

ПРИМЕНЕНИЕ RANS МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ С НИЗКИМИ ЧИСЛАМИ ПРАНДТЛЯ

А. С. Козелков, Е. С. Тятюшкина, В. В. Курулин

Российский федеральный ядерный центр –
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, г. Саров

Основную роль в процессе теплопередачи при течении жидкостей и газов в промышленных установках играют конвективные тепловые потоки, обусловленные естественно-конвективным и вынужденно-конвективным движением теплоносителей. Такие потоки, достигающие наибольшей интенсивности в проточных элементах промышленного изделия, являются основной причиной их нагрева. Для моделирования конвективного теплообмена, который может проходить как в ламинарном, так и в турбулентном режимах используются соответствующие модели. Практически во всех промышленных установках течение теплоносителей различного типа происходит при высоких числах Рейнольдса, соответствующих турбулентному режиму течения, характеризующемуся зависимостью вязкости и теплопроводности от локальных характеристик потока. Этот факт в существенной степени осложняет численное моделирование.

При турбулентных течениях некоторых теплоносителей, например, жидких металлов, рассматриваемых как наиболее перспективных в атомной энергетике, передача тепла осуществляется как за счет конвективного перемешивания потока, так и за счет молекулярной теплопроводности самого жидкометаллического теплоносителя, обладающего гораздо лучшей теплопроводностью такого типа по сравнению с другими теплоносителями. Этот факт определяет достаточно существенную долю тепла, переносимого за счет молекулярной теплопроводности, и обеспечивает лучшие теплоотводящие свойства жидких металлов, что в основном и определяет их перспективное использование для наилучшего отвода теплоты в ядерных реакторах.

Течения жидкометаллических теплоносителей характеризуются малыми числами Прандтля и высокими числами Рейнольдса. Турбулентный теплоперенос в них определяется как молекулярным, так и турбулентным коэффициентом теплопроводности. Причем, в отличие от обычных жидкостей и газов, где молекулярная теплопроводность доминирует в вязком подслое вблизи стенок, величины молекулярного и турбулентного коэффициентов в жидких металлах сопоставимы во всем потоке.

С точки зрения численного моделирования течений жидкометаллических теплоносителей основной проблемой является турбулентность. Причина в том, что в настоящее время, да и в ближайшем будущем, на практике используются и будут использоваться RANS модели турбулентности, основанные на гипотезе Буссинеска. Данные модели не являются универсальными, существующие десятки их модификаций «откалиброваны» для моделирования конкретных типов течений и, вообще говоря, для жидких металлов должна быть своя RANS модель, верифицированная на надежных экспериментальных данных. К сожалению, в открытой литературе модели, предназначенной для моделирования именно жидких металлов конкретного типа, не представлено. Доступные публикации относятся к исследованиям и разработке моделей для течений с низкими числами Прандтля, и такие публикации тоже не многочисленны.

К RANS моделям турбулентности, позволяющим моделировать течения с низкими числами Прандтля, относятся модели AKN [1–2] и S&S [3]. В данных моделях содержатся дополнительные слагаемые и уравнения, которые отвечают за расчет молекулярной теплопроводности во всех областях расчета.

В настоящей работе представлено описание моделей AKN и S&S. Представлены расчеты по данным моделям задачи обтекания обратного уступа с подогреваемой стенкой за ним вязким несжимаемым газом и задачи турбулентного течения натриевого теплоносителя в трубе с охлаждением. Проведены сравнения полученных результатов по данным моделям с другими RANS моделями турбулентности.

Модель турбулентности АКН

Модель АКН является модификацией двухпараметрической k - ε модели турбулентности [1–2] на случай пристеночных течений (малых турбулентных чисел Рейнольдса), в которой модифицированы генерационные и диссипативные члены уравнений переноса кинетической энергии турбулентности k и диссипации кинетической энергии ε , а также добавлены два уравнения переноса температурных пульсаций k_θ и их диссипации ε_θ .

Основное усовершенствование в модели АКН достигнуто введением колмогоровского масштаба скорости $u_\varepsilon \equiv (v\varepsilon)^{1/4}$ вместо касательной составляющей скорости, чтобы рассчитать пристеночные и низкорейнольдсовые эффекты как в присоединенных, так и отсоединенных потоках.

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu_\ell + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} + G_k - \rho \varepsilon, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu_\ell + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k}, \quad (2)$$

где $G_k = 2\mu_t S^2 = \frac{1}{2} \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2$, $\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$.

Для учета демпфирующего влияния стенки в модели введены два функциональных множителя в выражении для турбулентной вязкости и в уравнении переноса скорости диссипации, которые определяются следующими выражениями:

$$f_\mu = \left[1 - \exp\left(-\frac{y^+}{14}\right) \right]^2 \left[1 + \frac{5}{\text{Re}_t^{3/4}} \exp\left\{-\left(\frac{\text{Re}_t}{200}\right)^2\right\} \right],$$

$$f_2 = \left[1 - \exp\left(-\frac{y^+}{3,1}\right) \right]^2 \left[1 - 0,3 \exp\left\{-\left(\frac{\text{Re}_t}{200}\right)^2\right\} \right],$$

где турбулентное число Рейнольдса $\text{Re}_t = \frac{\rho k^2}{\mu \varepsilon}$ и безразмерное расстояние до стенки $y^* = \frac{(v\varepsilon)^{1/4} y}{\nu}$,

где y – расстояние до стенки. Константы модели:

$$C_\mu = 0,09, \quad \sigma_k = 1,6, \quad \sigma_\varepsilon = 1,6, \quad C_{\varepsilon 1} = 1,5, \quad C_{\varepsilon 2} = 1,9.$$

В модели АКН вводится дополнительное соотношение для турбулентной теплопроводности и турбулентного числа Прандтля:

$$\frac{\lambda_t}{\rho C_p} \equiv \frac{\nu_t}{\text{Pr}_t} \equiv \alpha_t = C_\lambda f_\lambda \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad \text{Pr}_t = \frac{C_\mu f_\mu}{C_\lambda f_\lambda}. \quad (3)$$

Тепловое поле описывается следующими уравнениями:

$$\frac{\partial(\rho k_\theta)}{\partial t} + \nabla(\rho V k_\theta) = \nabla \left(\rho \left(\alpha + \frac{\alpha_t}{\sigma_{k\theta}} \right) \nabla k_\theta \right) + \rho \alpha_t (\nabla T)^2 - \rho \varepsilon_\theta, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \varepsilon_\theta)}{\partial t} + \nabla(\rho V \varepsilon_\theta) = & \nabla \left(\rho \left(\alpha + \frac{\alpha_t}{\sigma_{\varepsilon\theta}} \right) \nabla \varepsilon_\theta \right) + C_{P1} f_{P1} \frac{\varepsilon_\theta}{2k_\theta} \rho \alpha_t (\nabla T)^2 + \\ & + C_{P2} \rho \frac{\varepsilon_\theta}{k} \nu_t S^2 - \rho C_{D1} f_{D1} \frac{\varepsilon_\theta^2}{2k_\theta} - \rho C_{D2} f_{D2} \frac{\varepsilon \varepsilon_\theta}{k}. \end{aligned} \quad (5)$$

Демпфирующие функции определяются следующими выражениями:

$$f_\lambda = \left\{ \frac{2R}{C_m + R} + 3 \frac{(v\varepsilon)^{3/4} (2R)^{1/2}}{k^{3/2} \text{Pr}} f_d \right\} \times \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{y^*}{14}\right) \right\} \left[1 - \exp\left(-\frac{\text{Pr}^{1/2} y^*}{14}\right) \right], \quad (6)$$

где $R = \frac{k_\theta/\varepsilon_\theta}{k/\varepsilon}$,

$$\begin{aligned} f_{D1} &= f_{P1} = \left\{ 1 - \exp(-y^*) \right\}, \\ f_{D2} &= \frac{C_{\varepsilon 2} f_{\varepsilon 2}}{C_{D2}} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{y^*}{A_{D2}}\right) \right\}^2, \\ f_d &= \exp\left(-\left(\frac{\text{Re}_t}{200}\right)^2\right), \\ f_{\varepsilon 2} &= 1 - 0,3 \exp\left(-\left(\frac{\text{Re}_t}{6,5}\right)^2\right). \end{aligned}$$

Константы данной модели:

$$\begin{aligned} C_\lambda &= 0,1, & \sigma_{k\theta} &= 1,6, & \sigma_{\varepsilon\theta} &= 1,6, & C_{\varepsilon 2} &= 1,9, \\ C_{P1} &= 1,9, & C_{P2} &= 0,6, & C_{D1} &= 2,0, & C_{D2} &= 0,9, \\ C_m &= 0,5, & A_{D2} &= 5,7. \end{aligned}$$

Модель турбулентности S&S

Модель S&S [3] основана на стандартной k - ε модели турбулентности для низких чисел Рейнольдса. Она «практически полностью» аналогична модели AKN за исключением единственного слагаемого, добавляемого в уравнения для учета так называемых «низкорейнольдсовых» эффектов.

Турбулентная теплопроводность в данной модели определяется соотношением:

$$\frac{\lambda_t}{\rho C_p} \equiv \frac{v_t}{\text{Pr}_t} \equiv \alpha_t = C_\lambda f_\lambda k \sqrt{\frac{k 2k_\theta}{\varepsilon \varepsilon_\theta}}. \quad (7)$$

Соответственно,

$$\text{Pr}_t = \frac{C_\mu f_\mu}{C_\lambda f_\lambda} \sqrt{\frac{k/\varepsilon 2k_\theta}{2k_\theta/\varepsilon_\theta}}. \quad (8)$$

Функция f_μ определяется используемой k - ε моделью.

Уравнения переноса для переменных k_θ и ε_θ выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial(\rho k_\theta)}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} k_\theta) = \nabla \left(\rho \left(\alpha + \frac{v_t}{\sigma_{k\theta}} \right) \nabla k_\theta \right) + \rho \alpha_t (\nabla T)^2 - \rho \varepsilon_\theta. \quad (9)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon_\theta)}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} \varepsilon_\theta) = \nabla \left(\rho \left(\alpha + \frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon\theta}} \right) \nabla \varepsilon_\theta \right) + C_{P1} \frac{\varepsilon_\theta}{2k_\theta} \rho \alpha_t (\nabla T)^2 + C_{P2} \frac{\varepsilon_\theta}{k_t} \mu_t G - \rho C_{D1} \frac{\varepsilon_\theta^2}{2k_\theta} - \rho C_{D2} \frac{\varepsilon_t \varepsilon_\theta}{k} + \rho \xi_{\varepsilon\theta}. \quad (10)$$

Поправочная функция (для низкорейнольдсовых режимов) задается выражением:

$$\xi_{\varepsilon\theta} = f_{w,\varepsilon\theta} \left[(C_{D1} - 4) \frac{\varepsilon_\theta^2}{2k_\theta} + C_{D2} \frac{\varepsilon\varepsilon_\theta}{k_t} - \frac{(\varepsilon_\theta - \alpha 2k_\theta/y^2)^2}{2k_\theta} + (2 - C_{P1}) \frac{\varepsilon_\theta}{2k_\theta} \alpha_t (\nabla_x T)^2 \right]. \quad (11)$$

Демпфирующие функции:

$$f_\lambda = f_{w,\varepsilon\theta} \frac{C_{1\lambda}}{\text{Re}_t^{1/4}} + \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{y^*}{A^+}\right) \right\}, \quad f_{w,\varepsilon\theta} = \exp\left(-\left(\frac{\text{Re}_t}{80}\right)^2\right). \quad (12)$$

Турбулентное число Рейнольдса и безразмерное расстояние до стенки:

$$\text{Re}_t = \frac{\rho k^2}{\mu\varepsilon}, \quad y^* = \frac{C_\mu^{1/4} k^{1/2} y}{\nu}. \quad (13)$$

Константы модели:

$$\begin{aligned} C_\lambda &= 0,11, & \sigma_{k\theta} &= 1,227, & \sigma_{\varepsilon\theta} &= 1,227, & C_{\varepsilon 2} &= 1,9, \\ C_{P1} &= 1,8, & C_{P2} &= 0,72, & C_{D1} &= 2,2, & C_{D2} &= 0,8, \\ C_{1\lambda} &= 0,1, & A^+ &= 30. \end{aligned}$$

Результаты расчетов. Турбулентное течение за обратным уступом

В данной задаче рассматривается течение в канале с обратным уступом и подогреваемой нижней стенкой за ним. Она является популярным тестом, часто используемым для оценки моделей турбулентности. Данное течение имеет экспериментальные данные по коэффициенту трения и числу Стантона вдоль нижней стенки [4]. Моделирование турбулентного течения производится с использованием RANS моделей турбулентности.

Число Рейнольдса, построенное по высоте уступа и скорости в центре канала, составляет 28000, число Прандтля $\text{Pr} = 0,7$. Исследуемое течение содержит отрыв потока от поверхности канала и его присоединение к нижней стенке.

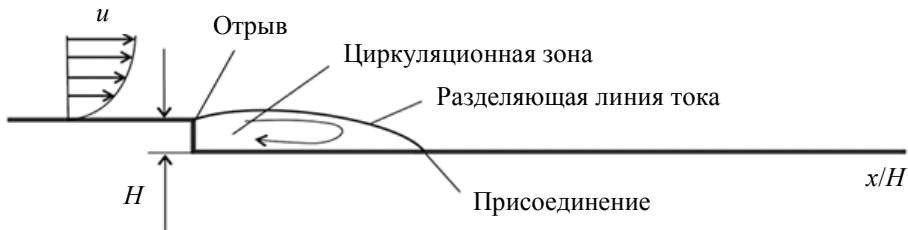


Рис. 1. Схема течения в канале с обратным уступом

В расчете используется блочно-структурированная трехмерная сетка с числом ячеек 1,2 млн. Размер области по координате z составлял $2H$. Число ячеек по координате Z к 20. Для RANS расчетов данная сетка является избыточно подробной и заведомо обеспечивает независимое от сетки решение.

На вход устанавливался профиль скорости и турбулентные параметры, которые соответствуют течению в плоском канале высотой $4H$ в сечении, в котором толщина потери импульса пограничного слоя на стенках канала равна экспериментальному значению. На нижней стенке задавался фиксированный поток тепла $q = 270 \text{ Вт/м}^2$.

В результате расчета определялся коэффициент трения C_f и число Стантона St вдоль нижней стенки:

$$C_f = \frac{2\tau_w}{\rho u^2}, \quad St(x) = \frac{q(x)}{\rho C_p}. \quad (14)$$

Ниже приведены результирующие графики для различных моделей турбулентности в сравнении с экспериментом [4].

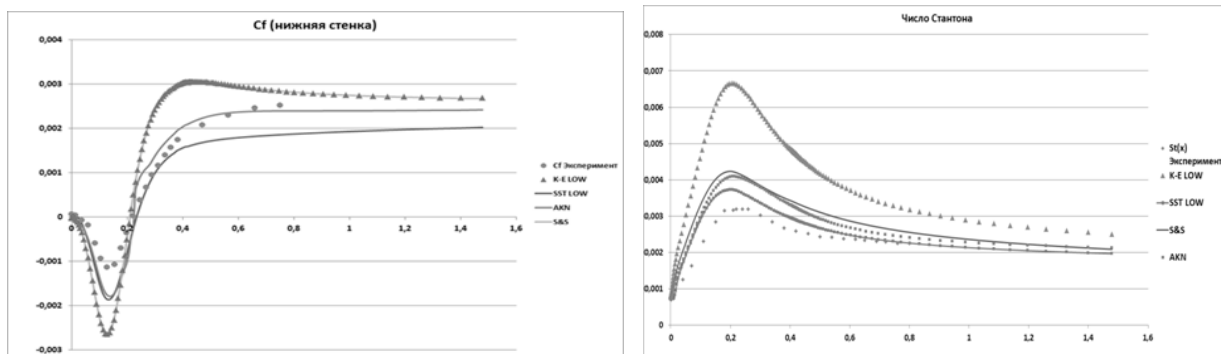


Рис. 2. Коэффициент трения (слева) и число Стантона (справа) вдоль нижней стенки обратного уступа

Расчеты по всем моделям показали формирование за обратным уступом зону торможения потока, отмечено образование большого и малого вихрей, что соответствует физике процесса (рис. 3).

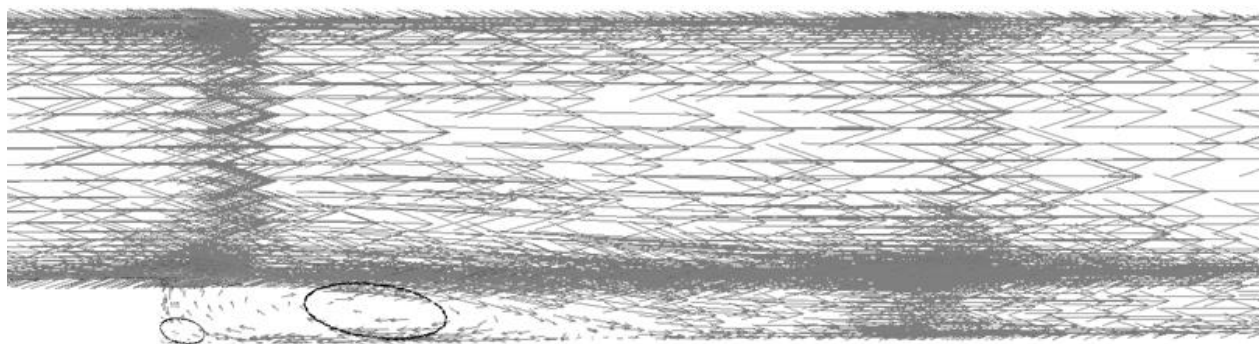


Рис. 3. Схема течения потока за обратным уступом (векторное поле скорости)

Из представленных рисунков видно, что по числу Стантона, являющемуся характеристикой теплоотдачи, модель AKN ведет себя полностью аналогично модели SST. Это можно считать очень неплохим результатом, учитывая, что она основана на $k-\varepsilon$, тогда как сама $k-\varepsilon$ дает результат достаточно плохой. Введение дополнительных механизмов для улучшенного моделирования теплообмена действительно помогает более точно определить тепловые потоки около стенки. Модель S&S дает схожий с AKN результат, что в принципе закономерно, учитывая их идентичность.

Что касается коэффициента трения, то введение специализированной демпфирующей функции в AKN сказалось положительным образом на его определении, тогда как результат для модели S&S совпадает с результатами по $k-\varepsilon$, что тоже закономерно, ввиду использования одинаковых демпфирующих функций.

Расчет турбулентного течения натриевого теплоносителя в трубе с охлаждением

В данной задаче рассматривается развитое турбулентное течение натриевого теплоносителя в круглой трубе. Снаружи труба омывается средой с бесконечно большим расходом и бесконечно большим коэффициентом теплоотдачи. В этом случае температуру наружной стенки трубы можно принять постоянной.

Для расчета данной задачи созданы две расчетные модели:

- сектор, расчетная сетка содержит 500 тыс. ячеек (а);
- труба, расчетная сетка содержит 6 млн. 360 тыс. ячеек (б).

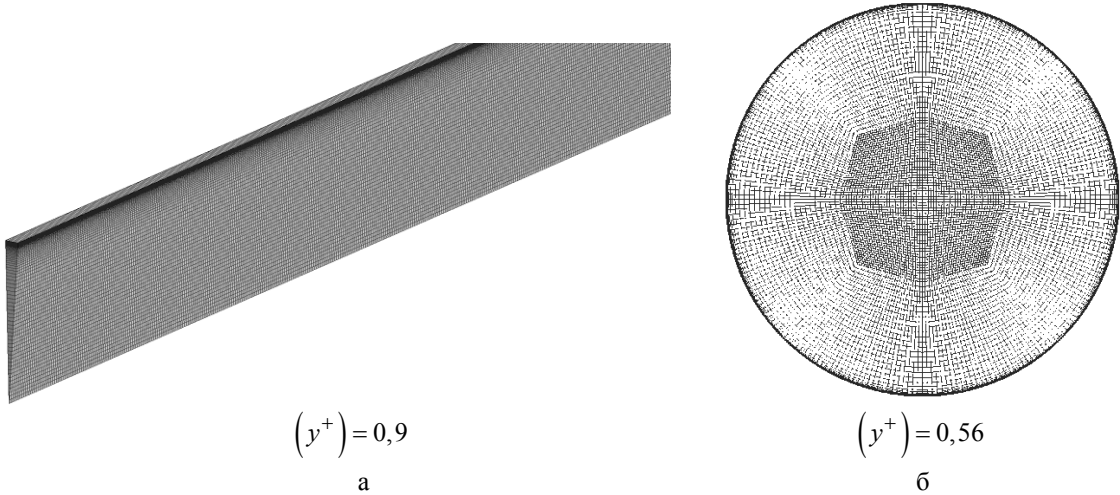


Рис. 4. Расчетная сетка: а – сектор, б – труба

Сетка построена со сгущением к поверхности трубы. Толщина первого пристеночного слоя выбрана таким образом, чтобы обеспечить значение безразмерного параметра $y^+ < 1$.

Задача решается с натриевым теплоносителем. Теплофизические характеристики теплоносителя принимаются при температуре $550\text{ }^\circ\text{C}$, где плотность $\rho = 820\text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость $c_p = 1258\text{ Дж/(кг}\cdot\text{C)}$, коэффициент теплопроводности $\lambda = 67,3\text{ Вт/(м}\cdot\text{C)}$, динамическая вязкость $\mu = 2,2 \cdot 10^{-4}\text{ Па}\cdot\text{с}$; число Прандтля $Pr = 4,116 \cdot 10^{-3}$.

При задании граничных условий стенка трубы делится на две части (рис. 5):

- на первой части (длиной l_1) задается адиабатическое условие ($q = 0$). Это сделано для получения на входе во вторую часть стабилизированного распределения скорости потока;
- на второй части (длиной l_2) задается граничное условие первого рода $T_w = 150\text{ }^\circ\text{C}$.

На входе задана скорость потока U , соответствующая расходу, и температура $T_{in} = 823\text{ K}$. На выходе задается граничное условие «свободный выход ($P = 0$)».

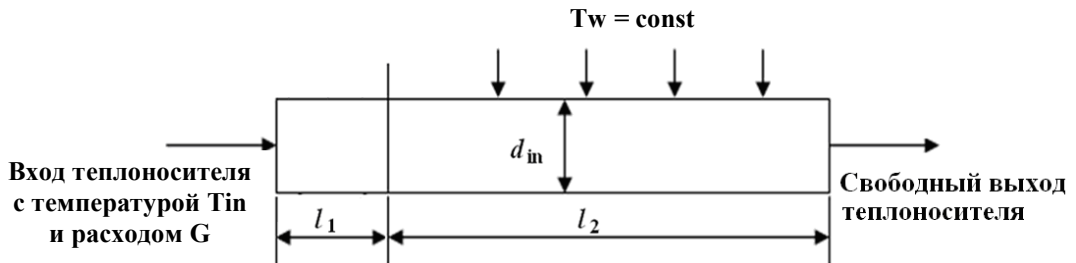


Рис. 5. Схема расстановки граничных условий

Проводилось сравнение полученных при расчете значений температуры на выходе из трубы Т с аналитическим решением [5].

Таблица 1

Результаты расчета по ПК ЛОГОС. Расход среды $G = 21$ кг/с

Сетка	Модель	T, оС	Δ , %
Сектор 0,5 млн	Аналитическое решение, °С	473,46	
	AKN	491,147	4,42
	KE LOW	447,827	6,41
	SST ALL	449,991	5,87
	SST LOW	449,990	5,87
	S&S	491,168	4,42

Таблица 2

Результаты расчета по ПК ЛОГОС. Расход среды $G=21$ кг/с

Сетка	Модель	T, оС	Δ , %
Труба 6,36 млн	Аналитическое решение, °С	473,46	
	AKN	491,453	4,50
	KE LOW	447,1740273	6,57
	SST ALL	451,1846786	5,57
	SST LOW	451,1846786	5,57
	S&S	491,61	4,54

Анализируя представленные результаты, приходим к выводу о том, что модели турбулентности AKN и S&S дают наилучшие результаты, что закономерно, так как они и позиционируются пригодными для расчета течения теплоносителей с низким числом Прандтля.

Заключение

В работе представлено описание моделей AKN и S&S. Представлены расчеты по данным моделям задачи обтекания обратного уступа с подогреваемой стенкой за ним вязким несжимаемым газом и задачи турбулентного течения натриевого теплоносителя в трубе с охлаждением. По полученным результатам можно сказать, что модели турбулентности AKN и S&S дают наилучшие результаты по сравнению с другими RANS моделями, что было ожидаемо, так как данные модели разрабатывались для более точного расчета теплопереноса.

Литература

1. Abe K., Kondoh T., Nagano Y. A new turbulence model for predicting fluid flow and heat transfer in separating and reattaching flows – I. Flow field calculations, Toyota Central Research and Development Laboratories, Inc., Nagakute-cho, Aichi-gun, Aichi-ken 480-11, Japan, 1993.
2. Abe K., Kondoh T., Nagano Y. A new turbulence model for predicting fluid flow and heat transfer in separating and reattaching flows – II. Thermal field calculations, Toyota Central Research and Development Laboratories, Inc., Nagakute-cho, Aichi-gun, Aichi-ken 480-11, Japan, 1994.

3. Sommer T. P., SO RM. C., Lai Y. G. A near-wall two-equation model for turbulent heat flux.
4. Vogel J. C., Eaton J. K. Combined Heat Transfer and Fluid Dynamic Measurements Downstream of a Backward-Facing Step // Journal of Heat Transfer. 1985. Vol. 107. P. 922–929.
5. Rodi W. The prediction of free turbulent boundary layers by use of a two-equation model of turbulence: Ph. D. Thesis, Imperial College London, 1972.

ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ КОНИЧЕСКОЙ СБОРКИ ЦЕНТРОБЕЖНОГО ЭЛЕКТРОНАСОСА ПРИ ПЕРЕКАЧКЕ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ

В. М. Конюхов¹, И. В. Конюхов¹, С. В. Краснов²

¹Казанский (Приволжский) федеральный университет,
²НПЦ «Нефтегаз», г. Саров

Математическое и численное моделирование сложных процессов тепломассопереноса при течении многофазных сред в трубах добывающих скважин, оборудованных установками электроцентробежных насосов (УЭЦН), является одним из наиболее эффективных и экономичных способов исследования режимов работы механизированного подъемника, оптимизации и подбора подземного оборудования. При этом необходимо учитывать, что насосная скважина и пласт представляют собой единую систему, характеризующую тесной взаимосвязанностью происходящих в ней термодинамических процессов, причем нередко УЭЦН эксплуатируются при достаточно низких значениях давления на входе в первую ступень насосного узла, когда объемное расходное газосодержание в потоке достигает 30–40 %. Такое количество свободной газовой фазы в перекачиваемой продукции существенно ухудшает напорные и энергетические характеристики насоса [1, 2]. Поэтому важным моментом повышения надежности работы подъемника перед началом его эксплуатации является правильный подбор, если считать критерием оптимальности максимум КПД УЭЦН, типа установки и определение глубины ее размещения в скважине, согласованные с конкретными свойствами пластовой продукции, геометрическими параметрами наклонно-направленной скважины и фильтрационно-емкостными свойствами пласта. Кроме того, в процессе эксплуатации скважины со временем может произойти изменение состава продукции на забое скважины (и, соответственно, на входе в первую ступень ЭЦН), в результате которого насос начинает работать вне оптимальной области интегральных характеристик «напор – подача», «КПД – подача», «мощность – подача», что приводит к перегрузу либо недогрузу погружного электродвигателя (ПЭД), вращающего вал установки. В таких случаях можно попытаться оптимизировать работу насосного оборудования и всей системы «пласт – скважина» без прекращения их работы с помощью современных наземных средств [3, 4] воздействия. В настоящее время для этой цели могут быть использованы прежде всего: 1) станции управления, предназначенные не только для приема и контроля рабочих параметров двигателя и насоса, измеряемых телеметрическими датчиками, но и для изменения режима работы ПЭД за счет изменения величины его напряжения или частоты силы тока; 2) специальные штуцерные устройства, позволяющие изменить сечение трубы на устье скважины.

Для решения соответствующих задач двух типов – оптимизации и управления – используется программно-технический комплекс ИСКЕНДЕР [4–6], разработанный на основе современных методов математического и численного моделирования процессов, происходящих при движении многофазных потоков в трубах скважины, проточных каналах электроцентробежного насоса и пористой среде пласта. К первому типу относятся оптимизационные задачи, ориентированные на прогноз эксплуатационных режимов работы механизированного подъемника, например, такие как

- рациональный подбор подземного оборудования к скважине,