ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АДАПТИВНОЙ ФАЗОВОЙ КОРРЕКЦИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ ИСКАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ЛАЗЕРНОГО ОПОРНОГО ИСТОЧНИКА

Л. А. Больбасова, В. П. Лукин

Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН, г. Томск

Введение

Флуктуации показателя преломления, вызываемые турбулентным перемешиванием атмосферного воздуха, оказывают существенное влияние на амплитуду и фазу распространяющегося в атмосфере оптического излучения, сказываясь на энергетических и геометрических параметрах лазерных пучков. Вызывают такие эффекты как снижение энергии и мощности излучения, потери пространственной когерентности и яркости, дрожание изображений и пучков, увеличение угловой расходимости, затрудняя фокусировку оптического лазерного излучения на больших расстояниях, а также получение изображений с высоким пространственным разрешением [1]. В результате турбулентность атмосферы ограничивает предельно достижимые характеристики и возможности оптико-элетронных систем, эффективность применения лазеров во многих прикладных задачах.

Применение адаптивной оптики (АО) позволяет существенно снизить эти ограничения, путем компенсации негативных эффектов, сопровождающих процесс распространения оптического излучения в случайно-неоднородной среде, посредством активного управления фазовым или амплитудно-фазовым профилем оптических полей в приемном или (и) передающем трактах оптико-электронной системы.

Принципы функционирования АО систем для атмосферных приложений основываются на свойствах линейности, взаимности и квазистационарности атмосферы. Основным является принцип взаимности Гельмгольца, соответствующий, по существу, принципу обратимости информации, когда функция Грина удовлетворяет соотношению:

$$h_{21}(\rho',\rho,t) = h_{21}(\rho,\rho',t). \qquad (1)$$

Этот принцип выполняется как для свободного пространства, так и для линейной турбулентной среды, и позволяет полностью устранить влияние этой среды [2]. Для эффективного применения АО необходимо, прежде всего, обеспечить достаточное быстродействие адаптивного контура связанное с выполнением условия квазистационарности, связанное со временем «замороженности» турбулентности.

При этом работа АО систем базируется на получении тем или иным образом информации о фазовых искажениях, вносимых турбулентной атмосферой в пространственную структуру информационного поля. Получить эту информацию можно, в том числе путем анализа волнового фронта от опорного источника. В этом случае способ формирования опорного источника, идеология и методология извлечения из него информации об атмосферных искажениях в канале распространения излучения во многом определяет структуру и возможности системы в целом, а наиболее эффективной является АО система, где используется независимый опорный источник излучения.

Отметим, что основные принципы, на которых базируется современная теория адаптивных оптических систем для атмосферных приложений, были сформулированы более 30 лет назад [3], но несмотря на это, актуальность и значение применения адаптивной оптики со временем лишь возрастает вместе размерами новых астрономических телескопов, с энергетическими возможностями новых лазерных систем и увеличением масштабов их практических приложений [4–7].

Исходные положения

В данной работе, предполагая, что основным искажающим фактором является атмосферная турбулентность, аналитически исследуется эффективности адаптивной фазовой коррекции на основе лазерного опорного источника с флуктуирующим центром $\vec{\rho}_{\text{лп}}$. При этом предполагается, что среднее положение опорного источника находится на оптической оси. Такая постановка задачи может иметь место как для фокусировки лазерного излучения в турбулентной атмосфере, так и при формировании изображения заатмосферных объектов. Считаем, что адаптивная оптическая система работает по алгоритму фазового сопряжения, и использует опорный источник, созданный специальной «подсветкой» объекта, на который посылается лазерное излучение в случае фокусировки лазерного излучения, а в случае формирования изображения заатмосферного объекта для этого используются неоднородности атмосферы.

В качестве параметра эффективности используется параметр Штреля, представляющий собой отношение средней интенсивности на оси системы в случайно-неоднородной среде к интенсивности в вакууме

$$St = \left\langle I(X,0)\right\rangle / I_{\text{вак}}(X,\vec{\rho}). \tag{2}$$

После адаптивной коррекции по алгоритму «фазового сопряжения» скорректированное с помощью точечного опорного источника поле может быть записано:

$$U(x,\vec{\rho}) = \iint d^2\rho_1 U_0(\vec{\rho}_1)\, G_0(x,\vec{\rho};0,\vec{\rho}_1)\exp\left[iS(x,\vec{\rho};0,\vec{\rho}_1) - S(0,\vec{\rho}_1;x,\vec{\rho}_{\text{лп}})\right], \tag{3}$$

где $G_0(x,\vec{\rho};0,\vec{\rho}_1)$ – функция Грина свободного пространства между плоскостями; $S(x,\vec{\rho};0,\vec{\rho}_1)$ – случайные флуктуации фазы сферической волны, обусловленные действием турбулентности атмосферы; $\vec{\rho}_{\text{лп}}$ – радиус-вектор энергетического центра тяжести «освещающего» лазерного пучка излучения; $S(0,\vec{\rho}_1;x,\vec{\rho}_{\text{лп}})$ – корректирующая фаза в точке $(0,\vec{\rho}_1)$, представляющая собой фазу сферической волны, источник которой расположен в точке со случайными координатами $(x,\vec{\rho}_{\text{лп}})$; $U_0(\vec{\rho}_1)$ – начальное распределение корректируемого поля.

Тогда для распределения интенсивности скорректированного поля получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned} I(x,\vec{\rho}) = \iint d^2\rho_1 d^2\rho_2 U_0(\vec{\rho}_1) U_0^*(\vec{\rho}_2)\, G_0(x,\vec{\rho};0,\vec{\rho}_1)\, G_0^*(x,\vec{\rho};0,\vec{\rho}_2)\times \\ \times\exp\left\{i\left[S(x,\vec{\rho};0,\vec{\rho}_1) - S(0,\vec{\rho}_1;x,\vec{\rho}_{\text{лп}})\right] - i\left[S(x,\vec{\rho};0,\vec{\rho}_2) - S(0,\vec{\rho}_2;x,\vec{\rho}_{\text{лп}})\right]\right\}. \end{aligned} \tag{4}$$

Отметим, что если опорный источник неподвижный, т. е. $\vec{\rho}_{\text{лп}} = 0$, тогда такой опорный источник располагается на оптической оси исходного пучка. Поэтому при такой схеме формирования следует ожидать наибольший выигрыш от адаптивной коррекции для точек прилежащих к оси формируемого пучка.

Далее в расчетах воспользуемся выражением в геометро-оптическом приближении для флуктуаций фазы сферической волны в точке $(x,\vec{\rho})$ с координатой источника в точке $(0,\vec{\rho}_1)$ [3]:

$$S(x,\vec{\rho};0,\vec{\rho}_1) = k\int_0^X d\xi \iint d^2 n(\vec{\kappa}, X-\xi)\exp\left[i\vec{\kappa}\vec{\rho}_1(\xi/X) + i\vec{\kappa}\vec{\rho}(1-\xi/X)\right], \tag{5}$$

где $d^2 n(\vec{\kappa}, X-\xi)$ – двумерная спектральная плотность флуктуаций показателя преломления, X – расстояние между исходной плоскостью и плоскостью, в которую фокусируется пучок.

Используя для флуктуаций фазы представлением (5), запишем явный вид фазовых составляющих подынтегрального выражения (4), используя следующее обозначение:

$$\widehat{S}(\vec{\rho},\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2) = \left[S(x,\vec{\rho};0,\vec{\rho}_1) - S(0,\vec{\rho}_1;x,\vec{\rho}_{\text{лп}})\right] - \left[S(x,\vec{\rho};0,\vec{\rho}_2) - S(0,\vec{\rho}_2;x,\vec{\rho}_{\text{лп}})\right],$$

в итоге получаем, что

$$\hat S(\vec\rho,\vec\rho_1,\vec\rho_2)=k\int_0^X d\xi\iint d^2n(\vec\kappa,X-\xi)\left[\exp(i\vec\kappa\vec\rho_1(\xi/X))-\exp(i\vec\kappa\vec\rho_2(\xi/X))\right]\times$$
$$\times\left[\exp(i\vec\kappa\vec\rho(1-\xi/X))-\exp(i\vec\kappa\vec\rho_{\text{лп}}(1-\xi/X))\right]. \quad (6)$$

Далее, используя выражение (6) для фазового члена, рассчитаем распределение средней интенсивности скорректированного поля (5)

$$I(x,\vec\rho)=\iint d^2\rho_1 d^2\rho_2 U_0(\vec\rho_1)U_0^*(\vec\rho_2)G_0(x,\vec\rho;0,\vec\rho_1)G_0^*(x,\vec\rho;0,\vec\rho_2)\left\langle\exp\left\{i\hat S(\vec\rho,\vec\rho_1,\vec\rho_2)-i\hat S^*(\vec\rho,\vec\rho_1,\vec\rho_2)\right\}\right\rangle. \quad (7)$$

Здесь $\langle ...\rangle$ скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций для члена, описывающего влияние остаточных фазовых флуктуаций.

Отметим, что в (6) имеют место локальные флуктуации, связанные с $d^2n(\vec\kappa,\xi)$ и интегральных флуктуации $\vec\rho_{\text{лп}}$, а задача состоит в их корректном учете в аналитических расчетах. Преодолеть эту сложность, возможно применив формулу Фуруцу-Донскера-Новикова для размыкания функциональных средних, справедливую для гауссова случайного процесса [8]:

$$\langle\gamma(t)A_t[\gamma]\rangle=\int\langle\gamma(t)\gamma(\tau)\rangle\left\langle\frac{\delta A_t[\gamma]}{\delta\gamma(\tau)}\right\rangle d\tau, \quad (8)$$

где $\left\langle\frac{\delta A_t[\gamma]}{\delta\gamma(\tau)}\right\rangle$ – вариационная производная. Применяя (8) к условиям рассматриваемой задачи, имеем что $\vec\rho_{\text{лп}}$ – является функционалом от показателя преломления, если функционал берется в тот же самый момент времени, что и случайный процесс. Отметим, что формула Фуруцу-Донскера-Новикова применялась в задачах распространения оптических волн в случайно-неоднородной среде для получения замкнутого уравнения для среднего поля из волнового уравнения в квазиоптическом приближении. Ее использование в области адаптивной оптики было предложено впервые в наших работах при исследовании проблемы наклонов при использовании лазерных опорных источников для астрономических приложений.

Учитывая для корреляционной функции $\langle ...\rangle$ симметрию и дельта – коррелированность флуктуаций показателя преломления в направлении распространения излучения в турбулентной среде, а также формулу перехода к спектральной плотности показателя преломления, то после интегрирования и аналитических преобразований, задача сводится к расчету вариационной производной, именно эта часть будет изменяться в зависимости от рассматриваемых условий и сложность вычисления производной будет различна.

Поэтому при усреднении по ансамблю флуктуаций в выражении (7) воспользуемся расщеплением для корреляций следующего вида в предположении отсутствия корреляции между локальными и интегральными случайными величинами:

$$\left\langle d^2n(\vec\kappa_1,X-\xi_1)d^2n^*(\vec\kappa_2,X-\xi_2)\exp\left(i\vec\kappa_1\vec\rho_{\text{лп}}(1-\xi_1/X)\right)\right\rangle=$$
$$=\left\langle d^2n(\vec\kappa_1,X-\xi_1)d^2n^*(\vec\kappa_2,X-\xi_2)\right\rangle\left\langle\exp\left(i\vec\kappa_1\vec\rho_{\text{лп}}(1-\xi_1/X)\right)\right\rangle. \quad (9)$$

С учетом дельта – коррелированности воспользуемся следующим соотношением

$$\left\langle d^2n(\vec\kappa_1,X-\xi_1)d^2n^*(\vec\kappa_2,X-\xi_2)\right\rangle=2\pi\delta(\vec\kappa_1-\vec\kappa_2)\delta(\xi_1-\xi_2)\Phi_n(\vec\kappa_1,X-\xi_1)d^2\kappa_1 d^2\kappa_2. \quad (10)$$

где $\Phi_n(\vec\kappa,X-\xi)$ – спектральная плотность флуктуаций показателя преломления среды распространения (турбулентной атмосферы).

В сомножителе выражения (7) при усреднении воспользуемся следствием центральной предельной теоремы [1], согласно которой

$$\left\langle\exp\left\{i\hat S(\vec\rho,\vec\rho_1,\vec\rho_2)-i\hat S^*(\vec\rho,\vec\rho_1,\vec\rho_2)\right\}\right\rangle=\exp\left[-\frac{1}{2}\left\langle\left\{\hat S(\vec\rho,\vec\rho_1,\vec\rho_2)-\hat S^*(\vec\rho,\vec\rho_1,\vec\rho_2)\right\}^2\right\rangle\right]. \quad (11)$$

Далее аналогично, для второй корреляции получим выражение:

$$\left\langle \exp\left[i\vec{\kappa}\vec{\rho}_{лп}(1-\xi/X)\right]\right\rangle = \exp\left[-\kappa^2\left\langle \rho_{лп}^2\right\rangle (1-\xi/X)^2\right], \quad (12)$$

где $\left\langle \rho_{лп}^2 \right\rangle$ – это дисперсия дрожания изображения точечного опорного источника в фокальной плоскости приемного устройства.

Результаты аналитических расчетов

После аналитических расчетов получим следующее выражение для дисперсии остаточных фазовых флуктуаций выражения (9):

$$\left\langle \left\{\hat{S}(\vec{\rho},\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2) - \hat{S}^*(\vec{\rho},\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2)\right\}^2 \right\rangle = 8\pi k^2 \int_0^X d\xi \iint d^2\kappa \Phi_n(\vec{\kappa}, X-\xi)\left[1-\cos\vec{\kappa}(\vec{\rho}_1-\vec{\rho}_2)(\xi/X)\right]\times$$

$$\times\left\{\left[1-\exp(-\kappa^2 < \rho_{лп}^2 > (1-\xi/X)^2/2)\cos\vec{\kappa}\vec{\rho}(1-\xi/X)\right]\right\}. \quad (13)$$

Вычисления во внутреннем интеграле (13) выполнены с использованием изотропной модели спектра атмосферной турбулентности $\Phi_n(\kappa, X-\xi)$ следующего вида:

$$\Phi_n(\kappa, X-\xi) = 0,033 C_n^2 (X-\xi)\kappa^{-11/3}\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2), \quad (14)$$

где C_n^2 – профиль структурного параметра показателя преломления атмосферы, κ_m^{-1} – внутренний масштаб турбулентности.

В результате получаем для отношения средней интенсивности скорректированного поля $\left\langle I(X,\vec{\rho})\right\rangle$ к интенсивности фокусированного пучка в вакууме $I_{вак}(X,\vec{\rho})$ следующее значение:

$$\left\langle I(X,\vec{\rho})\right\rangle / I_{вак}(X,\vec{\rho}) = \exp\left\{-\left(\frac{\sqrt{\left\langle \rho_{лп}^2\right\rangle}}{r_0^{сф}}\right)^{5/3}\left[2 - {}_1F_1\left(-5/6, 1; -\frac{\rho^2}{2\left\langle \rho_{лп}^2\right\rangle}\right)\right]\right\}, \quad (15)$$

где $r_0^{сф} = \left[k^2\int_0^X d\xi C_n^2(X-\xi)(1-\xi/X)^{5/3}\right]^{-3/5}$ – радиус когерентности для сферической волны.

Из выражения (15) видно, что чем сильнее дрожит освещающий пучок излучения, тем медленнее происходит спад эффективности коррекции. Однако, учитывая, что степень (–1/6) дает очень слабое изменения даже при значительном изменении величины, поэтому практической зависимости от уровня дрожания центра тяжести опорного источника можно и не обнаружить.

Отметим, что если дисперсия дрожания центра тяжести $\left\langle \rho_{лп}^2\right\rangle$ лазерного пучка, формирующего отраженный сигнал незначительна, т. е. $\left\langle \rho_{лп}^2\right\rangle = 0,$ практически имеем дело с адаптивной фазовой коррекцией, которая применяет неподвижный опорный источник. Если же дрожание центра тяжести опорного источника достаточно велико, т. е. $\left\langle \rho_{лп}^2\right\rangle \Rightarrow \infty,$ тогда выражение в скобке равно1, т. е., имеем систему без коррекции.

В то же самое время для системы без коррекции имеем, что распределение средней интенсивности можно рассчитывать по следующей формуле [1]:

$$\left\langle I(X,\vec{\rho})\right\rangle / I_{вак}(X,\vec{\rho}) = \frac{a_d^2}{a_{eff}^2}\exp\left(-\frac{\rho^2}{a_{eff}^2}\right), \quad (16)$$

где a_{eff} – эффективный размер пучка в турбулентной среде, а именно

$$a_{eff}=a^2\left[(1-X/f)^2+\Omega^{-2}+\Omega^{-2}\left(0,5D_S(2a)\right)^{6/5}\right],$$
$$a_d=a^2\left[\left(1-X/f\right)^2+\Omega^{-2}\right], \tag{17}$$
$$D_S(2a)=3,44\left(2a/r_o^{\text{сф}}\right)^{5/3}.$$

Для сфокусированного пучка (когда $r_0^{\text{сф}} << a$) (23) переходит в выражению:

$$\left\langle I(X,\vec{\rho})\right\rangle/I_{\text{вак}}(X,\vec{\rho})\approx\frac{\left(r_0^{\text{сф}}\right)^2}{a^2}\exp\left(-\frac{\rho^2}{a_{eff}^2}\right), \tag{18}$$

Аналогичная задача имеет место при формировании изображений заатмосферных объектов с использованием адаптивной оптики с лазерным опорным источником, сформированным на неоднородностях атмосферы, например для наземных оптико-электронных систем контроля космического пространства или астрономических телескопов, где такой источник известен как лазерная опорная звезда (ЛОЗ). В этой постановке задачи были выполнены исследования влияния остаточные фазовые искажения на формирование поля в фокальной плоскости телескопа также с применением лазерного опорного источника с флуктуирующим центром $\vec{\rho}_{\text{лп}}$. Здесь имеет место два случая, когда диаметр апертуры телескопа сопоставим с величиной дисперсия дрожания центра тяжести $\left\langle\rho_{\text{лп}}^2\right\rangle$ лазерного пучка и случай крупных телескопов. После аналитических расчетов получим для дисперсии остаточных фазовых флуктуаций:

$$\left\langle\left\{\hat{S}(\vec{\rho},\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2)-\hat{S}^*(\vec{\rho},\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2)\right\}^2\right\rangle\approx\begin{cases}2,89\cdot k^2\left(\dfrac{\left\langle\rho_{\text{лп}}^2\right\rangle}{2}\right)^{5/6}\left[1+0,42\dfrac{D^2}{\left\langle\rho_{\text{лп}}^2\right\rangle}\right]\displaystyle\int_0^X d\xi C_n^2(\xi)\left(\xi/X\right)^{5/3}, \\ D<\sqrt{\left\langle\rho_{\text{лп}}^2\right\rangle}, \\ 2,89\cdot k^2D^{5/3}\displaystyle\int_0^X d\xi C_n^2(\xi)\left(\xi/X\right)^{5/3}, \\ D>>\sqrt{\left\langle\rho_{\text{лп}}^2\right\rangle}.\end{cases} \tag{19}$$

Это означает, что для осевых точек (малые значения ρ), или же для случая малых телескопов (таких, что диаметр апертуры телескопа $D<\sqrt{\left\langle\rho_{\text{лп}}^2\right\rangle}$), остаточная ошибка будет пропорциональна величине дрожания положения лазерного опорного источника $\left\langle\rho_{\text{лп}}^2\right\rangle$ и будет квадратично расти от центра к периферии. Для очень больших телескопов (когда $D>>\sqrt{\left\langle\rho_{\text{лп}}^2\right\rangle}$), функциональный вид дисперсии остаточных фазовых искажений, будет такой же, как и при неподвижном центре положения опорного источника.

Оценим отношение уровня остаточных фазовых искажений в системе с адаптивной коррекцией (для неподвижного лазерного опорного источника) к уровню фазовых искажений в системе без адаптивной оптики [9]:

$$\int_0^X d\xi C_n^2(\xi)\left(\xi/X\right)^{5/3}\Big/\int_0^\infty d\xi C_n^2(\xi). \tag{20}$$

В результате получаем, что дисперсия остаточных фазовых искажений, обусловленных дрожанием положения самого лазерного опорного источника, невелика. Однако чтобы правильно оценивать степень влияния остаточных фазовых искажений, необходимо сопоставить величину уменьшения флуктуаций с величиной дисперсий высших модовых составляющих. В результате наличие остаточных фазовых искажений, из-за движения ЛОЗ, будет ограничивать номер максимально высокой модовой составляющей, для которой будет эффективна адаптивная коррекция. Наличие остаточных фазовых искажений обусловленных и другими причинами, будет уменьшать предельно достижимую величину параметра Штреля, тем самым, уменьшая эффективность коррекции с точки зрения ограничения предельных возможностей повышения потенциала телескопа.

Заключение

Сопоставление полученных результатов показывает, что коррекция с использованием флуктуирующего по положению точечного источника созданного лазерным пучком оказывается достаточно эффективным средством концентрации энергии на оси системы, по сравнению с неадаптивной системой. Это связано с тем, что среднее положение флуктуирующего «подсвечивающего» пучка находится на оптического оси и такая адаптивная коррекция устраняет высшие аберрации, «в среднем» фокусирует пучок. Следует подчеркнуть, что область сфокусированного пучка ограничена, а именно $|\bar{\rho}| < a/\Omega$, где a – исходный размер фокусируемого пучка, а Ω – параметр Френеля пучка. Поскольку эффективная фокусировка может иметь место (в вакууме) только для пучков, у которых $\Omega >> 1$, поэтому практически даже для случая, когда в освещающем пучке излучения дисперсия дрожания центра тяжести превышает собственный размер пучка, т. е., $\sqrt{\left\langle \rho_{\text{лп}}^2 \right\rangle} >> a$, следует ожидать достаточно эффективной коррекции. Аналогичная ситуация имеет место для телескопов как с предельно малыми, так и с предельно большими апертурами, ограничения связанные с флуктуацией положения центра тяжести лазерного пучка формирующего опорный источник также будут несущественны.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда грант № 15-19-20013.

Список литературы

1. Гурвич С., Кон А. И., Миронов В. Л., Хмелевцов С. С. Лазерное излучение в атмосфере. – М.: Наука, 1976. 277 с.

2. Лукин В. П., Фортес Б. В. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 214 с.

3. Лукин В. П. Атмосферная адаптивная оптика, – Новосибирск: Изд-во Наука, 1986. 248 с.

4. Теребиж В. Ю. Современные оптические телескопы. Физматлит. 2007. 80 с.

5. Гаранин С. Г. Мощные лазеры и их применение в исследованиях физики высоких плотностей энергии // Успехи физических наук. 2011. 181:4, С. 434–441.

6. Шанин О. И. Адаптивные оптические системы в импульсных мощных лазерных установках. – М.: Техносфера, 2012. 199 с.

7. Лукин В. П. Формирование оптических пучков и изображений на основе применения систем адаптивной оптики // Успехи физических наук. 2014. 184. С. 599–640.

8. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Часть 2. Случайные поля. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. литературы, 1978. 463 с.

9. Больбасова Л. А., Лукин В. П. Адаптивная коррекция атмосферных искажений оптических изображений на основе искусственного опорного источника. – М.: Физматлит. 2012. 125 с.