

Рис. 5. Модель системы регенеративного подогрева низкого давления (АО «АТОМПРОЕКТ»)

## Литература

1. Михеев В. С., Соколов В. Г., Деулин А. А., Образцов Е. П. Интеграция программных средств в ПТК «Виртуальный энергоблок АЭС с ВВЭР» // Труды XIV Междунар. конф. «Супервычисления и математическое моделирование» / под ред. Р.М. Шагалиева. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2013. С. 128.
2. Драгунов Ю. Г., Быков М. А., Василенко В. А., Мигров Ю. А. Опыт применения и развития расчетного кода КОРСАР для обоснования безопасности АЭС с ВВЭР // Теплоэнергетика. 2006. № 1. С. 43–47.

## ЗОННЫЙ RANS-LES ПОДХОД НА ОСНОВЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЕЙНОЛЬДСОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

*А. С. Козелков, В. В. Курулин, О. Л. Пучкова*

Российский федеральный ядерный центр –  
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, г. Саров

## Введение

Наиболее применимыми при решении промышленных задач являются RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) модели турбулентности [1, 2], которые характеризуются устойчивым итерацион-

ным процессом и приемлемыми результатами для большинства практически важных типов течений. Однако для множества турбулентных течений, особенно для течений с отрывом пограничного слоя, результаты применения данного подхода не являются удовлетворительными даже в случае использования наиболее совершенных моделей турбулентности [3].

Альтернативой для RANS моделей является метод крупных вихрей (LES, Large Eddy Simulation) [4], который позволяет получить хорошие результаты как для присоединенных, так и для отрывных течений. Кроме того, LES способен предоставлять детальную информацию о нестационарных полях флуктуаций скорости, температуры и давления, что важно для широкого круга задач. Однако метод LES налагает большие требования на качество дискретных моделей [5]: необходимо использовать трехмерные, преимущественно изотропные, мелкие расчетные сетки, и всегда производить нестационарный расчет. Данное обстоятельство существенно повышает объем необходимых вычислительных ресурсов по сравнению с RANS моделями. По прогнозам экспертов, полноценное использование модели LES для решения промышленных задач возможно лишь в середине текущего столетия [5].

Данные обстоятельства побудили исследователей искать выход в создании гибридных RANS-LES подходов к моделированию турбулентности. Одним из наиболее известных представителей данного семейства является метод отсоединенных вихрей (DES, Detached-Eddy Simulation) [6, 7], являющийся исторически первым гибридным RANS-LES подходом. В нем область использования модели LES определяется автоматически по наличию турбулентных составляющих течения и характерному размеру сеточного разрешения [6]. Этот метод не содержит механизмов создания искусственных турбулентных пульсаций в поле скорости при переходе от RANS решения к LES, данные пульсации образуются естественными условиями в процессе течения жидкости [7]. Это приводит к появлению переходных зон, где уже функционирует модель LES, но характерного турбулентного контента в ней еще недостаточно [8]. При расчете течений с большими отрывными областями течения такие зоны малы и не приводят к заметному ухудшению решения [8], однако, в задачах с небольшими областями отрыва, наличие переходных зон может существенно ухудшить качество DES-моделирования.

Данного недостатка лишен зонный RANS-LES подход с применением явной, искусственной генерацией турбулентных флуктуаций скорости на входных границах LES области [9–11]. Параметрами для генерации подобных флуктуаций выступают скорость и компоненты тензора напряжений Рейнольдса, полученные из RANS решения, а в качестве генератора используются специализированные алгоритмы [10, 11]. Анализ данных алгоритмов показывает, что довольно эффективным является генератор синтетической турбулентности, представленный в работе [11]. Он может быть легко применен на базе неструктурированных расчетных сеток и используется в данной работе.

Применение зонного RANS-LES подхода оказывается достаточно эффективным при расчете с любым размером области отрыва и в настоящее время много работ посвящено практике его применения [10–12]. Основой этих моделей является генерация пульсаций на входе в LES область, которая осуществляется на основе тензора рейнольдсовых напряжений, вычисленного с помощью какой-либо RANS модели. В большинстве работ в качестве базовой модели используется SST модель, которая, как и любая другая модель, основанная на гипотезе Буссинеска, дает хорошие результаты лишь в случае изотропной турбулентности [13]. Для повышения точности расчета тензора напряжений Рейнольдса на границе области RANS-LES в задачах с существенно ассиметричными зонами течений, целесообразно использовать модель класса RSM [13, 14], что приведет к повышению точности генерации пульсаций скорости на входе в LES область. В данной работе в качестве базовой в зонном RANS-LES подходе используется модель EARSM [14].

В докладе представлена математическая модель и алгоритм численной реализации на базе конечно-объемной дискретизации. Эффективность алгоритма, предложенного в данной работе, проверяется на задаче развитого турбулентного течения в квадратном канале и ассиметричном диффузоре, где использование модели EARSM вместо SST дает заметное увеличение точности решения вблизи RANS-LES перехода.

### Математическая модель

Использование зонного RANS-LES подхода предполагает выделение в расчетной сетке областей RANS и LES. Область LES располагается в том месте, где требуется получение более точных результатов и измерения нестационарных характеристик течения. На рис. 1 показан пример выделения областей для задачи обтекания выпуклости в плоском канале.

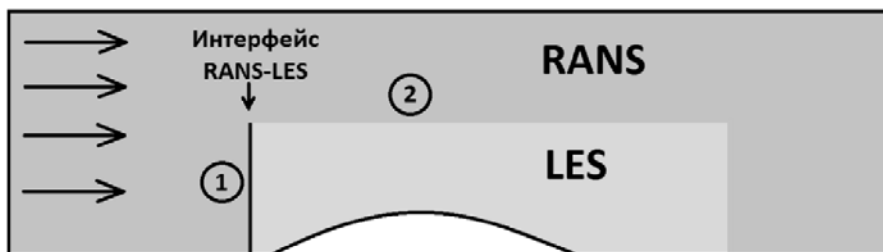


Рис. 1. Пример размещения областей RANS-LES, (1) – активная часть интерфейса, (2) – пассивная часть интерфейса

Между областями создается интерфейс RANS-LES, который разделяется на свою активную и пассивную часть. Активная часть включает границу, являющуюся входной для области LES, пассивная составляет остальную часть интерфейса. Расчет задачи состоит из двух этапов.

**Этап 1** – стационарный расчет с использованием во всех областях модели RANS. Его цель – определить скорость, турбулентные характеристики на интерфейсе RANS-LES, сам интерфейс не влияет на расчет и функционирует как внутренние грани модели.

**Этап 2** – нестационарный расчет с использованием модели LES. На активной части интерфейса генерируются турбулентные пульсации поля скорости, она выступает как входное граничное условие для LES области и как граничное условие с заданным выходным потоком для RANS области (выходной поток известен из этапа 1). Пассивная часть интерфейса не влияет на расчет и функционирует как внутренние грани модели.

На этапе 1 и в области RANS и области LES используются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса [2]. На этапе 2 в области LES уже используются фильтрованные по пространству уравнения Навье – Стокса [4]. Хотя физический смысл данных уравнений различен, они могут быть записаны в единой форме:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \\ \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_i} u_i u_j = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\tau_{ij}^{\mu} + \tau_{ij}^t). \end{cases} \quad (1)$$

В системе уравнений (1) используются общепринятые обозначения:  $i, j = 1 \dots 3$  – номер составляющей переменной по координатным осям,  $u_i$  – скорость,  $\rho$  – плотность,  $p$  – давление,  $\tau_{ij}^{\mu}$  – тензор вязких напряжений, который удовлетворяет реологическому закону Ньютона, устанавливающим связь между тензором вязких напряжений и тензором скоростей деформаций [1]:

$$\tau_{ij}^{\mu} = 2\mu \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right), \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (2)$$

где  $\mu$  – молекулярная динамическая вязкость,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера. Тензор напряжений  $\tau_{ij}^t$  – дополнительный член, появляющийся при осреднении и фильтрации уравнений. Его вычисление в области LES, как правило, базируется на использовании обобщенной гипотезы Буссинеска [2]:

$$\tau'_{ij} = 2\mu_t \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) + \frac{2}{3} k_t \delta_{ij}. \quad (3)$$

Здесь  $\mu_t$ ,  $k_t$  – подсеточная вязкость и кинетическая энергия вихрей с размером менее размера фильтра  $\Delta$ , в качестве которого обычно используется величина корня кубического из объема ячейки сетки [4]. В качестве подсеточной модели турбулентности в работе рассматривается наиболее популярная модель подсеточной вязкости Смагоринского [4]:

$$\mu_t = \rho (C_s \Delta)^2 S, \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad (4)$$

где  $C_s$  – эмпирическая константа (константа Смагоринского). В случае пристеночных течений в выражение (4) вводится демпфирующий множитель, обеспечивающий нулевое значение подсеточной вязкости на твердых стенках [4]:

$$\mu_t = \rho (C_s \Delta)^2 S \left[ 1 - \exp \left[ - \left( \frac{y^+}{25} \right)^3 \right] \right], \quad (5)$$

где  $y^+$  – безразмерное расстояние до твердой стенки.

Вычисление тензора напряжений  $\tau'_{ij}$  в области RANS зависит от базовой модели в зонном RANS-LES подходе. В случае использования наиболее популярной базовой модели SST Ментера [1–3], для вычисления  $\tau'_{ij}$  также используется выражение (3), где уже  $\mu_t$  и  $k_t$  – подсеточная вязкость и кинетическая энергия всех турбулентных вихрей. Их вычисление производится путем решения уравнений переноса для кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации [xx].

Использование гипотезы (3) для RANS моделей упрощает их математическую формулировку, однако, приводит к уменьшению точности при расчете сложных течений, где существенными являются все компоненты тензора  $\tau'_{ij}$  [14]. К таким ситуациям относятся течения вблизи двугранных углов, образованных пересечением стенок. При RANS-LES подходе неверное предсказание тензора  $\tau'_{ij}$  на границе областей приводит к значительной погрешности в генерации турбулентных структур на входе в LES область. Решением проблемы здесь является использование модели турбулентности класса RSM (Reynolds Stress Modelling), которые не используют гипотезу (3) и моделируют перенос всех компонентов тензора напряжений Рейнольдса [14]. К моделям этого класса относится явная алгебраическая модель рейнольдсовых напряжений EARSM [14], в которой тензор напряжений Рейнольдса определяется через тензор анизотропии  $a_{ij}$ :

$$\tau'_{ij} = \overline{u'_i u'_j} = k_t \left( a_{ij} + \frac{2}{3} \delta_{ij} \right), \quad a_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k_t} - \frac{2}{3} \delta_{ij}. \quad (6)$$

В свою очередь, тензор анизотропии является линейной комбинацией шести тензорных групп:

$$a_{ij} = \beta_1 T_{1,ij} + \beta_2 T_{2,ij} + \beta_3 T_{3,ij} + \beta_4 T_{4,ij} + \beta_6 T_{6,ij} + \beta_9 T_{9,ij}. \quad (7)$$

Тензорные группы  $T_{k,ij}$  являются симметричными и зависят только от тензора скоростей деформации и вихревого тензора:

$$S_{ij} = \frac{\tau}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} = \frac{\tau}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (8)$$

где  $\tau$  – турбулентный масштаб времени.

В настоящей работе выражения для  $T_{k,ij}$  определяются соотношениями, предложенными в работе [13], согласно которой тензорные группы  $T_{k,ij}$  вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} T_{1,ij} &= S_{ij}, \quad T_{2,ij} = S_{ik}S_{kj} - \frac{1}{3}\Pi_S\delta_{ij}, \quad T_{3,ij} = \Omega_{ik}\Omega_{kj} - \frac{1}{3}\Pi_\Omega\delta_{ij}; \\ T_{4,ij} &= S_{ik}\Omega_{kj} - \Omega_{ik}S_{kj}, \quad T_{6,ij} = S_{ik}\Omega_{kl}\Omega_{lj} - \Omega_{ik}\Omega_{kl}S_{lj} - \frac{2}{3}IV\delta_{ij} - \Pi_\Omega S_{ij}; \\ T_{9,ij} &= \Omega_{ik}S_{kl}\Omega_{lm}\Omega_{mj} - \Omega_{ik}\Omega_{kl}S_{lm}\Omega_{mj} + \frac{1}{2}\Pi_\Omega(S_{ik}\Omega_{kj} - \Omega_{ik}S_{kj}). \end{aligned} \quad (9)$$

Коэффициенты  $\beta_k$  в выражении (7) являются функциями тензорных инвариантов [14]:

$$\beta_1 = -\frac{N}{Q}, \quad \beta_2 = 0, \quad \beta_3 = -\frac{2IV}{NQ_1}, \quad \beta_4 = -\frac{1}{Q}, \quad \beta_6 = -\frac{N}{Q_1}, \quad \beta_9 = \frac{1}{Q_1}, \quad (10)$$

$$Q = \frac{(N^2 - 2\Pi_\Omega)}{A_1}, \quad Q_1 = \frac{Q}{6}(2N^2 - \Pi_\Omega). \quad (11)$$

Тензорные инварианты определяются следующим образом:

$$\Pi_S = S_{ij}S_{ji}, \quad IV = S_{ik}\Omega_{kj}\Omega_{ji}. \quad (12)$$

Коэффициенты  $N$  в выражении определяются согласно работе [14] по следующему выражению:

$$N = C'_1 + \frac{9}{4}\sqrt{2C_\mu\Pi_S}. \quad (13)$$

Базу модели EARSM составляет RANS модель BSL [14], формулировка которой соответствует модели SST Ментера [1–3] и отличается только значением констант и выражением для турбулентной вязкости.

Решение системы (1) на первом и втором этапах осуществляется с использованием алгоритма PISO [15] либо SIMPLE [1], которые обеспечивают согласованную связь поля скорости и давления. В нестационарном расчете для дискретизации по времени используется схема 2-го порядка Адамса – Бешфорта. Для численного расчета тензора  $\tau_{ij}^t$  в области использования модели EARSM применяется алгоритм, описанный в работе [16], который позволяет устранить осцилляции поля скорости при грубом сеточном разрешении внутри пограничного слоя.

Расчет конвективных потоков в уравнении сохранения импульса системы (1) в области использования модели EARSM проводится по схеме QUICK. В области использования модели LES применяется схема на основе центральных разностей.

Работа описанного алгоритма при расчете турбулентного течения несжимаемой жидкости и сравнение результатов, полученных при использовании зонного RANS-LES подхода с разными базовыми моделями SSTи EARSM, представлена на задаче о развитии течения в квадратном канале.

## Численные расчеты

Задача о развитии течения в квадратном канале представляет собой пример, который показывает существенное влияние анизотропии турбулентности на основной поток, что особым образом изменяет топологию течения.

В задаче рассматривается развитое течение несжимаемой жидкости в канале квадратного сечения. Течение было рассчитано при  $Re_\tau = \frac{\rho u_\tau H}{\mu} = 1200$ , где  $H = 1$  м – длина стороны квадрата в сечении канала,  $u_\tau$  – средняя динамическая скорость. Канал располагался вдоль оси  $X$  и имеет длину  $\Delta X = 4H$ . Геометрия расположения зон и сечения, в которых снимались результаты, показаны на рис. 2.

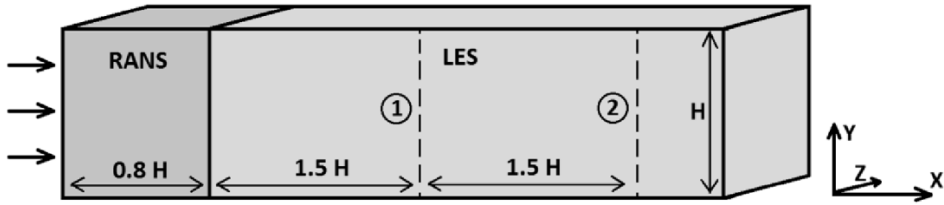


Рис. 2. Геометрия задачи

На входе, в качестве граничных условий, использовались поля скорости и турбулентных величин, которые были получены в предварительном RANS расчете полностью развитого турбулентного течения в квадратном канале с перепадом давления  $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{4\rho u_\tau^2}{H}$ , что соответствует условиям DNS расчета [17].

Для решения задачи проводился двухэтапный расчет с использованием зонного RANS-LES подхода на основе модели SST и EARSM. После первого этапа были получены стационарные поля скорости, которые соответствуют RANS решению задачи. На рис. 3 представлены графики продольной ( $u$ ) и вертикальной ( $v$ ) скорости, нормированной на среднепоточную скорость  $u_{bulk}$ , вдоль линии  $y = z$ , полученные по модели SST и EARSM в сравнении с DNS результатами.

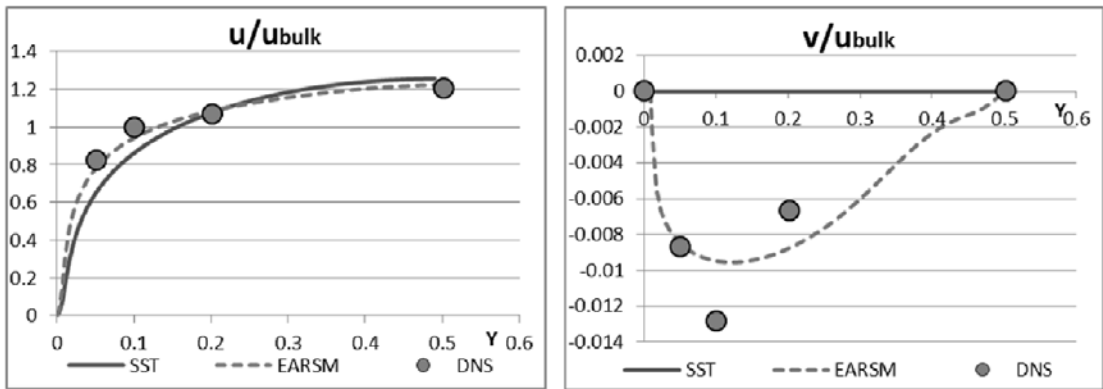


Рис. 3. Профили скорости

В такой конфигурации модель EARSM заметно лучше предсказывает профиль продольной скорости, а также предсказывает появление вторичных токов в плоскости, перпендикулярной направлению основного потока, в то время как решение по модели SST не содержит вторичных токов. Такое преимущество EARSM связано с более точным предсказанием тензора  $\tau_{ij}^t$ . Это приводит к более точной генерации вихревых структур на этапе нестационарного расчета.

Нестационарный расчет проводился с шагом по времени  $\Delta t = 0,01 \frac{H}{u_{\text{bulk}}}$ . После выхода решения на статистически установившийся режим ( $t_1 = 500\Delta t$ ) проводилось осреднение по времени основных величин до момента времени  $t_2 = 5000\Delta t$ . На рис. 4 представлены графики продольной скорости по линии  $z = 0,5H$  в сечениях 1 и 2, полученные по модели EARSМ-LES и SST-LES.

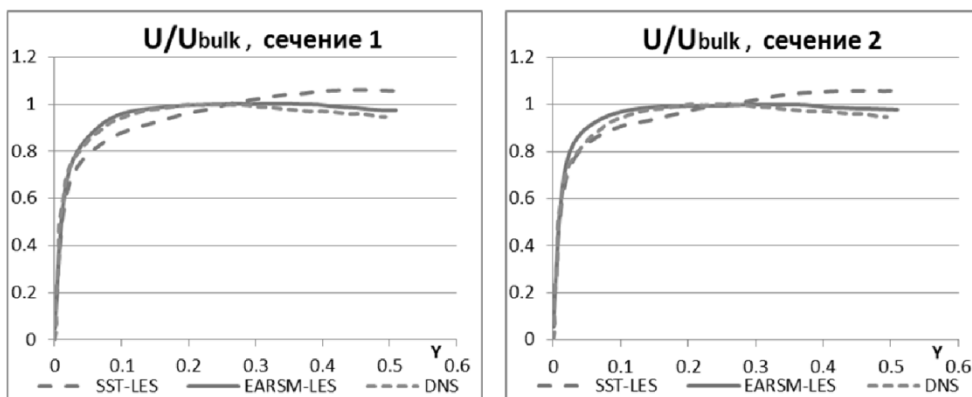


Рис. 4. Профили скорости

Зонный RANS-LES на основе EARSМ дает заметно лучшие результаты в обоих сечениях. По графикам можно заметить тенденцию улучшения результатов SST-LES при удалении от интерфейса RANS-LES. Это объясняется тем, что сама модель LES способна с хорошей точностью предсказывать структуру течения в такой конфигурации [xxx]: ошибочный профиль скорости, который генерируется на интерфейсе по данным SST расчета, эволюционирует при движении вниз по потоку и приближается к результатам DNS. Таким образом, использование EARSМ-LES в задачах подобных конфигураций позволяет существенно сократить переходную область после интерфейса RANS-LES.

## Заключение

В докладе рассмотрен зонный RANS-LES подход, в качестве базовой модели которого предложено использовать модель EARSМ. Применение модели EARSМ дает значительные преимущества в случае расчета асимметричных течений. В таких течениях EARSМ способна предсказывать значение тензора Рейнольдсовых напряжений с точностью, превосходящей точность, получаемой по модели SST. Это приводит к заметно лучшей генерации вихревых структур на интерфейсе RANS-LES при нестационарном расчете.

В докладе представлена используемая математическая модель, а также описана численная схема и технология использования представленного алгоритма. На задаче турбулентного течения в квадратном канале показаны преимущества выбора модели EARSМ в качестве базовой в RANS-LES подходе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект офи\_м, № 13-0712079).

## Литература

1. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей в двух томах. М.: Мир, 1991.

2. Волков К. Н., Емельянов В.Н. Течения и теплообмен в каналах и вращающихся полостях. М.: Физматлит, 2010.
3. Зайков Л. А., Стрелец М. Х., Шур М. Л. Сравнение возможностей дифференциальных моделей турбулентности с одним и двумя уравнениями при расчете течений с отрывом и присоединением. Течение в каналах с обратным уступом // Теплофизика высоких температур. 1996. Т. 34, № 35. С. 724–736.
4. Волков К. Н., Емельянов В. Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М.: Физматлит, 2008.
5. Spalart P. R. Strategies for turbulence modeling and simulations // Heat Fluid Flow. 2000. Vol. 21. P. 252–263.
6. Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P. R. Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows // Proc. Euromech Coll. Les of complex transitional and turbulent flows, Munich, Germany. Kluwer, Dordrecht. 2002. Vol. 65. P. 239–254.
7. Стрелец М. Х., Травин А. К., Шур М. Л. Применение метода моделирования отсоединенных вихрей для расчета гидродинамики и теплообмена в отрывных турбулентных потоках // Труды III Российской конференции по теплообмену, 2002.
8. Jakirlic S. et al. LES, Zonal and Seamless Hybrid LES/RANS: Rationale and Application to Free and Wall Bounded Flows involving Separation and Swirl // Numerical Simulation of Turbulent Flows and Noise Generation Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. 2009. Vol. 104. P. 253–282.
9. Jarrin N., Benhamadouche S., Laurence D., Prosser R. A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2006. Vol. 27, N 4. P. 585–593.
10. Jarrin N., Prosser R., Uribe J. et al. Reconstruction of turbulent fluctuations for hybrid RANS/LES simulations using a Synthetic-Eddy Method // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2009. Vol. 30, N 3. P. 435–442.
11. Адамьян Д. Ю. Эффективный метод генерации синтетической турбулентности на входных границах LES области в рамках комбинированных RANS-LES подходов к расчету турбулентных течений // Математическое моделирование. Т. 23, № 7. С. 3–19.
12. Shur M. L. et al. A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modeled LES capabilities // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2008. Vol. 29. P. 1638–1649.
13. Wilcox D. C. Turbulence Modeling for CFD, 2nd. Edition, DCW Industries, La Canada, CA, 1998.
14. Menter F. R., Garbaruk A. V., Egorov Y. Explicit algebraic Reynolds stress models for anisotropic wall-bounded flows // Proc. 3rd European Conference for Aero-Space Sciences (EUCASS), Versailles, July 6–9th, 2009.
15. Ubbink O. Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces // Department of Mechanical Engineering Imperial College of Science, Technology & Medicine, 1997.
16. Козелков А. С., Курулин В. В., Пучкова О. Л., Лашкин С. В. Моделирование турбулентных течений с использованием алгебраической модели рейнольдсовых напряжений с универсальными пристеночными функциями // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т. 7, № 1. С. 40–51.
17. Huser A., Biringen S. Direct numerical simulation of turbulent flow in a square duct // J. Fluid Mech. 2003. Vol. 257. P. 65–95.