

8. Dhondt G. The Finite Element Method for Three-dimensional Thermomechanical Applications. John Wiley & Sons, 2004.

9. Dhondt G. CalculiXCrunchiX USER'S MANUAL version 2.5. [Electronic resource]. Mode of access: www.calculix.de, 2012.

ПАКЕТ ПРОГРАММ ЛОГОС. УЧЕТ ЭФФЕКТОВ ПОЛЗУЧЕСТИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ СТАТИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ

Р. А. Барабанов, Д. Ю. Дьянов, Е. А. Филимонкин, К. В. Циберева

Российский федеральный ядерный центр –
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, г. Саров

Введение

В настоящее время во ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» разрабатывается пакет программ ЛОГОС для решения широкого круга задач механики деформируемого твердого тела на многопроцессорных вычислительных ресурсах [1]. Одной из составных частей данного пакета программ является модуль решения задач расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкций при квазистатических термосиловых воздействиях, основанный на методе конечных элементов (МКЭ). Этот модуль позволяет проводить численное решение задач статической прочности как в линейной, так и в нелинейной постановках. Ползучесть – один из видов так называемой физической, или материальной, нелинейности, обусловленной нелинейной зависимостью между тензорами деформаций и напряжений. Одну сторону этого явления – рост во времени деформаций при постоянной нагрузке – называют собственно ползучестью, а другую – уменьшение во времени напряжений при постоянной полной деформации – релаксацией. В общем случае ползучести изменение деформаций сопровождается и изменением напряжений. Обычно ползучесть учитывается при расчете и конструировании деталей машин, находящихся в процессе эксплуатации длительное время в нагретом состоянии. В таких условиях работают, например, элементы конструкций паровых и газовых турбин, реактивных двигателей, ядерных реакторов, паровых котлов, узлы оборудования нефтяной промышленности, детали химических аппаратов и тепловых приборов. В отдельный вид выделяют так называемую радиационную ползучесть – ползучесть, вызванную облучением материала потоком нейтронов. Особенностью расчетов на ползучесть является учет фактора времени, который в обычных расчетах на статическую нагрузку во внимание не принимается.

В данной работе приводятся базовые соотношения и расчетные формулы, используемые в пакете программ ЛОГОС для учета эффектов ползучести при численном моделировании процесса деформирования конструкций, находящихся в условиях квазистатического нагружения.

Для демонстрации работоспособности и эффективности реализованных функциональных возможностей по моделированию ползучести в докладе представлены результаты численного расчета задач, проведенного с использованием пакета программ ЛОГОС. Проводится сравнительный анализ полученных результатов с эталонными решениями.

1. Теоретические основы расчета процесса ползучести

Поскольку общее описание основных подходов и алгоритмов, используемых в пакете программ ЛОГОС для решения задач статической прочности конструкций, приведено, например, в [2], остановимся только на аспектах, связанных с реализацией алгоритма расчета процесса ползучести.

При решении задачи статической прочности процесс деформирования представляется в виде последовательности равновесных состояний, которые реализуются при соответствующих уровнях нагружения. Для каждого такого равновесного состояния связь между компонентами напряжений и деформаций выражается соотношением:

$$\{\sigma\} = [D] \left(\{\varepsilon\} - \{\varepsilon^c\} \right), \quad (1)$$

где $\{\sigma\}^T = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}\}$ – вектор, составленный из компонент тензора напряжений, $\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{xz}\}$ – вектор из компонент тензора полных деформаций, $\{\varepsilon^c\}^T = \{\varepsilon_{xx}^c, \varepsilon_{yy}^c, \varepsilon_{zz}^c, \varepsilon_{xy}^c, \varepsilon_{yz}^c, \varepsilon_{xz}^c\}$ – вектор из компонент тензора деформаций ползучести, $[D]$ – матрица материальных констант.

Считается, что объемная деформация вследствие ползучести не изменяется:

$$\varepsilon_{xx}^c + \varepsilon_{yy}^c + \varepsilon_{zz}^c = 0. \quad (2)$$

Компоненты скоростей деформаций ползучести $\dot{\varepsilon}_{ij}^c$ определяются в соответствии с законом течения [3, 4, 5], согласно которому вектор скорости деформации ползучести ортогонален поверхности ползучести в пространстве компонент тензора напряжений:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^c = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (3)$$

где f – потенциал ползучести.

Следуя теории течения, принимаем, что потенциал ползучести f зависит от второго инварианта девиатора напряжений, интенсивности скоростей деформаций ползучести, времени, и записываем его в виде:

$$f = \frac{3}{2} s_{ij} s_{ij} - \left[g(\dot{\varepsilon}_i^c, t) \right]^2. \quad (4)$$

В формуле (4) s_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений, $\dot{\varepsilon}_i^c$ – интенсивность скоростей деформаций ползучести. Уравнение $f = 0$ представляет собой уравнение поверхности ползучести в пространстве компонент тензора напряжений.

Подставляя (4) в формулу (3), получаем зависимости компонент скоростей деформаций ползучести от компонент напряжений по теории течения:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^c = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_i^c}{\sigma_i} s_{ij}, \quad (5)$$

где $\sigma_i = \frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}$ – интенсивность напряжений по Мизесу.

Таким образом, имея закон ползучести, записанный в виде $\dot{\varepsilon}_i^c = f_c(\sigma_i, t)$, и зная параметры НДС на предыдущем шаге нагружения, необходимо в каждой точке интегрирования конечного элемента определить параметры НДС, соответствующие текущему равновесному деформированному состоянию конструкции под действием приложенных нагрузок.

В пакете программ ЛОГОС, так же как и во многих других программах анализа статической прочности конструкций, реализованы два способа расчета параметров ползучести на шаге нагружения: явный и неявный. При явной ползучести интенсивность скоростей деформаций ползучести определяется на основе компонент напряжений с предыдущего шага:

$$\dot{\varepsilon}_i^c = f_c(\sigma_i(t), t + \Delta t). \quad (6)$$

Ввиду того, что величина деформации ползучести уже известна в начале шага нагружения, на ее основе формируется соответствующий вклад в вектор эквивалентных узловых сил. Та-

ким образом, для получения решения на шаге нагружения, необходимо только 1 раз разрешить систему линейных алгебраических уравнений, к которой сводится конечно-элементная дискретизация принципа минимума полной потенциальной энергии деформируемой системы [6, 7]. В то же время существенным недостатком данного подхода является необходимость мелкого шага нагружения для обеспечения корректности решения. Поэтому, для контроля за решением вводится специальный параметр, равный отношению приращения деформации ползучести на шаге решения к полной упругой деформации. И считается, что если максимальное среди всех точек интегрирования конечных элементов значение этой величины превосходит допускаемое значение, необходимо откатиться к предыдущему состоянию и провести расчет с меньшим шагом нагружения.

В случае неявной процедуры расчета параметров ползучести в выражении для интенсивности скоростей деформаций ползучести используется текущая (заведомо не известная) интенсивность напряжений:

$$\dot{\varepsilon}_i^c = f_c(\sigma_i(t + \Delta t), t + \Delta t). \quad (7)$$

Для удобства перепишем соотношение (5) в следующем виде:

$$\{\dot{\varepsilon}^c\} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_i^c}{\sigma_i} [P] \{\sigma\}, \quad (8)$$

где P – матрица, определяемая выражением $\{s\} = [P] \{\sigma\}$.

С учетом (8), зависимость напряжений от деформаций (1) запишется в следующем виде:

$$\{\sigma^{t+\Delta t}\} = [D] \left\{ \{\varepsilon^{t+\Delta t}\} - \{\varepsilon^t\} - \frac{3}{2} \frac{\Delta \varepsilon_i^c}{\sigma_i} [P] \{\sigma^{t+\Delta t}\} \right\}. \quad (9)$$

Подставляя соотношение (9) в выражение для интенсивности напряжений, получаем нелинейное уравнение относительно интенсивности напряжений, соответствующей текущему шагу нагружения:

$$\frac{3}{2} \{\sigma^{t+\Delta t}\} [P] \{\sigma^{t+\Delta t}\} - \sigma_i^2 = 0. \quad (10)$$

Таким образом, процедура расчета материальных характеристик в случае неявной ползучести сводится к формированию и решению нелинейного уравнения относительно интенсивности напряжений. После этого определяются все остальные компоненты НДС конструкции. В отличие от явной ползучести при данном подходе требуется итерационный процесс уточнения равновесного состояния на шаге нагружения, но, с другой стороны, не требуется мелкого шага нагружения для корректного расчета характеристик ползучести. С точки зрения точности и эффективности метод более предпочтителен по сравнению с явной ползучестью.

Ввиду того, что при неявной ползучести равновесное состояние конструкции уточняется путем итерационного процесса Ньютона – Рафсона [8], необходимо вывести соотношения для касательной матрицы материальных констант, используемой при построении касательной матрицы жесткости системы. Для упрощения формульного представления, далее в этом разделе векторные и матричные величины не выделяются фигурными и квадратными скобками.

Вариация определяющего соотношения (9) записывается в следующем виде:

$$d\sigma = D \left[d\varepsilon - d \left(\Delta \varepsilon_i^c \right) \frac{3}{2\sigma_i} P\sigma + \Delta \varepsilon_i^c \frac{3}{2\sigma_i^2} d\sigma_i P\sigma - \Delta \varepsilon_i^c \frac{3}{2\sigma_i} P d\sigma \right]. \quad (11)$$

Используя выражения (7) и (10) имеем:

$$d\Delta \varepsilon_i^c = \Delta t \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_i} d\sigma_i, \quad (12)$$

$$d\sigma_i = \frac{3}{2\sigma_i} \sigma_i^T P d\sigma. \quad (13)$$

Подставив (12), (13) в (11) и сделав ряд алгебраических преобразований, получим соотношение для касательной матрицы материальных констант в виде:

$$d\sigma = D_T d\varepsilon, \quad (14)$$

где

$$D_T = \left[D^{-1} + \frac{9}{4\sigma_i^2} \left(\Delta t \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_i} - \frac{\Delta \varepsilon_i^c}{\sigma_i} \right) P \sigma \sigma^T P + \Delta \varepsilon_i^c \frac{3}{2\sigma_i} P \right]^{-1}. \quad (15)$$

Стоит отметить, что использование касательной матрицы материальных констант в большинстве случаев значительно увеличивает скорость сходимости итерационного процесса решения нелинейной задачи.

2. Результаты расчетов

В качестве иллюстрации применения пакета программ ЛОГОС для численного моделирования процесса квазистационарного деформирования с учетом ползучести в данном разделе представлены результаты расчетов некоторых задач.

2.1. Задача установившейся ползучести толстостенной трубы, нагруженной внутренним давлением

Толстостенная труба, внутренний радиус которой r_1 , а наружный r_2 , нагружена внутренним равномерно распределенным по поверхности давлением p . Описывается деформирование трубы вследствие процесса установившейся ползучести при выдержке под нагрузкой в течение заданного промежутка времени. Считается, что материал трубы является однородным, изотропным. Ползучесть описывается при помощи степенного закона: $\dot{\varepsilon}_i^c = A \sigma_i^m$, где A , m – материальные константы. При проведении расчетов было принято, что отношение внутреннего радиуса трубы к наружному $r_1/r_2 = 0,5$, а величина показателя степени $m = 3$. Результаты численного решения данной задачи, проведенного по пакету программ ЛОГОС, сравниваются с аналитическим решением данной задачи, приведенным в [3]. На рис. 1 приведены полученные распределения по толщине трубы радиального перемещения, радиального (σ_r) и окружного (σ_θ) напряжений.

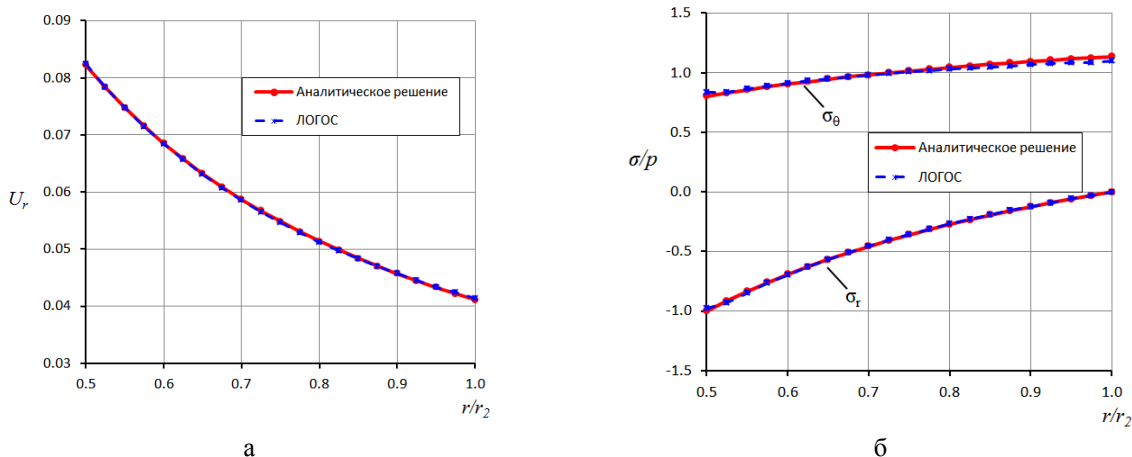


Рис. 1. Результаты решения задачи установившейся ползучести трубы: а – распределение радиального перемещения, б – распределения радиального и окружного напряжений

Наблюдается хорошее качественное и количественное согласие численного решения данной задачи, полученного по пакету ЛОГОС, с аналитическим решением. Относительное отклонение результатов не превышает 5 %.

2.2. Задача о релаксации напряжений

Целью данной задачи являлось описание процесса релаксации напряжений за счет ползучести в предварительно нагруженной детали. Постановка задачи схематично изображена на рис. 2.

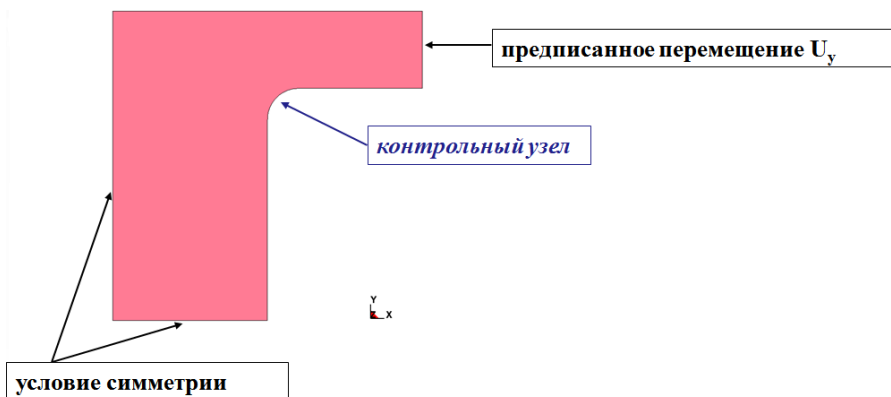


Рис. 2. Постановка задачи о релаксации напряжений

Для моделирования упругого характера поведения конструкции использовалась модель однородного, изотропного материала со следующими физико-механическими характеристиками: модуль упругости первого рода $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. Расчет деформаций ползучести проводился в предположении изотропии на основе следующего определяющего соотношения: $\dot{\epsilon}_i^c = A \sigma_i^m t^n$, где A , m , n – материальные константы.

Нагружение объекта осуществлялось в 2 этапа. На первом из них определялись параметры НДС конструкции под действием приложенной внешней нагрузки ($U_y = 0,5$) без учета ползучести. На втором, при неизменной внешней нагрузке, рассчитывались параметры деформирования с учетом ползучести.

Пространственная дискретизация детали выполнена на основе 8-узловых элементов сплошной среды.

На рис. 3–4 для сравнения приводятся распределения полей результирующего перемещения и накопленной деформации ползучести на момент окончания расчета, полученные по модулю решения задач статической прочности пакета программ ЛОГОС, и эталонное решение.

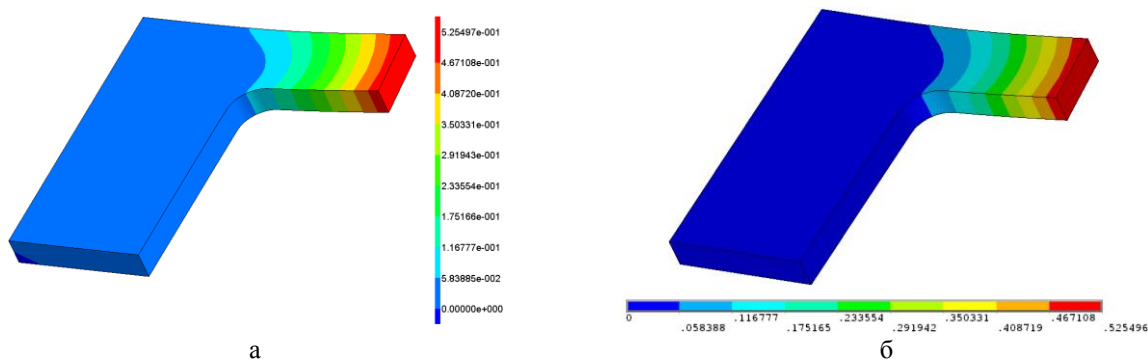


Рис. 3. Поле результирующего перемещения на конечный момент времени в задаче о релаксации напряжений: а – ЛОГОС, б – эталонное решение

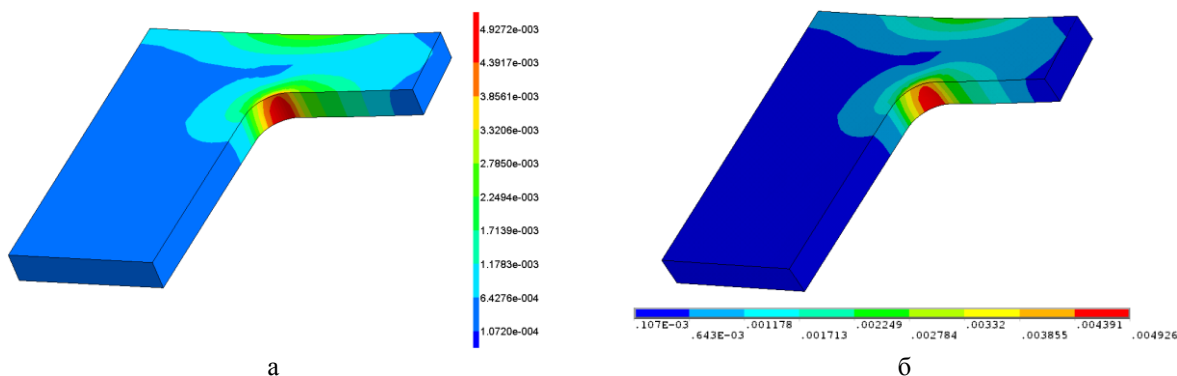


Рис. 4. Распределение накопленной деформации ползучести в задаче о релаксации напряжений:
а – ЛОГОС, б – эталонное решение

Также в этой задаче отслеживалось изменение интенсивности напряжений по Мизесу в контрольном узле (рис. 5) и характерные значения максимального перемещения узлов конструкции, а также величина максимальной остаточной деформации ползучести (табл. 1).

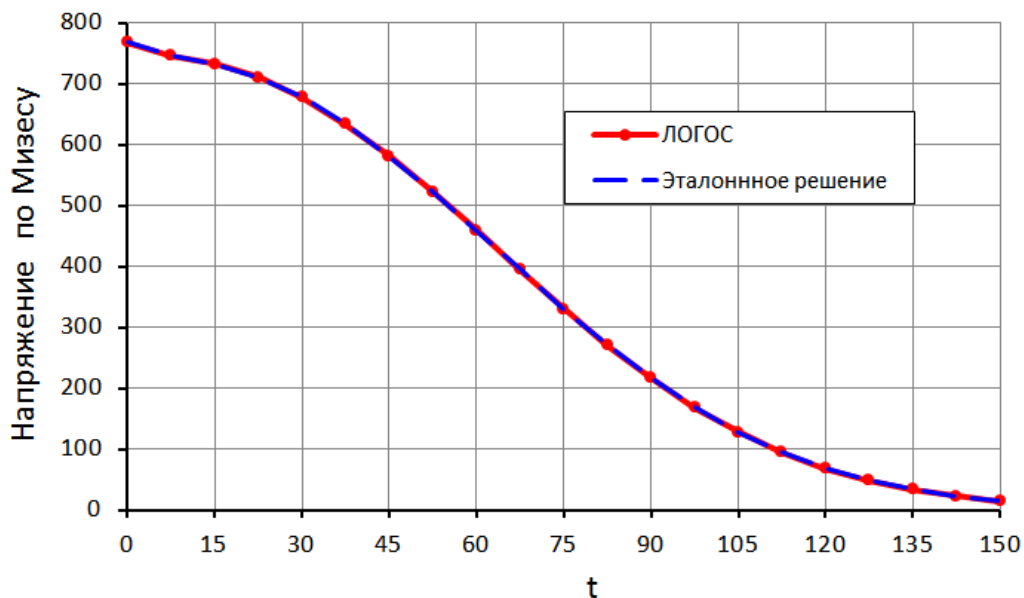


Рис. 5. Изменение интенсивности напряжений по Мизесу в контрольном узле

Таблица 1

Результаты численного решения задачи о релаксации напряжений

Величина	ЛОГОС	Эталонное решение	Относительное отклонение, %
Максимальное результирующее перемещение	0,525497	0,525496	Менее 0,05
Максимальная накопленная деформация ползучести, %	0,492725	0,492607	Менее 0,05

Сравнивая полученные данные, можно сделать вывод о хорошем качественном и количественном согласии результатов по ЛОГОС с эталонным решением.

2.3. Задача о деформировании графитового блока

Рассматривается задача по моделированию процессов деформирования графитового блока кладки реактора при эксплуатационном нагружении. При проведении расчета учитывались основные факторы, определяющие НДС блока, такие как трансверсально-изотропный материал графита (различные значения характеристик в направлениях, перпендикулярном и параллельном направлению экструзии при изготовлении блоков), процессы теплового расширения, радиационного формоизменения, радиационной ползучести графита. Геометрические размеры блока, параметры нагружения, граничные условия, значения материальных констант графита марки ГР-280, характеристики теплового расширения, радиационного формоизменения, радиационной ползучести графита были взяты из нормативных документов. Конечноэлементная модель объекта построена на основе элементов сплошной среды первого порядка.

Расчет проводился по модулю статической прочности пакета программ ЛОГОС в 2 шага нагружения. На первом шаге решалась упругая задача с нулевым флюенсом нейтронов, но заданным распределением температуры, а на втором шаге расчета флюенс линейно возрастал до максимальных значений при сохраняющемся неизменным полем температуры.

На рис. 6 приведены картины распределения полей перемещения вдоль одной из координатных осей на момент окончания расчета, полученные при решении данной задачи по ЛОГОС и по одной из конечно-элементных методик, чей результат рассматривается в качестве эталонного.

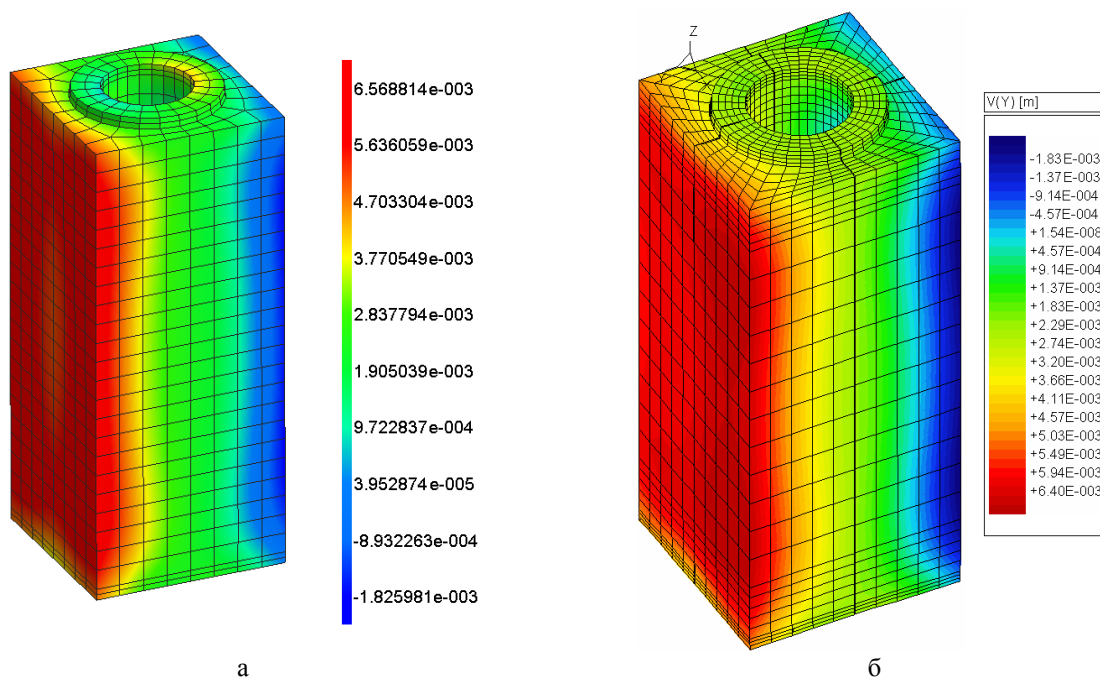


Рис. 6. Поле перемещения вдоль оси y на конечный момент времени в задаче о деформировании графитового блока: а – ЛОГОС, б – эталонное решение

На рис. 7 представлены графики изменения компоненты перемещения в трех характерных точках блока, полученные численным моделированием в двух конечноэлементных программных продуктах.

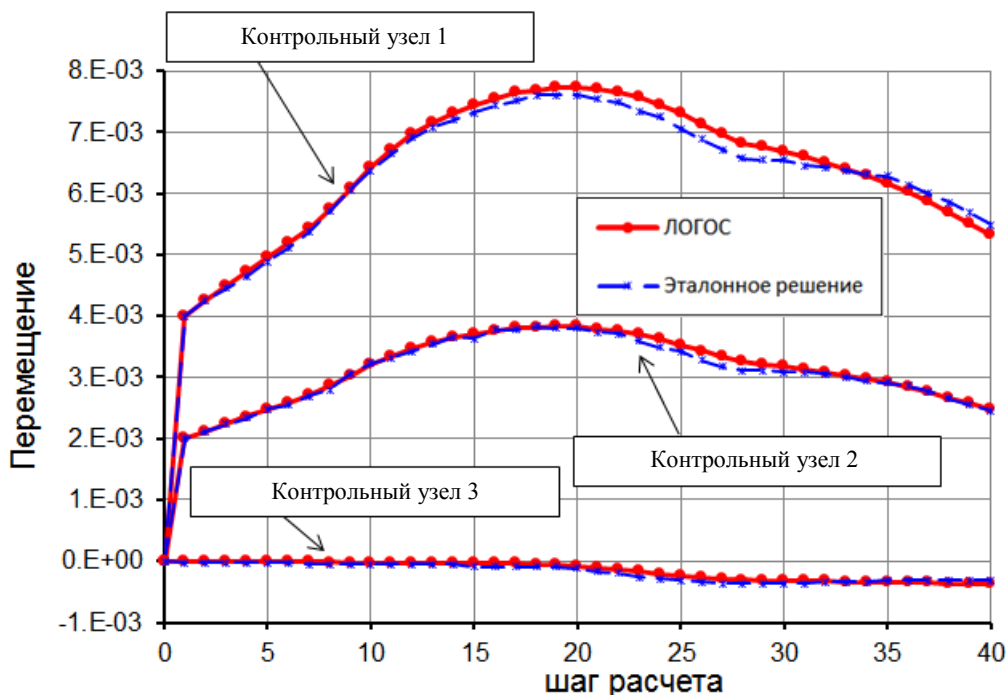


Рис. 7. Изменение компоненты перемещения в трех контрольных узлах в задаче о деформировании графитового блока

Сравнительный анализ представленных величин для данной задачи показывает в целом хорошее согласие результатов, полученных по ЛОГОС, с эталонным решением.

Заключение

В работе приведено описание базовых соотношений, используемых в пакете программ ЛОГОС для численного решения задач статической прочности с учетом эффектов ползучести. Выделены характерные особенности, которые необходимо учитывать при решении указанного класса задач в рамках конечно-элементной методики имитационного моделирования нелинейного квазистационарного деформирования конструкций. Работоспособность и эффективность реализованного подхода показана на примере численного решения задач. Хорошее согласие результатов расчетов рассмотренных задач с эталонными решениями указывает на готовность пакета программ ЛОГОС с достаточной степенью точности описывать процессы статического деформирования конструкций с учетом процесса ползучести.

Литература

1. Цибереv К. В., Авдеев П. А., Артамонов М. В. и др. Пакет программ ЛОГОС. Обзор текущих возможностей решения задач прочности / Под ред. Р. М. Шагалиева // Труды XIV Международной конференции «Супервычисления и математическое моделирование» Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2013.
2. Барабанов Р. А., Александрова О. Л., Дьянов Д. Ю. и др. Пакет программ ЛОГОС. Функциональные возможности для решения задач статической прочности конструкций с учетом физической и геометрической нелинейностей / Под ред. Р.М. Шагалиева // Там же.
3. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1975.

4. Snyder M. D., Bathe K. J. A Solution Procedure for Thermo-Elastic-Plastic and Creep Problems // J. Nucl. Engineering and Design. 1981. Vol. 64. P. 49–80.
5. Kojic M., Bathe K. J. The Effective-Stress-Function Algorithm for Thermo-Elasto-Plasticity and Creep // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1987. Vol. 24. P. 1509–1532.
6. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975.
7. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979.
8. Gullerud A. S., Koppenhoefer K. C., Roy A., Dodds R. H., Jr. WARP3D: 3-D Dynamic Nonlinear Fracture Analysis of Solids Using Parallel Computers and Workstations. University of Illinois, 2004.

РАСПРЕДЕЛЕННО-ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ СИСТЕМА ВИЗУАЛИЗАЦИИ ТРЕХМЕРНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ «VIZIReflex»

А. В. Барахвостов, Р. В. Городничев, А. А. Лусин, Е. А. Марфина, П. Н. Филиппов

Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский НИИ технической физики
им. Е. И. Забабахина, г. Снежинск

В математическом отделении РФЯЦ-ВНИИТФ быстрыми темпами развиваются трехмерные методики численного моделирования механики сплошной среды. Для повышения точности моделирования увеличиваются размерности расчетных сеток. Результаты расчета задач могут содержать сотни миллионов ячеек расчетной сетки, а размеры файлов с результатами достигают сотни гигабайт.

Для обработки таких данных используются распределенно-параллельные системы визуализации, работающие на многопроцессорных вычислительных комплексах. Существует ряд подобных систем: «ParaView» [1], «VisIt» [2] и т. д. Однако вышеперечисленные системы являются универсальными и не в полной мере отвечают запросам пользователей, при этом, добавление новых или адаптация существующих функциональных возможностей в ряде случаев является нетривиальной задачей. В связи с этим, было принято решение – создать собственную распределенно-параллельную систему визуализации, учитывающую особенности конкретных трехмерных методик математического отделения РФЯЦ-ВНИИТФ. В результате была создана система научной визуализации «VIZIReflex».

Система имеет следующие особенности:

- обработка и визуализация результатов моделирования, рассчитанных с использованием 3D регулярных сеток;
- многодокументный, многооконный интерфейс пользователя;
- многоплатформенность (работает в операционных системах Windows и Unix);
- возможность создания различных интерфейсов пользователя, учитывающих потребности конкретных методик;
- широкий набор функций обработки данных, адаптированных под требования конечных пользователей;
- распределенно-параллельная обработка и визуализация данных больших объемов.

Интерфейс пользователя

На рис. 1 представлен интерфейс пользователя системы «VIZIReflex». Система представляет собой многодокументное, многооконное приложение. Содержит меню команд, панели инструментов, окна визуализации и т. д.