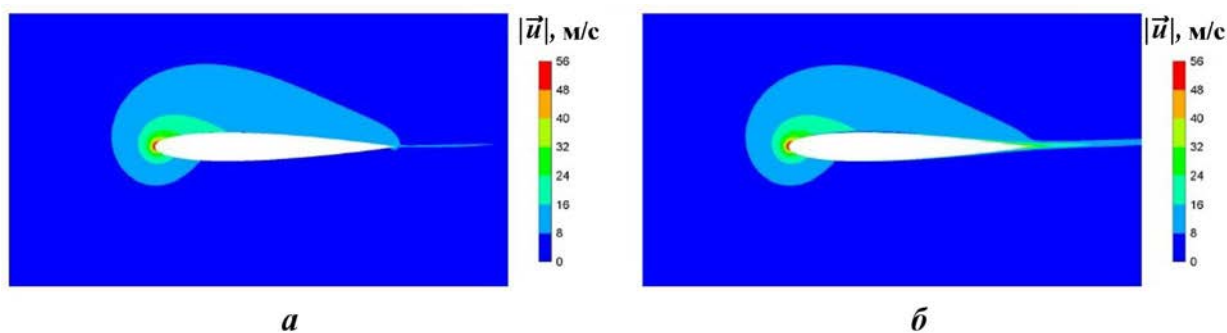


Рис. 8. Распределение модуля скорости на момент времени 0,02: *a* — метод 1; *б* — метод 2

Из рис. 8 видно, что модифицированный подход сохраняет качественное распределение модуля скорости на задней кромке крыла.

В то же время отрыв турбулентной вязкости сказывается на АДХ профиля крыла, что продемонстрировано на рис. 9.

На рис. 10 показано распределение аэродинамических нагрузок для двух этапов моделирования:

- 1) стационарный расчет до 5 000 итераций, соответствующий продувке профиля;
- 2) нестационарный расчет, соответствующий прямой задаче.

Видно, что при рестарте обе кривые, полученные с помощью метода 1, в отличие от метода 2 терпят разрыв.

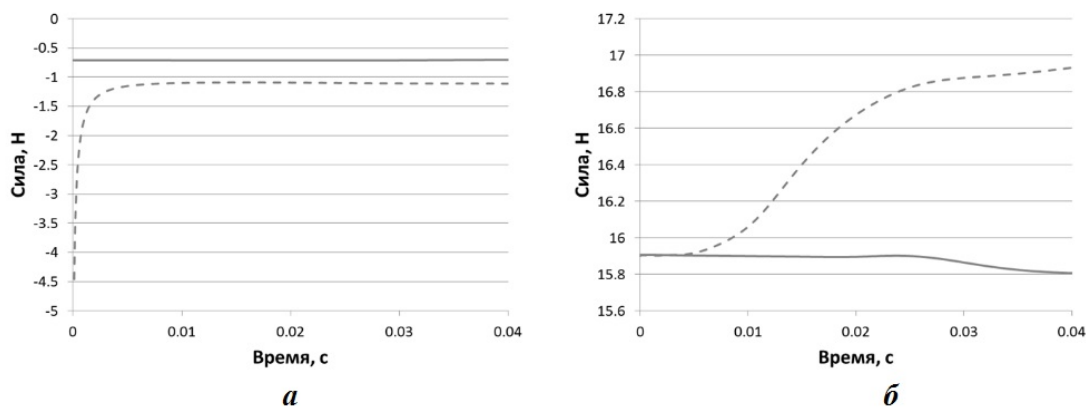


Рис. 9. Сравнение аэродинамических нагрузок, полученных при применении двух подходов, по времени: *a* — сила лобового сопротивления; *б* — подъемная сила; — — — метод 1; — — метод 2

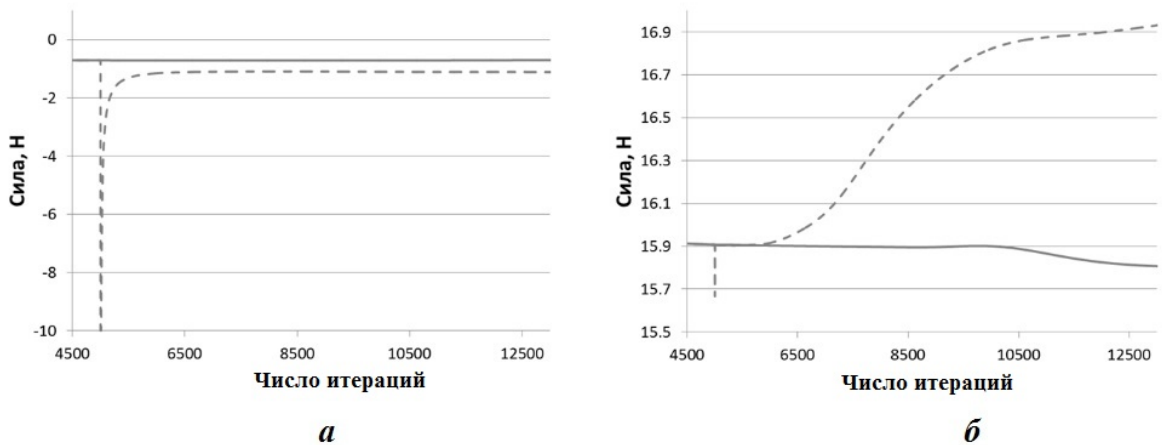


Рис. 10. Сравнение аэродинамических нагрузок, полученных при применении двух подходов, по итерациям: а — сила лобового сопротивления; б — подъемная сила; - - - метод 1; — метод 2

**Задача обтекания крыла AGARD 445.6.** Рассматривается обтекание крыла AGARD 445.6 [10], геометрия которого представлена на рис. 11. В сечении, параллельном направлению потока, модель имеет профиль *NACA65A004* (см. рис. 11, а).

Для расчетов использовалась дискретная нерегулярная трехмерная модель, содержащая ~ 2,3 млн полиэдральных ячеек (рис. 12). Открытые границы, соответствующие свободному потоку, лежат на расстоянии 20 хорд крыла.

Моделирование проводится в два этапа, как и для задачи обтекания профиля крыла *NACA0012*. Параметры потока для первого этапа характеризуются числом Маха  $M_\infty = 0,678$ , соответствующим  $v_\infty = 227,54$  м/с, температурой набегающего потока 280,255 К, статическим

давлением  $P_\infty = 20781,6$  Па и нулевым углом атаки. Второй этап моделирования соответствует задаче в прямой постановке, начальные распределения полей которой были получены путем преобразований результатов расчета первого этапа; шаг по времени принимался равным 0,0001 секунды.

На рис. 13 показано сечение расчетной сетки на начальный и конечный моменты времени.

На рис. 14, 15 приведено сравнение распределений турбулентной вязкости на начальный и конечный моменты времени при использовании двух разных подходов расчета скорости. Видно, что применение метода 2, в отличие от метода 1, позволяет сохранить качественное распределение турбулентной вязкости.

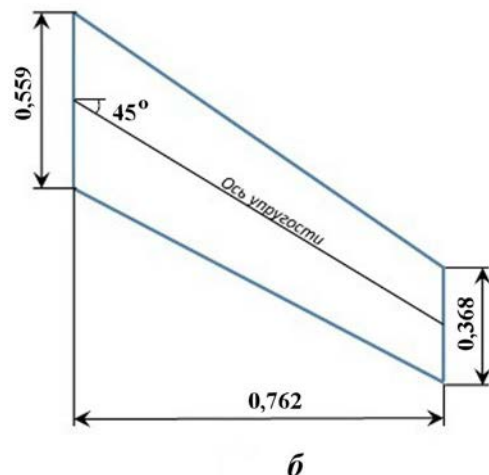
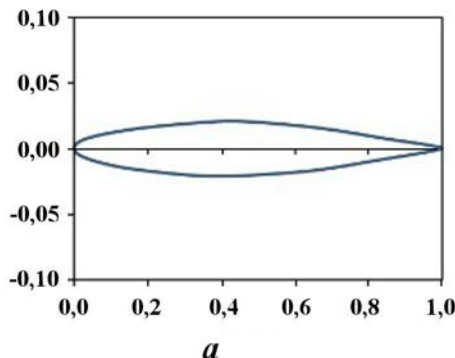


Рис. 11. Геометрия крыла: а — профиль крыла в безразмерном виде; б — эскиз крыла



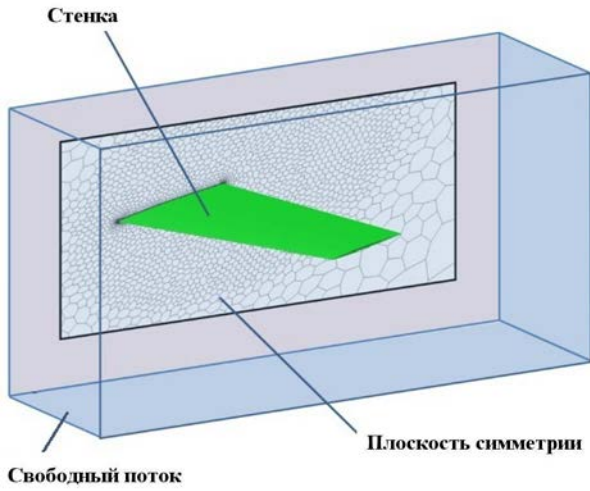


Рис. 12. Схема расчетной модели

Для количественного сравнения двух подходов используются зависимости аэродинамических нагрузок (рис. 16). Здесь, как и для задачи с профилем *NACA0012*, при использовании метода 1 происходит разрыв в решении в точке рестарта (1000 итераций).

### Анализ полученных результатов

Результаты численного моделирования характерных задач аэродинамики показывают ключевое отличие рассмотренных методов расчета скорости движения произвольной грани контрольного объема. Так, АДХ обтекаемых тел, полученные с помощью метода 2, сохраняют свою непрерывность. В то же время АДХ, полученные по методу 1, терпят разрыв в точке рестарта.

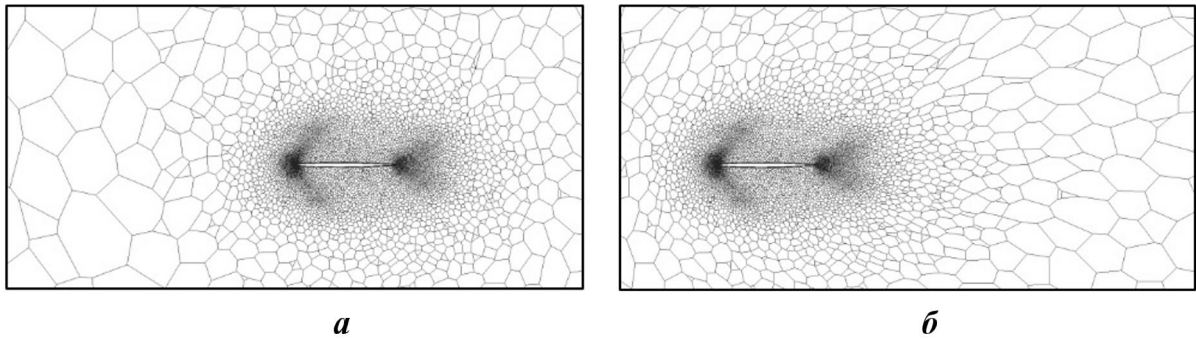


Рис. 13. Сечение дискретной модели: *а* — начальный момент времени; *б* — конечный момент времени (0,004 с)

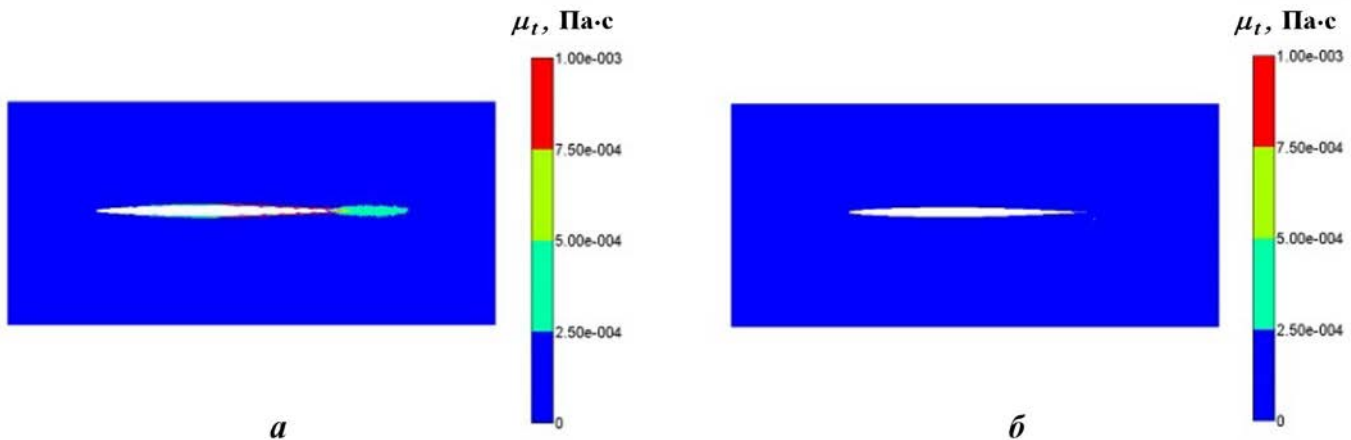


Рис. 14. Распределения турбулентной вязкости, полученные по методу 1: *а* — начальный момент времени; *б* — конечный момент времени

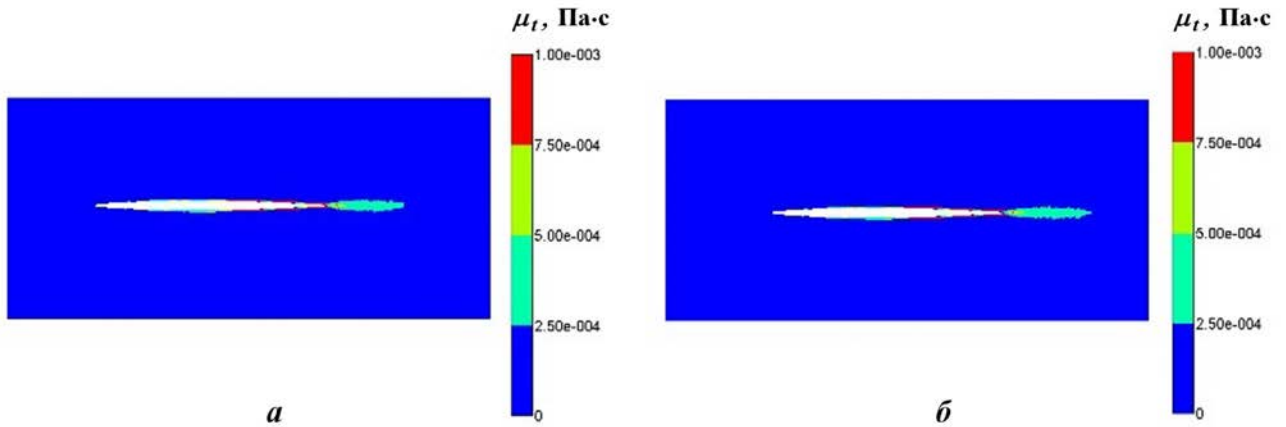


Рис. 15. Распределения турбулентной вязкости, полученные по методу 2: *a* — начальный момент времени; *б* — конечный момент времени

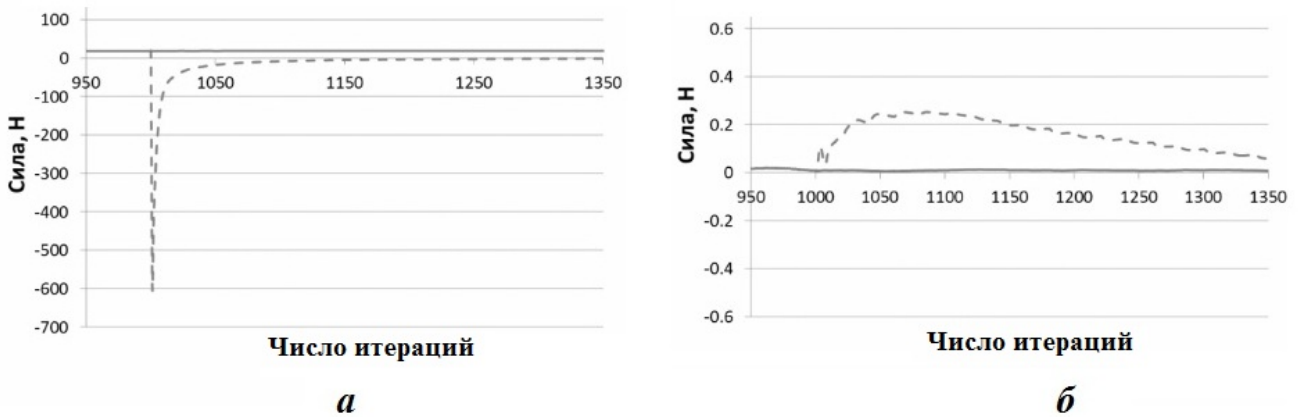


Рис. 16. Сравнение аэродинамических нагрузок, полученных при применении двух подходов, по итерациям: *a* — сила лобового сопротивления; *б* — подъемная сила; - - - метод 1; — — метод 2

Следует отметить, что для решения нестационарных задач используется подход двойного шага [15], поэтому подъемная сила для задачи обтекания профиля *NACA0012* на первом шаге по времени при использовании метода 1 успевает сойтись к стационарному решению в отличие от силы лобового сопротивления, которая остается некорректной на протяжении всего расчета.

Однако расчет АДХ крыла *AGARD 455.6* отличается от обтекания профиля ввиду наличия существенно трехмерного течения, а также использования неструктурированной расчетной сетки. Указанные факторы вкпе усложняют решение рассматриваемой задачи, что, в конечном итоге, приводит к более сильному разрыву кривых АДХ в точке рестарта и получению некорректных результатов в дальнейшем.

Причиной получения некорректного решения является существенное перестроение потока вблизи подвижных стенок ввиду несоответствия направлений векторов действительной скорости грани и скорости, вычисленной на основании выражения вида (8).

В свою очередь, предложенный подход вычисления скорости грани в виде соотношения (9) позволяет сохранить сформированный на этапе стационарного расчета пограничный слой обтекаемого объекта. Это преимущество является причиной неизменности АДХ обтекаемых объектов и турбулентного следа в процессе рестарта задачи, как показано на рис. 6, б; 7, б и 15.

Данный факт наглядно показывает важность корректного вычисления вектора скорости грани, так как соблюдение только условия геомет-

рической консервативности не гарантирует корректности получаемых результатов.

Предложенный в настоящей работе метод расчета скорости движения грани внедрен в пакет программ "Логос" [16–19] и применяется для решения задач с подвижными граничными условиями. Пакет программ "Логос" предназначен для решения задач вычислительной гидро-, аэродинамики и теплопереноса и в настоящее время широко используется для решения различных классов задач промышленного назначения [20, 21].

### Заключение

В данной работе рассмотрены вопросы, связанные с проблемами при решении задач численной гидро- и аэродинамики в пакете программ "Логос". Большое внимание уделяется задаче корректного определения скорости движения грани контрольного объема в случае произвольной деформации расчетной сетки. Анализ полученных соотношений на основе условия геометрической консервативности позволил реконструировать вектор скорости грани, обеспечивающий корректность численной схемы.

Предложенная схема расчета скорости движения грани позволяет учитывать направление ее движения с соблюдением условия геометрической консервативности. Она позволяет корректно вычислять вектор скорости движения грани для различного рода деформаций расчетной сетки, что обеспечивает высокую точность при моделировании обтекания объекта с подвижными границами.

Применимость и эффективность предложенного метода продемонстрированы на характерных задачах численной аэродинамики в прямой постановке.

Результаты получены при поддержке национального проекта "Наука и университеты" в рамках программы Минобрнауки РФ по созданию молодежных лабораторий № FSWE-2021-0009 (научная тема "Разработка численных методов, моделей и алгоритмов для описания гидродинамических характеристик жидкостей и газов в естественных природных условиях и условиях функционирования промышленных объектов в штатных и критических условиях на суперкомпьютерах петафлопсного класса").

### Список литературы

1. *Meakin R. L., Suhs N. E.* Unsteady aerodynamic simulation of multiple bodies in relative motion // AIAA Paper 89-1996-CP, 1989.
2. *Rock S. G., Habchi S. D.* Application of an automated Chimera methodology to aircraft-canopy:ejection seat separation // AIAA Paper 98-0767, 1998.
3. *Eckstorm C. V., Seidel D. A., Sandford M. C.* Measurement of Unsteady Pressure and Structural Response for an Elastic Supercritical Wing. NASA Technical Paper 3443, 2003.
4. *Lakshminarayan V., Sitaraman J., Wissink A.* Sensitivity of rotorcraft hover predictions to mesh resolution in strand grid framework // AIAA Jurnal. 2019. Vol. 57, No 8. P. 3173–3184.
5. *Hall L. H., Parthasarathy V.* Validation of an automated Chimera: 6DOF methodology for multiple moving body problems // AIAA Paper 98-0753, 1998.
6. *Волков К. Н., Емельянов В. Н.* Течения и теплообмен в каналах и вращающихся полостях. М.: Физматлит, 2010.  
*Volkov K. N., Emelyanov V. N.* Tcheniya i teploobmen v kanalah i vrashchayushchikhsya polostyakh. М.: Fizmatlit, 2010.
7. *Софронов И. Д., Афанасова Е. А., Винокуров О. А., Воропинов А. И., Змушко В. В., Плетенёв Ф. А., Рыбаченко П. В., Саравев В. А., Соколова Н. В., Шамраев Б. Н.* Комплекс программ МИМОЗА для решения многомерных задач механики сплошной среды на ЭВМ "Эльбрус" // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1990. Вып. 2. С. 3–9.  
*Sofronov I. D., Afanasova E. A., Vinokurov O. A., Voropinov A. I., Zmushko V. V., Pletenyev F. A., Rybachenko P. V., Sarav V. A., Sokolova N. V., Shamraev B. N.* Kompleks program MIMOZA dlya resheniya mnogomernykh zadach mekhaniki sploshnoy sredy na EVM "Elbrus" // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 1990. Vyp. 2. S. 3–9.

8. Luke E., Collins E., Blades E. A fast mesh deformation method using explicit interpolation // J. Comp. Phys. 2012. Vol. 231. P. 586–601.
9. Ladson C. L., Brooks Jr. C. W., Hill A. S., Sproles D. W. Computational Program to Obtain Ordinates for NACA Airfoils. NASA Technical Memorandum 4741, 1996.
10. E. Carson Yates, Jr. AGARD Standard Aeroelastic Configurations for Dynamic Response I-WING 445.6. AGARD Report № 765. NASA Langley Research Center. Hampton, USA, 1988.
11. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2 томах: Т. 1: Пер. с англ. М.: Мир, 1991.  
Fletcher K. Vychislitelnye metody v dinamike zhidkostey: V 2 tomakh: T. 1: Per. s angl. M.: Mir, 1991.
12. Thomas P. D., Lombard C. K. Geometric conservation law and its application to flow computations on moving grids // AIAA Jurnal. 1979. Vol. 17, No 10. P. 1030–1037.
13. Farhat Ch., Geuzaine Ph., Grandmonty C. The Discrete Geometric Conservation Law and the Nonlinear Stability of ALE Schemes for the Solution of Flow Problems on Moving Grids // J. Comp. Phys. 2001. Vol. 174. P. 669–694.
14. Lesoinne M., Farhat Ch. Geometric conservation laws for flow problems with moving boundaries and deformable meshes, and their impact on aeroelastic computations // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 1996. Vol. 134. P. 71–90.
15. Blazek J. Computational fluid dynamics: principles and applications. Elsevier, 2001.
16. Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Курюлин В. В., Ялозо А. В., Лашкин С. В. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в промышленных приложениях // Вычислительная математика и математическая физика. 2016. Т. 56, № 8. С. 1524–1535.  
Kozalkov A. S., Shagaliev R. M., Kurulin V. V., Yalozo A. V., Lashkin S. V. Issledovaniye potentsiala superkompyuterov dlya masshtabiruemogo chislenного modelirovaniya zadach gidrodinamiki v industrialnykh prilozheniyakh // Vychislitel'naya matematika i matematicheskaya fizika. 2016. T. 56, № 8. S. 1524–1535.
17. Стручков А. В., Козелков А. С., Жучков Р. Н., Уткина А. А., Саразов А. В. Численное моделирование задач аэродинамики со статической адаптацией сетки под особенности решения // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2019. Вып. 2. С. 55–67.  
Struchkov A. V., Kozelkov A. S., Zhuchkov R. N., Utkina A. A., Sarazov A. V. Chislennoe modelirovanie zadach aerodinamiki so staticheskoy adaptatsiyey setki pod osobennosti resheniya // Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov. 2019. Vyp. 2. S. 55–67.
18. Тятюшккина Е. С., Козелков А. С., Куркин А. А., Пелиновский Е. Н., Курюлин В. В., Плыгунова К. С., Уткин Д. А. Verification of the LOGOS software package for tsunami simulations // Geosciences. 2020. Vol. 10. P. 385. doi:10.3390/geosciences10100385.
19. Дерюгин Ю. Н., Саразов А. В., Жучков Р. Н. Особенности построения методики расчета на сетках типа "Химера" для неструктурированных сеток // Математическое моделирование. 2017. Т. 29, № 2. С. 106–118.  
Deryugin Yu. N., Sarazov A. V., Zhuchkov R. N. Osobennosti postroeniya metodiki raschyeta na setkakh tipa "Khimera" dlya nestrukturirovannykh setok // Matematicheskoe modelirovanie. 2017. T. 29, № 2. S. 106–118.
20. Козелков А. С., Стреlets Д. Ю., Соклер М. С., Арифиллин Р. Н. Application of mathematical modeling to study near-field pressure pulsations of a near-future prototype supersonic business aircraft // J. Aerosp. Eng. 2022. Vol. 35(1). Paper 04021120.
21. Козелков А. С., Стручков А. В., Стреlets Д. Ю. Two methods to improve the efficiency of supersonic flow simulation on unstructured grids // Fluids. 2022. Vol. 7. P. 136. <https://doi.org/10.3390/fluids7040136>.

Статья поступила в редакцию 16.11.22.