

# ИДЕНТИФИКАЦИЯ ВЯЗКОУПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ КОМПОЗИТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

*Н. А. Абросимов, А. В. Елесин, Н. А. Новосельцева*

НИИ механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород

## Введение

Применение композитных материалов в конструкциях, которым свойственны повышенные требования к условиям их эксплуатации, позволяет достичь качественно новых, уникальных свойств создаваемых конструкций. В частности, к таким конструкциям относятся взрывные камеры, защитные сооружения, трубопроводы, предназначенные для удержания в своей плоскости экологически опасных продуктов аварийного взрыва или техногенной катастрофы. Основным силовым элементом подобных защитных конструкций являются цилиндрические оболочки [1]. Однако для использования в процессе проектирования преимуществ композитных материалов необходима информация об их жесткостных и прочностных характеристиках. Прямое определение материальных функций и вязкоупругих констант традиционными экспериментально-аналитическими методами (резонансными, гистерезисными, свободных затухающих колебаний) механических испытаний представительских образцов [2] является достаточно сложным и часто оказывается неприемлемым из-за существенного влияния на результаты измерений условий закрепления, способа возбуждения колебаний, неоднородности напряженно-деформированного состояния и технологических трудностей изготовления образцов. Кроме того, такие методы не учитывают взаимосвязи процессов создания композитного материала и конструкций, объединенных в единый технологический цикл. Поэтому возникает необходимость в разработке непрямых методов определения упругих и демпфирующих характеристик композитных материалов по результатам сравнительного расчетно-экспериментального анализа напряженно-деформированного состояния элементов конструкций, выполненных из исследуемых материалов. Большинство исследований по непрямым методам идентификации упругих констант композитов неразрушающими методами осуществлялось на основе статических и вибрационных испытаний [2]. Однако в настоящее время все большее значение приобретают исследования по определению динамических жесткостных и демпфирующих характеристик композитных материалов при импульсных и ударных воздействиях. Среди работ, посвященных идентификации физико-механических характеристик при динамических испытаниях, можно отметить лишь немногочисленные исследования [3–5], в которых расчетно-экспериментальным методом определяются жесткостные и демпфирующие параметры моделей определяющих соотношений однородных композитных материалов при взрывном нагружении элементов конструкций, выполненных из исследуемых материалов.

Цель данного исследования – развитие экспериментально-расчетного подхода к определению параметров моделей нелинейного деформирования неоднородных композитных материалов по результатам динамического поведения композитных цилиндрических оболочек.

## 1. Постановка и метод решения начально-краевой задачи

Отнесем цилиндрическую оболочку длиной  $L$  и радиусом  $R$  к системе координат  $\alpha_i$  ( $i = \overline{1,3}$ ):  $\alpha_1$  – направлена вдоль образующей;  $\alpha_2$  – по окружности;  $\alpha_3$  – по внешней нормали к срединной

поверхности. Коэффициенты Ламе и главные кривизны равны  $H_1 = Z_1 = 1$ ,  $H_2 = Z_2 = 1 + k_2 \alpha_3$ ,  $H_3 = 1$ ,  $k_1 = 0$ ,  $k_2 = 1/R$ . Полагается, что цилиндрическая оболочка образована спиральной перекрестной намоткой однонаправленного композитного материала. Кинематическая модель деформирования многослойного пакета основывается на неклассической теории оболочек. Для этого компоненты вектора перемещений аппроксимируются конечными рядами по толщине многослойного пакета [6]:

$$u_i(\alpha_1, \alpha_3, t) = \sum_{n=0}^N u_i^n(\alpha_1, t) \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x), \quad -1 \leq x = 2\alpha_3/h \leq 1, \quad (1)$$

где  $h$  – толщина оболочки;  $u_i^n(\alpha_1, t)$  – искомые функции;  $t$  – время;  $(n + 1/2)^{1/2} P_n(x)$  – ортонормированные полиномы Лежандра.

Формулировка геометрических зависимостей базируются на соотношениях простейшего квадратичного варианта нелинейной теории упругости в криволинейных координатах [6], которые с учетом (1) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} e_{11} &= \sum_{n=0}^N \frac{\partial u_1^n}{\partial \alpha_1} (n + 1/2)^{1/2} P_n(x) + \frac{1}{2} \omega_2^2, \\ e_{22} &= \frac{k_2}{z_2} \sum_{n=0}^N u_3^n (n + 1/2)^{1/2} P_n(x), \\ e_{33} &= \frac{2}{h} \sum_{n=1}^N u_3^n (n + 1/2)^{1/2} P_n'(x), \\ e_{13} &= \frac{2}{h} \sum_{n=1}^N u_1^n (n + 1/2)^{1/2} P_n'(x) + \sum_{n=0}^N \frac{\partial u_3^n}{\partial \alpha_1} (n + 1/2)^{1/2} P_n(x), \\ \omega_2 &= \frac{1}{2} \left( \frac{2}{h} \sum_{n=1}^N u_1^n (n + 1/2)^{1/2} P_n'(x) - \sum_{n=0}^N \frac{\partial u_3^n}{\partial \alpha_1} (n + 1/2)^{1/2} P_n(x) \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $P_n'(x)$  — производные от полиномов Лежандра.

Связь между тензорами напряжений и деформаций в композитных слоях оболочки устанавливается на основе линейной теории вязкоупругости [6]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ii} &= \sum_{j=1}^3 C_{ij}^o e_{ij}^0 \quad (i = \overline{1,3}), \quad \sigma_{13} = {}_0^{13} e'_{13}, \quad e_{ii}^0 = e_{ii} - \left( 1 - \frac{C_{ii}^\infty}{C_{ii}^o} \right) \int_0^t R(t-\tau) e_{ii}(\tau) d\tau, \\ e_{ij}^0 &= e_{ij} - \left( 1 - \frac{C_{ij}^\infty}{C_{ij}^o} \right) \int_0^t R(t-\tau) e_{ij}(\tau) d\tau, \quad e'_{13} = e_{13} - \left( 1 - \frac{G_{13}^\infty}{G_{13}^o} \right) \int_0^t R(t-\tau) e_{13}(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $C_{ij}^0$ ,  $G_{13}^0$ ,  $C_{ij}^\infty$ ,  $G_{13}^\infty$  – мгновенные и длительные жесткостные характеристики, которые вычисляются через компоненты вектора  $\bar{E} = (E_{11}^0, E_{11}^\infty, E_{22}^0, E_{22}^\infty, E_{33}^0, E_{33}^\infty, G_{13}^0, G_{13}^\infty, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, \beta_1, \dots, \beta_N)^T$

и определяются в результате решения задачи идентификации,  $R(t) = \sum_{n=1}^N \beta_n e^{-\beta_n t}$  – ядро релаксации максвелловского типа.

Для вывода энергетически согласованных уравнений движения оболочки используем принцип возможных перемещений, который для внутреннего нагружения и свободных торцов цилиндрической оболочки запишем в виде:

$$\int_0^L \sum_{n=0}^N \left[ M_{11}^n \frac{\partial(\delta u_1^n)}{\partial \alpha_1} + (M_{13}^n + N_{11}^n) \delta u_1^n + (M_{13}^n - N_{11}^n) \frac{\partial(\delta u_3^n)}{\partial \alpha_1} + (k_2 M_{22}^n + M_{33}^n) \delta u_3^n \right] d\alpha_1 +$$

$$+ \int_0^L \sum_{n=0}^N \left[ \left( \sum_{m=0}^N A_m^n \ddot{u}_1^m \right) \delta u_1^n + \left( \sum_{m=0}^N A_m^n \ddot{u}_3^m \right) \delta u_3^n \right] d\alpha_1 - \int_0^L \sum_{n=0}^N F_3^n u_3^n d\alpha_1 = 0, \quad (4)$$

где

$$M_{11}^n = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{11} Z_2 \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n \left( \frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx,$$

$$M_{11}^n = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{11} Z_2 \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n \left( \frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx,$$

$$M_{22}^n = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{22} \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n \left( \frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx;$$

$$M_{13}^n = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{13} Z_2 \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n \left( \frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx;$$

$$M_{13}^m = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{13} Z_2 \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n' \left( \frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx;$$

$$N_{11}^n = \frac{h}{4} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{11} Z_2 \omega_2 \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n \left( \frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx;$$

$$N_{11}^m = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{11} Z_2 \omega_2 \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n' \left( \frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx;$$

$$M_{33}^n = \frac{h}{4} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{33} Z_2 \omega_2 \left( n + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P_n' \left( \frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx;$$

$$A_n^n = \rho \frac{h}{2}, \quad (n = \overline{0, N}), \quad A_{n+1}^n = A_n^{n+1} = \rho \frac{k_2 h^2}{4} \frac{(n+1)}{\sqrt{4n^2 + 8n + 3}} \quad (n = \overline{0, N-1})$$

$$A_m^n = 0 \quad \text{при } n \neq m, \quad (m, n = \overline{0, N}); \quad F_3^n = (n+1/2)^{1/2} (-1)^n p_3 \left( 1 - \frac{k_2 h}{2} \right),$$

$\rho$  – плотность материала оболочки;  $p_3$  – интенсивность импульса внутреннего давления;  $K$  – число слоев оболочки;  $x_i$  – толщинная координата  $i$ -го слоя, отсчитываемая от внутренней поверхности оболочки.

Выполняя в вариационном уравнении (4) интегрирование по частям и учитывая независимость вариаций  $\delta u_i^n$ , получим систему дифференциальных неклассических уравнений движения цилиндрической оболочки и естественные динамические граничные условия. Дополняя полученные соотношения, необходимым числом начальных условий получим разрешающую систему уравнений для анализа нестационарных процессов деформации в композитных цилиндрических оболочках, нагруженных импульсом внутреннего давления в неклассической постановке.

Численный метод решения сформулированной задачи основывается на явной вариационно-разностной схеме [6].

## 2. Формулировка и метод решения задачи идентификации

Задача параметрической идентификации материальных констант и функций моделей вязкоупругого поведения композитных материалов формулируется следующим образом. Требуется найти набор параметров  $\bar{E} = (E_{11}^0, E_{11}^\infty, E_{22}^0, E_{22}^\infty, E_{33}^0, E_{33}^\infty, G_{13}^0, G_{13}^\infty, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, \beta_1, \dots, \beta_N)^T$  определяющих соотношений (3), при которых математическая модель (1)–(4), описывающая динамическое поведение композитных вязкоупругих цилиндрических оболочек, наилучшим образом согласуется с экспериментальными данными. Здесь под параметрами понимаются мгновенные и длительные модули упругости и сдвига, коэффициенты Пуассона и времена релаксации. В результате задача сводится к нахождению вектора коэффициентов физических уравнений, обеспечивающего в выбранной норме минимальное расстояние между расчетными и экспериментальными данными. В качестве нормы выбирается функционал, представляющий сумму среднеквадратичных отклонений характерных значений расчетных и экспериментальных перемещений и деформаций в ряде точек на внешней поверхности цилиндра. В результате задача сводится к поиску минимума функции нескольких переменных:

$$C(E) = \sum_{k=1}^{KT} \left\{ \sum_{m=1}^M \left[ \sum_{i=1,3} A_i (u_i^m - u_i^{*m})^2 + \sum_{i=1,2} B_i (e_i^m - e_i^{*m})^2 \right] \right\}_k, \quad (5)$$

где  $A_i, B_i$  — весовые коэффициенты,  $u_i^m, e_i^m, u_i^{*m}, e_i^{*m}$  — характерные значения расчетных и экспериментальных перемещений, осевых и окружных деформаций на временных осциллограммах,  $KT$  — число точек, в которых определяются экспериментальные значения перемещений и деформаций.

Таким образом, рассматриваемая проблема сводится к классической задаче нелинейного математического программирования: требуется найти значения компонент вектора управляемых параметров  $\bar{E} = (e_1, e_2, \dots, e_r)^T$ , которым соответствует минимальное значение целевой функции  $C(\bar{E}^*) = \min C(\bar{E})$  в области допустимых значений  $D = \{\bar{E} : f(\bar{E}) \leq 1, \bar{E} \in \Pi\}$ , принадлежащей области поиска  $\Pi = \{\bar{E} : e_j^- \leq e_j \leq e_j^+, j = \overline{1, r}\}$ . Границы области поиска  $e_j^-, e_j^+$  определяются условиями устойчивости материала.

При разработке метода глобальной оптимизации целевой функции необходимо учитывать ее многоэкстремальный характер и большую размерность. Поэтому для нахождения глобального минимума был разработан подход, основанный на использовании глобального анализа чувствительности и эволюционного вероятностного глобального метода оптимизации, основанного на генетическом алгоритме. Анализ чувствительности целевой функции по переменным проектирования базируется на теории глобальных показателей чувствительности для изучения нелинейных математических моделей [7]. Ниже используются одномерные показатели чувствительности  $S_i$ , которые позволяют ранжировать переменные  $e_i$ : чем больше  $S_i$ , тем более влиятельна переменная  $e_i$ . Глобальный анализ чувствительности позволяет проанализировать поведение целевой функции (5) во всей области допустимых значений проектных переменных и количественно оценить влияние отдельных проектных переменных и выделить существенные и несущественные проектные переменные.

### 3. Алгоритм решения задач идентификации жесткостных и реологических характеристик композитных материалов в задачах динамики цилиндрических оболочек

Алгоритм решения задач идентификации механических вязкоупругих характеристик композитных материалов в динамически нагруженных цилиндрических оболочках состоит из двух самостоятельных этапов:

- анализа чувствительности целевой функции по проектным переменным;
- поиска глобального минимума целевой функции.

Алгоритм анализа чувствительности целевой функции по проектным переменным ориентирован на использование многопроцессорных вычислительных систем и кластерных архитектур. Параллелизм алгоритма реализуется через распределение независимых вычислений значений целевой функции (5). При этом на  $q$  процессорах одновременно вычисляются значения целевой функции для каждого случайного набора отдельных параметров.

Для распараллеливания алгоритма между процессорами используется стандартный интерфейс обмена данными MPI (Message Passing Interface) [8, 9]. Данный подход используется во всех современных мощных вычислительных комплексах, включающих от нескольких десятков до нескольких тысяч процессоров.

С точки зрения программиста, использующего MPI, существуют  $q$  вычислительных узлов, каждый из которых обладает собственным процессом, оперативной памятью, а также, возможно, дисковой памятью и периферией. Обмен информацией реализуется путем передачи сообщений, при этом любой узел может переслать сообщения любому другому. Один и тот же выполняемый файл загружается во все используемые вычислительные узлы, и создаются однотипные процессы (по типу «один поток команд – много потоков данных»).

Алгоритм параллельного вычисления показателей чувствительности состоит в следующем:

1. На начальном этапе каждый процессор имеет все необходимые данные для счета. Для этого на каждом процессоре задан файл данных, из которого будут считываться начальные значения для анализа чувствительности.

2. На нулевом процессоре определяется количество процессоров ( $q$ ) и ранг ( $rq$ ), т. е. свой уникальный номер каждого процессора в данном коммуникаторе.

3. Оценка чувствительности целевой функции сводится к задаче вычисления кратных интегралов, которые вычисляются методом Монте-Карло в узлах интегрирования, генерируемых с помощью  $ЛП\tau$ -последовательности. Как известно,  $ЛП\tau$ -последовательности позволяют генерировать точки с высокой степенью равномерности, располагающимися в  $M$ -мерном единичном кубе. На нулевом процессоре ( $rq=0$ ) с помощью  $ЛП\tau$ -последовательности генерируются  $2rN$  чисел, где  $N$  – число независимых испытаний,  $r$  – число проектных переменных.

4. С помощью широковещательной рассылки с нулевого процессора ( $rq=0$ ) выполняется рассылка узлов интегрирования каждому процессору ( $rq=\overline{1, q-1}$ ).

5. На каждом процессоре ( $rq=\overline{0, q-1}$ ) испытание номер  $k$ , где  $k=\overline{1, 2rN/q}$  начинается с выбора  $2r$  стандартных случайных чисел из полученного массива. Из этих чисел формируются две величины  $\eta_k$  и  $\eta'_k$ , равномерно распределенные в  $m$ -мерном кубе и две величины  $\xi_k$  и  $\xi'_k$ , равномерно распределенные в  $(r-m)$ -мерном кубе. Затем целевая функция (5) определяется в трех точках:  $C(\eta_k, \xi_k)$ ,  $C(\eta_k, \xi'_k)$  и  $C(\eta'_k, \xi_k)$ , после чего вычисляются четыре оценки:

$$\phi_k = C(\eta_k, \xi_k); \quad \phi_k^2; \quad \psi_k = \phi_k C(\eta_k, \xi'_k); \quad \chi_k = \frac{1}{2} [\phi_k - C(\eta'_k, \xi_k)]^2.$$

6. После  $\frac{N}{k}$  испытаний на каждом процессоре вычисленные оценки:  $\sum_{k=1}^{\frac{N}{k}} \phi_k$ ,  $\sum_{k=1}^{\frac{N}{k}} \phi_k^2$ ,  $\sum_{k=1}^{\frac{N}{k}} \psi_k$ ,

$\sum_{k=1}^{\frac{N}{k}} \chi_k$  суммируются и передаются нулевому процессору ( $rg = 0$ ).

7. Нулевой процессор ( $rg = 0$ ) собирает с каждого процессора суммарные результаты и вычисляет математическое ожидание  $C_0$ , дисперсию  $D_y$ , дисперсию  $D_y^{tot}$  и полную дисперсию  $D$  от целевой функции по формулам:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \phi_k &\rightarrow C_0; \\ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \phi_k^2 - C_0^2 &\rightarrow D; \\ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi_k - C_0^2 &\rightarrow D_y; \\ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \chi_k &\rightarrow D_y^{tot}. \end{aligned}$$

Затем вычисляются глобальные показатели чувствительности  $S_y$ ,  $S_y^{tot}$ ,  $S_z$  и  $S_z^{tot}$ .

Алгоритм реализован на языке Fortran. В вычислениях используется библиотека функций, предназначенная для поддержки работы параллельных процессов – MPI, в реализованной программе эти функции вызываются как подпрограммы.

Полезным на практике свойством алгоритма является независимость результатов от количества используемых процессоров. Если расчет производится на одном компьютере, команды MPI не используются, и расчет полностью аналогичен расчетам на персональном компьютере.

Расчеты проводились на суперкомпьютере «Лобачевский», комплекс включает 100 вычислительных узлов, пиковая производительность 573 Tflops.

Для оценки качества распараллеливания используется очевидный подход – замерить ускорение, которое дает параллельная версия по отношению к последовательной версии. При этом для обеспечения равномерной загрузки процессоров естественно потребовать, чтобы количество расчетных шагов на всех процессорах было одинаковым.

На рис. 1 показано ускорение параллелизации для реализованного алгоритма вычисления показателей чувствительности при количестве независимых испытаний  $N = 240$ ,  $N = 4800$ , пунктиром приведено идеальное ускорение.

Для определения ускорения использовалась формула:

$$S_q = \frac{T_1}{T_q},$$

где  $T_1$  – время счета на одном процессоре;  $T_q$  – время счета на  $q$  процессорах.

Эффективностью параллельного алгоритма называется отношение его ускорения к числу процессоров:

$$E_q = \frac{S_q}{q}.$$

На рис. 2 показана достигнутая эффективность при количестве независимых испытаний  $N = 240$ ,  $N = 4800$ .

Величина эффективности определяет среднюю долю времени выполнения параллельного алгоритма, в течение которого процессоры реально используются для решения задачи. Максимальное значение эффективности  $E_q = 1$ , но на практике это значение меньше из-за затрат на обмен данными между процессорами.

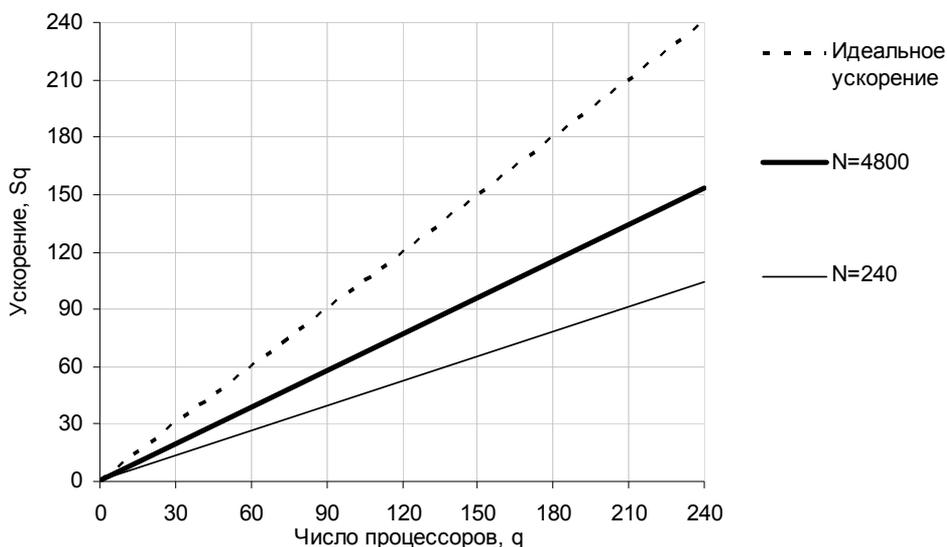


Рис. 1. Ускорение

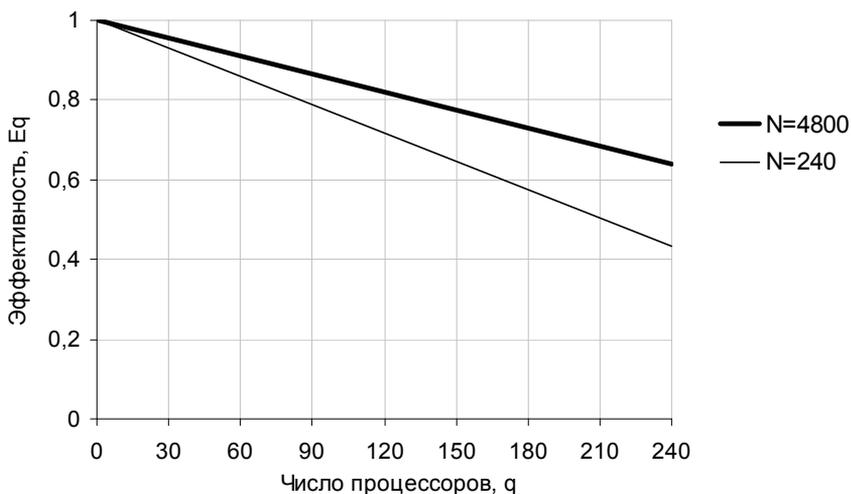


Рис. 2. Эффективность

Применение многопроцессорного вычислительного комплекса для анализа глобальных показателей чувствительности позволило сократить время их вычисления более чем в сто пятьдесят раз по сравнению с результатами последовательного алгоритма.

Алгоритм поиска глобального минимума целевой функции разделяется на два этапа: вспомогательный и основной. Вспомогательный этап заключается в задании оптимизируемых параметров, границ поиска, метода оптимизации, экспериментальной информации, параметров целевой функции и всей необходимой вспомогательной информации для решения начально-краевой задачи. Основной этап состоит в поиске минимального значения целевой функции по выбранному методу оптимизации.

#### 4. Идентификация вязкоупругих характеристик композитных материалов по результатам экспериментальных испытаний цилиндрических оболочек

В работе А. Г. Федоренко, В. И. Цыпкина, А. Г. Иванова, В. Н. Русака, С. Н. Заикина [10] приведены результаты экспериментального исследования динамического деформирования цилиндрических оболочек при внутреннем взрывном нагружении. В экспериментах определялись максимальные окружные деформации оболочки в центральном сечении и соответствующие периоды колебаний. Погрешность определения указанных величин не превышала 10 %.

Геометрические характеристики рассматриваемой цилиндрической оболочки: внутренний радиус  $R=0,1$  м, толщина  $h=0,016$  м, длина  $L=0,4$  м. Импульс давления, имитирующий подрыв в центре оболочки сферического заряда взрывчатого вещества (массой  $m$ ), задавался с помощью эмпирической зависимости:

$$p_3(\alpha_1, t) = \begin{cases} kmq/l^3, & t \leq t_l, \\ 0, & t > t_l, \end{cases} \quad k = 8(3\gamma - 1)/25(\gamma^2 - 1),$$

где  $m$  – масса заряда ВВ;  $q$  – теплотворная способность ВВ;  $l$  – расстояние от центра заряда до точки внутренней поверхности оболочки;  $t_l = kl/\sqrt{q}$ ;  $\gamma$  – показатель адиабаты в уравнении состояния ВВ.

Рассматривалась ортотропная вязкоупругая модель поведения материала. В качестве идентифицируемых параметров были:  $E_1, E_2, E_3, G_{13}, E_1^\infty, E_2^\infty, E_3^\infty, G_{13}^\infty, \nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}, \beta$ .

Параметры идентификации варьировались в следующих пределах:

$$5 \text{ ГПа} \leq E_1 \leq 40 \text{ ГПа}; \quad 5 \text{ ГПа} \leq E_2 \leq 40 \text{ ГПа}; \quad 5 \text{ ГПа} \leq E_3 \leq 40 \text{ ГПа};$$

$$1 \text{ ГПа} \leq G_{13} \leq 20 \text{ ГПа}; \quad 2,5 \text{ ГПа} \leq E_1^\infty \leq 40 \text{ ГПа}; \quad 2,5 \text{ ГПа} \leq E_2^\infty \leq 40 \text{ ГПа};$$

$$2,5 \text{ ГПа} \leq E_3^\infty \leq 40 \text{ ГПа}; \quad 0,5 \text{ ГПа} \leq G_{13}^\infty \leq 20 \text{ ГПа}; \quad 0 \leq \nu_{12} \leq 0,49;$$

$$0,1 \leq \nu_{13} \leq 0,49; \quad 0 \leq \nu_{23} \leq 0,49; \quad 0 \leq \beta \leq 500000 \text{ с}^{-1};$$

$$E_1 \geq E_1^\infty; \quad E_2 \geq E_2^\infty; \quad E_3 \geq E_3^\infty; \quad G_{13} \geq G_{13}^\infty.$$

Анализ чувствительности оптимизируемых параметров выявил, что наибольшее влияние на целевую функцию оказывают мгновенный и длительный окружной модули упругости. Идентифицированные параметры определяющих соотношений получились равными:  $E_1 = 26,7$  ГПа;  $E_2 = 28,8$  ГПа;  $E_3 = 9,9$  ГПа;  $G_{13} = 7,1$  ГПа;  $E_1^\infty = 23,0$  ГПа;  $E_2^\infty = 25,9$  ГПа;  $E_3^\infty = 8,3$  ГПа;  $G_{13}^\infty = 5,9$  ГПа;  $\nu_{12} = 0,14$ ;  $\nu_{23} = 0,43$ ;  $\nu_{13} = 0,45$ ;  $\beta = 244160 \text{ с}^{-1}$ .

На рис. 3 показаны окружные деформации во времени в центральном сечении на внешней поверхности оболочки: кривая 1 соответствует экспериментальным данным [10]; кривая 2 – расчету по ортотропной модели вязкоупругого деформирования материала оболочки с идентифицированными значениями параметров.

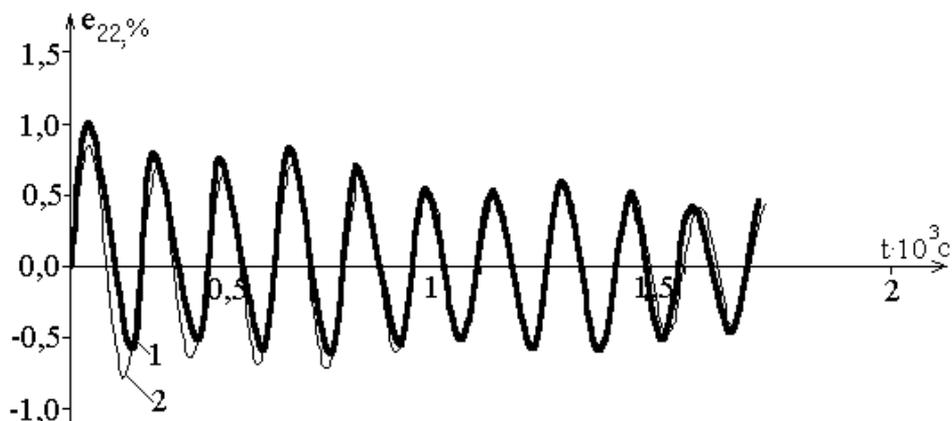


Рис. 3. Окружные деформации во времени для ортотропной вязкоупругой цилиндрической оболочки

Отметим, что был проведен сравнительный анализ результатов расчетов по изотропной и ортотропной моделям, который показал, что учет ортотропии жесткостных характеристик материала оболочек позволяет точнее описать процесс их деформации.

Таким образом, по результатам проведенных исследований следует констатировать, что предлагаемый расчетно-экспериментальный метод идентификации параметров определяющих соотношений вязкоупругого деформирования композитных материалов открывает возможность адекватного описания динамического поведения элементов конструкций, изготовленных из исследуемых материалов.

### Заключение

Предлагаемый расчетно-экспериментальный метод позволяет с приемлемой точностью определять параметры моделей определяющих соотношений вязкоупругого поведения композитных материалов по результатам анализа динамической реакции композитных цилиндрических оболочек.

Работа выполнена при частичном финансировании в рамках базовой части государственного задания Минобрнауки (проект № 2014/134 2226), РФФИ (гранты № 15-08-04268, № 16-08-01124), разработка расчетной модели выполнена за счет средств РНФ (проект № 16-19-10237).

### Литература

1. Федоренко А. Г., Сырунин М. А., Иванов А. Г. Динамическая прочность оболочек из ориентированных волокнистых композитов при взрывном нагружении // ПМТФ. 1993, № 1. С. 126–133.
2. Пелех Б. Л., Саяк Б. И. Экспериментальные методы исследования динамических свойств композиционных структур. Киев: Наук. думка, 1990.
3. Демешкин А. Г., Козеко М. Е., Корнев В. М., Кургузов В. Д. Демпфирующие характеристики композитных конструкционных материалов, изготовленных намоткой // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 1. С. 190–195.
4. Абросимов Н. А., Куликова Н. А. Определение параметров моделей вязкоупругого деформирования композитных цилиндрических оболочек при ударном нагружении // Проблемы прочности и пластичности. 2009, № 71. С. 61–70.
5. Абросимов Н. А., Куликова Н. А. Определение параметров моделей нелинейного деформирования изотропных и композитных материалов по результатам расчетно-экспериментального анализа импульсного нагружения круглых пластин // ПМТФ. 2011. Т. 52, № 1. С. 163–172.
6. Абросимов Н. А., Баженов В. Г. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002.

7. Соболев И. М. Глобальные показатели чувствительности для изучения нелинейных математических моделей // Мат. моделирование. 2005. Т. 17, № 9. С. 43–52.
8. Антонов А. С. Параллельное программирование с использованием технологии MPI: учеб. пособие. М.: Изд-во МГУ, 2004.
9. Гергель В. П., Стронгин Р. Г. Основы параллельных вычислений для многопроцессорных вычислительных машин: учеб. пособие. Изд. 2-е. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2003.
10. Федоренко А. Г., Цыпкин В. И., Иванов А. Г., Русак В. Н., Заикин С. Н. Особенности динамического деформирования и разрушения цилиндрических стеклопластиковых оболочек при внутреннем импульсном нагружении // Механика композитных материалов. 1983, № 1. С. 90–94.

## ПРИМЕНЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ РЕШАТЕЛЕЙ СЛАУ В ПАКЕТАХ ПРОГРАММ ИНЖЕНЕРНОГО АНАЛИЗА РФЯЦ-ВНИИЭФ

*А. Ю. Алейников, Р. А. Барабанов, Ю. Г. Бартнев, В. А. Ерзунов, А. П. Карпов, В. Ю. Кузнецов, Д. А. Петров, В. Ю. Резчиков, А. Н. Стаканов, Е. Б. Щаникова*

Российский Федеральный Ядерный Центр –  
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, г. Саров

### Введение

В пакетах параллельных программ ЛОГОС.Аэрогидромеханика, ЛОГОС.Прочность, НИМФА [1, 2, 3], ряде программ моделирования задач ядерной энергетики применяются неявные методы и, соответственно, решатели разреженных СЛАУ. Предшествующие работы по теме доклада отражены в [4, 5, 6].

Если ранее основным средством достижения параллелизма являлось использование MPI, то в последнее время повысилась актуальность использования добавочно возросшего многопоточного и векторного параллелизма современных и будущих процессоров.

Представлены отвечающие этой тенденции реализации алгебраического многосеточного метода, аддитивного метода Шварца, симметричного метода Гаусса–Зейделя, неполного разложения ILU0/IC0, итерационных решателей CG и BiCGStab, выполненные в библиотеке PMLP/ParSol комплекса библиотек LParSol и пакете ЛОГОС.Аэрогидромеханика. В комплекс библиотек LParSol, помимо PMLP/ParSol, входят также библиотеки параллельных многопоточных решателей СЛАУ TParFBSS [7] и массивно-параллельных решателей VC RAN SLAU [8]; интерфейсы вызовов мультипоточного решателя Intel PARDISO [9] и параллельного предобусловливателя AMG библиотеки Nupre [10] в качестве предобусловливателей итерационных решателей PMLP/ParSol. В LParSol входит также некоторый инструментарий<sup>1</sup>.

### Постановка задачи и общие сведения о библиотеке

Для распределенной СЛАУ  $A \times x = b$ , где  $A$  –  $N \times N$  матрица и  $b$  – вектор, найти вектор  $x$  итерационно:  $\|b - A \times x_n\| < \varepsilon \|b\|$ ,  $\varepsilon \ll 1$ ;  $n \ll N$ ,  $t_n \sim O(N)$ ,  $x_n$ ,  $x_0$  – векторы;  
–  $x$  прямым методом; далее  $x$  при необходимости уточнить итерационно.

<sup>1</sup>Тестовая система и средства анализа СЛАУ, параллельная библиотека графов ParMatruz (разбиение графа, сужение ленты матрицы [14], раскраска графа), параллельный спектральный решатель SPD-матриц VC\_RAN\_Eigen [15].