

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОБОДНОГО ВСПЛЫТИЯ ПУЗЫРЬКА ВОЗДУХА

А. С. Козелков, В. В. Курулин, С. В. Лашкин, Н. В. Тарасова, Е. С. Тятюшкина

Российский Федеральный Ядерный Центр –
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, г. Саров

Двухфазные течения паро- и газожидкостных смесей на протяжении последних десятилетий привлекают пристальное внимание исследователей. Исследования ведутся как в области пополнения экспериментальных знаний [1–3], так и в области развития вычислительных методов и алгоритмов [4–6]. В связи со сложностями постановки экспериментов для широкого круга научно-технических приложений, включающих двухфазные течения паро- и газожидкостных смесей, весьма актуальным является вопрос разработки и развития вычислительных методов их расчета. В области построения численных методов достигнуты определенные успехи, что позволяет моделировать определенный класс таких течений, однако, до сих пор, универсальной вычислительной методологии моделирования не существует.

Одной из задач рассматриваемого класса является движение пузырьков воздуха в жидкости в поле силы тяжести. Пузырьковые течения играют одну из основных ролей в таких процессах как кавитация, барботаж, флотация полезных ископаемых, седиментация и многие другие. По некоторым вопросам среди исследователей этих явлений так и не достигнуто согласие. Это связано с точностью проведения экспериментов и с границами применения допущений, используемых при теоретических выводах.

Движение пузырька обусловлено силами плавучести и сопротивления, взаимодействие между которыми выражается посредством поверхностного натяжения, учета вязкости, инерции окружающей жидкости и плавучести. Безразмерные числа, характеризующие всплытие газообразных пузырьков – это число Рейнольдса, характеризующее влияние течения жидкости вокруг пузырька на характер всплытия, число Этвиша (ε_0), характеризующее соотношение сил плавучести и поверхностного натяжения и число Мортон (M_0), характеризующее совокупное соотношение вязкости, плавучести и поверхностного натяжения:

$$\text{Re} = \frac{\rho_{\text{ж}} u_{\text{r}} d}{\mu_{\text{ж}}}, \quad \varepsilon_0 = \frac{g_{\text{eff}} |\Delta\rho| d^2}{\sigma}, \quad M_0 = \frac{g_{\text{eff}} \mu_{\text{ж}}^2 |\Delta\rho|}{\rho_{\text{ж}}^2 \sigma^3}, \quad (1)$$

здесь σ – это коэффициент поверхностного натяжения, $\Delta\rho = \rho_{\text{г}} - \rho_{\text{ж}}$, $g_{\text{eff}} = |g - Du/Dt|$ – величина эффективного ускорения, D/Dt – субстациональная производная.

Для маленьких чисел ε_0 , то есть для пузырьков малого диаметра с преобладанием силы поверхностного натяжения, сохраняется сферическая форма [7], во время, как для больших ε_0 , пузырьки приобретают эллипсоидальную форму, иногда еще более деформируются. Этот эффект наиболее значителен для маленьких чисел M_0 , когда, например, вязкость жидкости сравнительно мала.

Для воды и воздушного пузырька: $\log(M_0) = -11$, $\varepsilon_0 = 3$ включает пузыри от 1 мм до 5 мм (сферические и устойчиво эллиптические). Совсем маленькие и совсем большие пузырьки должны всплывать практически прямолинейно. По мере того, как пузырь начинает деформироваться и принимать форму сплюсненной сферы, начинает появляться неустойчивость, выражающаяся в зигзагообразной или спиралеобразной траектории пузырька. Зигзагообразная траектория выражается в движении из стороны в сторону в вертикальной плоскости, и ориентация плоскости может, как оставаться постоянной, так и изменяться случайным образом по мере всплытия пузырька. Спиралеобразная траектория пузырька предполагает движение по часовой, либо против часовой стрелки

в зависимости от начальных условий всплытия. Движение пузырька может быть сначала зигзагообразным, затем переходить в спиралеобразное (обратное неверно) [1]. До настоящего времени не выработано единого критерия, определяющего будет ли движение пузырька зигзагообразным или спиралеобразным [2, 8, 9].

С развитием вычислительных методов и технологий стало возможным применять прямое численное моделирование при решении задачи о всплытии одиночного пузырька. В настоящей работе для численного исследования всплытия пузырька применяется метод, основанный на решении полной системы уравнений Навье–Стокса с использованием модели поверхностного натяжения Брекбила [10] неявным методом с автоматическим отслеживанием межфазной границы «газ-вода» методом выделения объемной доли. К достоинствам данного подхода относится отсутствие какой-либо эмпирики, но при этом требуется высокое сеточное разрешение в окрестности межфазной границы. Данный метод позволяет естественным образом в результате расчетов учесть все силы, действующие на межфазной границе.

Предполагается, что жидкость, в которой движется пузырек и газ, которым он наполнен, несжимаемы. Моделирование всплытия пузырька описывается системой уравнений Навье–Стокса в виде:

$$\begin{cases} \nabla \bar{u} = 0, \\ \frac{\partial \rho \bar{u}}{\partial t} + \nabla(\rho \bar{u} \bar{u}) = -\nabla p + \nabla \tau + \rho f + \int_S \sigma'_i n' \delta(x - x') dS, \\ \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + \bar{u} \nabla \alpha_i = 0, \end{cases} \quad (2)$$

здесь ρ , \bar{u} , p , t – это плотность, скорость, давление и время, соответственно, α_i – концентрация i -го вещества, τ – тензор вязких напряжений, f – объемные силы, включающие в себя силы плавучести (силу тяжести), σ – коэффициент поверхностного натяжения. Последний член в правой части уравнения сохранения импульса – это член, описывающий действие сил поверхностного натяжения.

Все свойства определяются в данном случае, как свойства смеси. Для того, чтобы граница между фазами не размывалась, используются специальные методы расчета потоков и переноса концентраций (см., например, [11]).

Для численного описания действия сил поверхностного натяжения использовалась непрерывная модель поверхностных сил Брекбила (CFS), в которой рассматривают нормальную составляющую силы, а тангенциальной пренебрегают. Коэффициент поверхностного натяжения вдоль поверхности раздела веществ не меняется [10]. При таком приближении эффект поверхностного натяжения представлен как непрерывная объемная сила, действующая в переходной области (вычисление силы поверхностного натяжения из распределения функции-маркера):

$$\int_{S(t)} \sigma'_i n' \delta(x - x') dS \approx \sigma k \nabla \alpha_i, \quad k = -\nabla \left(\frac{\nabla \alpha_i}{|\nabla \alpha_i|} \right). \quad (3)$$

Здесь k – кривизна поверхности раздела.

Для описания свободного всплытия пузырька необходимо рассматривать область размерами намного превосходящими размеры самого пузырька. Поэтому предполагаемые расчетные сетки будут иметь очень большую размерность. Для того, чтобы облегчить моделирование и уменьшить вычислительные затраты, сетка задается в некоторой небольшой окрестности пузырька и движется согласно движению центра масс пузырька. На границах такой расчетной области задаются граничные условия, которые обеспечивают свободное протекание жидкости.

В общем случае, при существовании движения граней сетки, исходная система уравнений (2) модифицируется, исходя из следующего дифференциального тождества:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega(t)} \varphi dV = \int_{\Omega(t)} \frac{\partial \varphi}{\partial t} dV + \int_{\partial \Omega(t)/\partial t} \varphi (\dot{x} \bar{n}) dS, \quad (4)$$

где φ – мнимая переменная, \dot{x} – скорость движения граней сетки.

В контексте решаемой задачи скорость движения всех граней одинакова и равна скорости перемещения центра масс пузырька, которая вычисляется следующим образом:

$$\dot{x}_d = \frac{x_d - x_d^0}{\Delta t}, \quad x_d = \frac{\sum_{p=all} \alpha_p x_p V_p}{\sum_{p=all} \alpha_p V_p}, \quad (5)$$

x_d – центр масс пузырька. В формуле (5) суммирование производится по всем ячейкам.

Для дискретизации системы (2) использовался численный метод, ориентированный на решение задач на произвольных неструктурированных сетках с ячейками произвольной формы – метод конечных объемов [12, 13]. Для решения системы (2) применялся метод SIMPLE, основанный на принципе расщепления по физическим переменным и процедуре коррекции полей [12, 13]. В [14, 15] представлен полностью неявный метод решения системы (2), позволяющий снять жесткие ограничения на шаг по времени.

Описанный подход реализован в пакете программ ЛОГОС – программном продукте инженерного анализа, предназначенном для решения сопряженных трехмерных задач конвективного теплопереноса, аэродинамики и гидродинамики на параллельных ЭВМ [13, 16]. Пакет программ ЛОГОС успешно прошел верификацию и показал достаточно хорошие результаты на серии различных гидродинамических задач, включая расчеты турбулентных и нестационарных течений [17], а также течений со свободной поверхностью [18, 19]. При вычислениях используется многосеточный метод [13], позволяющий существенно ускорить вычислительную процедуру и эффективно использовать сотни вычислительных ядер.

Рассматриваются пузырьки воздуха диаметром $d = 1$ мм, 2,5 мм, 3 мм, 5 мм, 8 мм и 10 мм, всплывающие в чистой воде. Свойства воды и воздуха выбираются стандартными [20]. Для пузырей диаметром от 1 мм до 10 мм число Моргана $\log M_0 = -11$. Число Этвиша ε_0 для этих пузырей изменяется от 0,14 до 13,7, числа Рейнольдса лежат между 100 и 2000.

Во избежание размытия границы пузыря и воды расчетный шаг выбирался таким образом, чтобы $CFL \approx 0,5$ (CFL – число Куранта), что соответствует расчетному шагу $\tau \approx 0,0001$ с. Изначально жидкость считается покоящейся, а коэффициент поверхностного натяжения для воды равен 0,0727 Н/м. Начальное давление во всей области равно атмосферному.

Проводилось несколько типов расчетов: двумерные на неподвижной сетке, двумерные на подвижной сетке и трехмерные расчеты на подвижной сетке. Для двумерных расчетов на неподвижной сетке область моделирования представляет собой прямоугольник размерами 0,08 м на 0,6 м. Пузырь задан не касающимся стенок, на расстоянии 1 мм от нижней стенки расчетной области. Для расчетов на подвижных 2D и 3D сетках характерный размер области моделирования по направлениям составляет 0,03 м. Граничные условия выбираются так, чтобы обеспечить свободное протекание жидкости через все границы.

Двумерные расчеты

Двумерные расчеты проводились с целью исследования сеточной сходимости и получения предварительной качественной картины течения, а также для тестирования технологии с использованием движения сетки. В результате расчетов было установлено, что сходимость наступает уже на сетке с разрешением 18 ячеек на радиус пузырька. Все дальнейшие расчеты проводились с использованием сеток с таким разрешением относительно радиуса пузырька.

На рис. 1 представлено поле скорости для пузырька диаметром $d = 5$ мм в различные моменты времени. Видно, что траектория пузырька не прямолинейна, наблюдаемое движение напоминает

зигзагообразное, либо спиральное. Поскольку данный расчет двумерный, то нельзя сказать определенно о наличии спиралеобразного характера течения. Оценка средней скорости всплытия дает примерно 0,195 м/с, что немного занижает экспериментальные данные [7]. Данное обстоятельство, возможно, объясняется тем фактом, что описываемое течение существенно трехмерно, что не учтено в данном расчете. Из рисунка видно также, что происходит деформация формы пузырька из сферической в эллиптическую, затем незначительно меняющуюся со временем.

Видно, что за пузырьком формируется характерный турбулентный след, который представляет собой дорожку, состоящую из сорвавшихся по очереди с разных сторон пузырька вихрей. Такой характер поля скорости объясняет неустойчивое поведение пузырька, его осциллирующую траекторию. Из расчетов, как и из опытов [1] замечено, что в зависимости от начального возмущения направление осцилляций может быть различно, случайно. Это связано с микроизменениями формы пузырька и наклоном его относительно вертикальной оси (на этот наклон также влияет срыв вихрей).

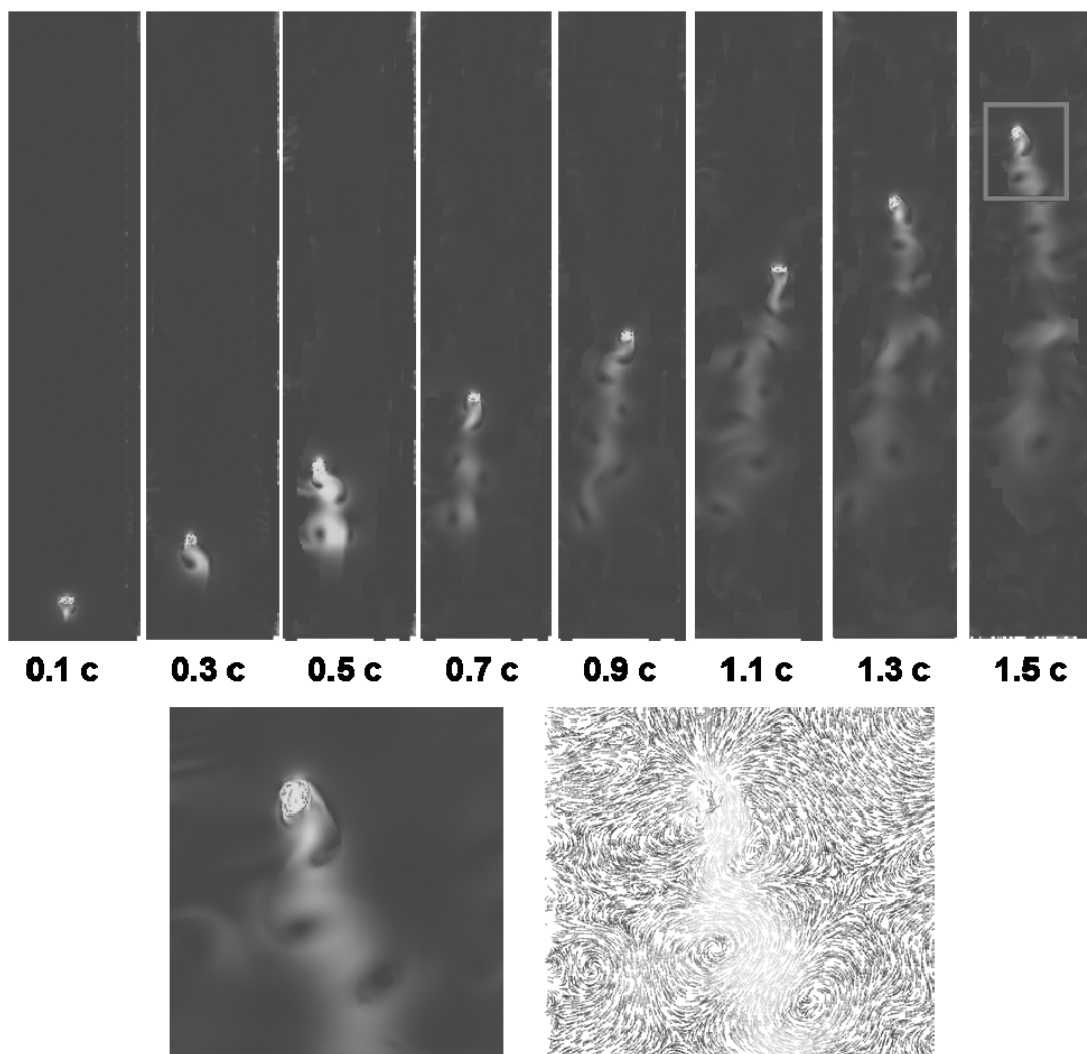


Рис. 1. Поле скорости пузырька диаметром $d = 5$ мм на разные моменты времени – сверху, снизу – увеличенный фрагмент поля вокруг пузырька на $t = 1,5$ с (выделен рамкой)

Для оценки погрешности, возникающей при применении технологии движения сетки, проводилось сравнение результатов расчетов, проведенных на подвижной и неподвижной двумерных сетках для пузырей диаметром 1 мм, 3 мм и 5 мм. В результате сравнения по форме пузырьков, по качественной картине поля течения на одинаковые моменты выявлено хорошее согласие результатов. Сравнение по средней скорости всплытия (см. табл. 1) также показывает лишь небольшие

расхождения результатов, что говорит о возможности применения подвижных сеток для численного решения данной задачи.

Таблица 1

Средняя скорость всплытия пузырька на подвижной и неподвижной сетках

Диаметр пузырька, мм	1	3	5
\bar{u} , м/с (неподвижная сетка)	0,09	0,189	0,195
\bar{u} , м/с (подвижная сетка)	0,08	0,183	0,19

Трехмерные расчеты

Для того чтобы лучше представить характер всплытия на рис. 2 показана эволюция поля скорости всплывающего пузырька диаметром 5 мм (кадры сделаны в вертикальных разрезах, проходящих через центр пузырька).

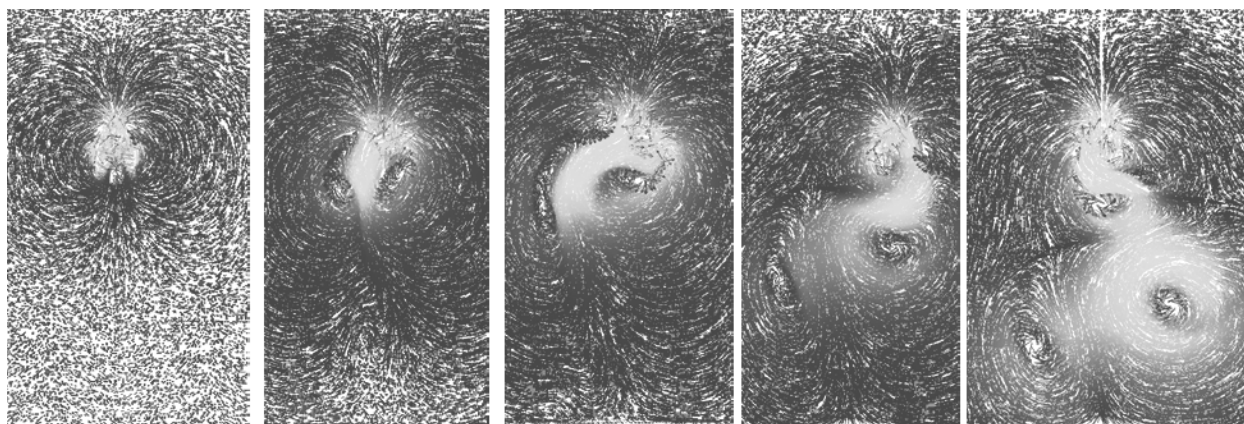


Рис. 2. Поле скорости для пузырька диаметром $d = 5$ мм на различные моменты времени

Из рисунка видно зарождение вихрей, сначала симметричный характер поля скорости, затем асимметричный поочередный срыв вихрей и формирование вихревой дорожки в следе за пузырьком.

Для пузырьков разного диаметра характер поля скорости несколько отличается. На рис. 3 представлены картины поля скорости для пузырей диаметром 1 мм, 3 мм, 5 мм и 10 мм в разрезе по вертикальной плоскости, проходящей через центр пузыря.

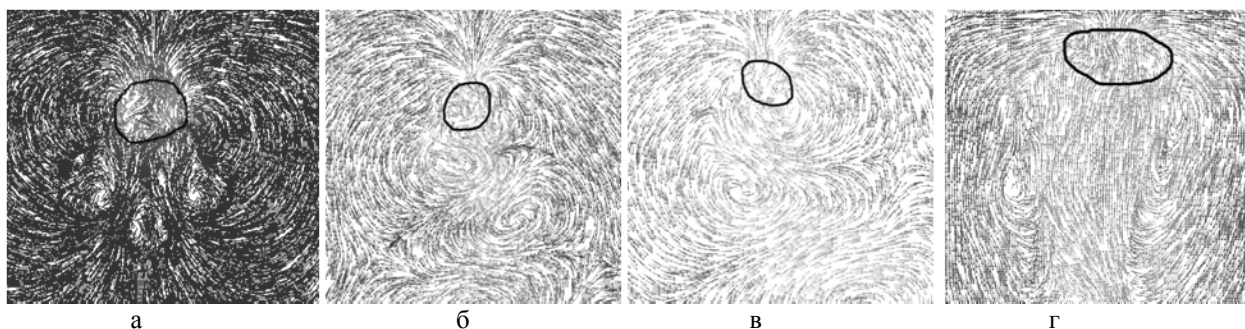


Рис. 3. Поле скорости для пузырей диаметром: а – 1 мм, б – 3 мм, в – 5 мм, г – 10 мм (пузырь выделен черной линией)

Для пузырей с $d = 3$ мм и 5 мм поля имеют сходную структуру. Хорошо видно срывающиеся поочередно вихри с разных сторон пузыря, вырождающиеся в вихревую дорожку. Как говорилось ранее, всплытие пузырей такого диаметра соответствует переходному «промежуточному» режиму течения. Такой характер срыва вихрей объясняет неустойчивое поведение пузырька, его осциллирующую траекторию и приводит к сложным колебаниям формы пузырька.

Для пузыря диаметром $d = 1$ мм вихри менее выражены и симметричны, в результате чего всплытие происходит по прямолинейной траектории. Число Рейнольдса для пузырька данного диаметра порядка 100, это соответствует промежуточным значениям, находящимся между ламинарным режимом всплытия и промежуточным режимом.

Для пузыря диаметром $d = 10$ мм взаимодействие срывающихся вихрей вблизи пузыря менее выражено, поскольку срывающиеся вихри отстоят дальше друг от друга из-за больших размеров пузыря. По мере увеличения диаметра пузыря след за ним становится менее устойчивым, что приводит к деформациям поверхности. Из рис. 4 видно, что с увеличением диаметра форма пузыря сначала становится эллипсоидальной, при больших диаметрах пузырь деформируется уже значительно.

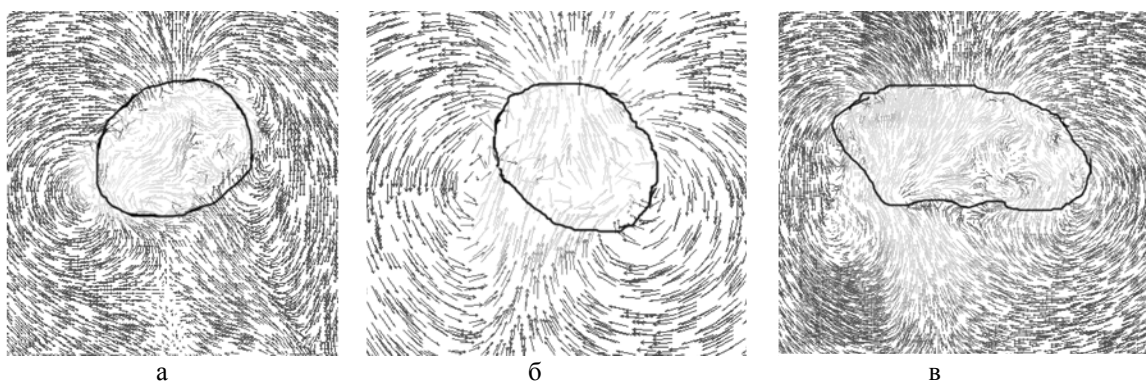


Рис. 4. Характерная форма пузыря с номинальным диаметром $d = 3$ мм (а), 5 мм (б), 10 мм (в)

Проиллюстрировать точность метода определения формы пузыря по изменению функции-маркера можно, вычислив зависимость объема пузыря от времени. В проведенных расчетах для всех пузырей, кроме случая $d = 1$ мм, сеточная диффузия не превышала 15 %.

Далее проведем количественную оценку характера всплытия. Одной из основных характеристик движения пузырька является значение скорости его всплытия. На рис. 5 представлены графики зависимости скорости всплытия пузырьков от времени для пузырьков с характерными диаметрами $d = 1$ мм, 2,5 мм, 3 мм, 5 мм, 8 мм и 10 мм.

Для пузырей с диаметром 2,5–10 мм после короткого переходного периода возникает режим устойчивых осцилляций. Для пузыря диаметром $d = 1$ мм на графике наблюдаются сильные осцилляции скорости с самого начала. Как упоминалось выше, это связано с численной неустойчивостью, рождаемой учетом силы поверхностного натяжения, которая в данном случае достаточно велика из-за большой кривизны поверхности. Для рассматриваемых пузырей большего диаметра имеющееся разрешение достаточно для получения удовлетворительных результатов. Для них такие паразитные осцилляции сравнительно небольшие относительно средних значений наблюдаемых величин (см. графики рис. 5, 8).

Осцилляции скорости всплытия лишний раз свидетельствуют о периодичном нестабильном колебательном характере всплытия: при преобладании в некоторой фазе движения в горизонтальной или наклонной к вертикали плоскости скорость всплытия уменьшается, далее при преобладании поступательного движения в вертикальном направлении скорость всплытия опять немного увеличивается.

На рис. 6 представлена диаграмма зависимости средней скорости всплытия пузырька от его диаметра. Черными точками отмечены значения, полученные в данной работе, серые и белые точки – экспериментальные и теоретические данные [5, 7, 8, 21, 22].

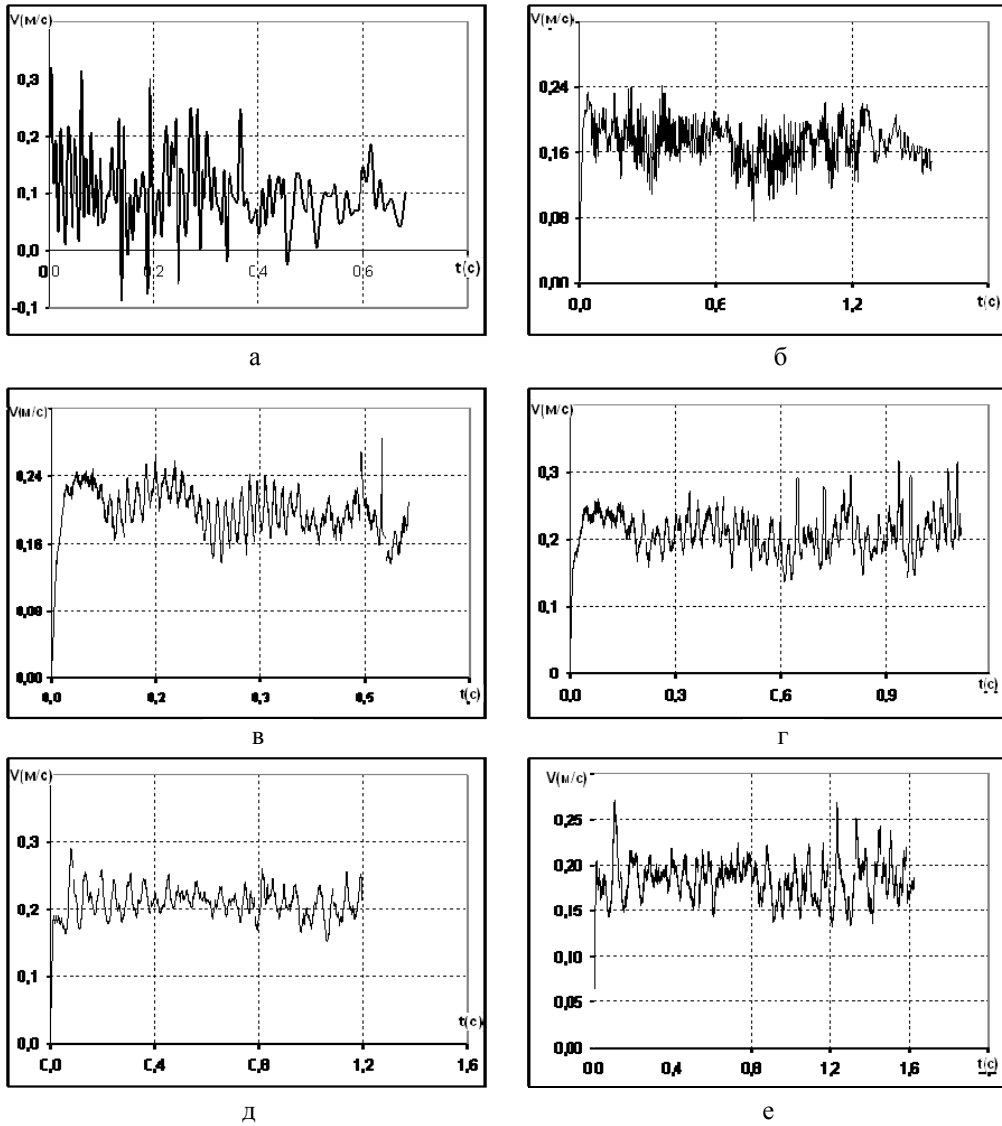


Рис. 5. График зависимости скорости всплытия пузырька от времени для пузырьков с номинальным диаметром: а – 1 мм, б – 2.5 мм, в – 3 мм, г – 5 мм, д – 8 мм, е – 10 мм

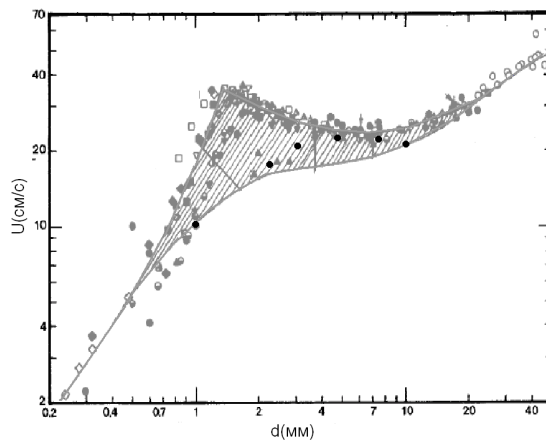


Рис. 6. Установившаяся скорость всплытия пузырька как функция диаметра [7, 22]

Для пузырей $d = 5$ мм и 8 мм средняя скорость всплытия, равная 0,22 м/с и 0,21 м/с соответственно, хорошо согласуется с результатами на диаграмме. Для пузырей диаметром $d = 1$ мм и 2,5 мм средняя скорость всплытия, полученная в расчете по пакету программ ЛОГОС, равна 0,1 м/с и 0,16 м/с соответственно. Эти результаты занижены и соответствуют нижней границе доверительного интервала на диаграмме, соответствующей воде с примесями.

Для пузырей с диаметром $d = 3$ мм и 10 мм скорость всплытия чуть меньше, чем для пузыря диаметром 5 мм, и равна 0,19 м/с. Хотя эти результаты и попадают в допустимый интервал диаграммы (см. рис. 6), они занижены относительно результатов для чистой воды. На диаграмме наблюдается область, в которой для пузырей диаметром от 1 мм до 10 мм имеется тенденция к уменьшению средней скорости всплытия с ростом диаметра пузырька. Для пузырьков с $d = 5$ мм до 10 мм такая тенденция качественно соблюдена.

Анализ траектории всплытия

Принимая во внимание полученные данные о характере следа за пузырьком и изменении его формы, можно предположить развитие неустойчивости, обусловленной этими двумя факторами. Неустойчивость обуславливает зигзагообразное движение пузырька, которое, возможно, перерождается в спиралеобразную траекторию. Данные рассуждения подтверждаются рис. 7, на котором представлены траектории движения пузырьков разных диаметров в вертикальных плоскостях.

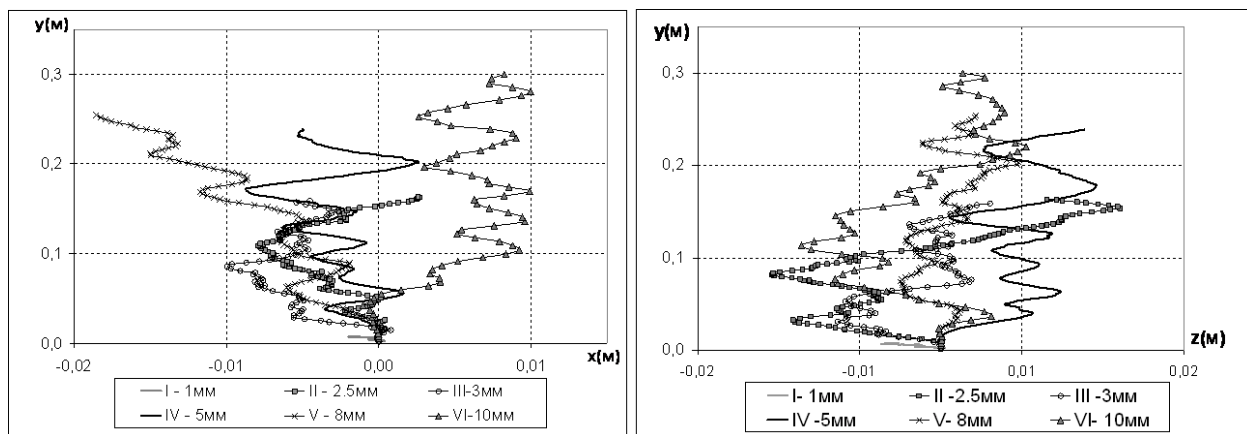


Рис. 7. Траектории движения пузырьков разных диаметров в вертикальных плоскостях ($x-y$) и ($z-y$)

Из рисунка видно, что пузырек диаметром 1 мм движется прямолинейно, совершая хаотичные движения вдоль своей траектории. Все остальные пузырьки совершают периодическое движение: зигзагообразное, либо спиралеобразное. При рассмотрении траектории пузырька $d = 5$ мм в осях $OXYZ$ с разных ракурсов становится видно, что всплытие сначала происходит по зигзагу, затем превращающегося в спираль.

Изменение характера всплытия с зигзагообразного на спиралеобразный по мере увеличения диаметра пузырька хорошо видно из графиков поперечных компонент скорости, представленных на рис. 8.

Видно, что наблюдается периодическое движение в обоих направлениях. Сначала колебания V_x и V_z нестабильные, различаются между собой по периоду, имеют непостоянный фазовый сдвиг относительно друг друга. После участка нестабильности пузыри диаметром $d = 5$ мм и 10 мм выходят на траекторию с устойчивым режимом всплытия с постоянным фазовым сдвигом и одинаковыми периодами для поперечных компонент скоростей. При этом V_x и V_z колеблются почти в противофазе, с небольшим фазовым сдвигом. Можно проследить тенденцию к стремлению фазового сдвига к $\pi/2$ по мере приближения движения к спиральному. Это подтверждается данными из [1, 21–24],

где говорится, что осциллирующую траекторию представляют две моды, которые соответствуют горизонтальным осцилляциям скорости пузырька в двух перпендикулярных направлениях. Эти моды одинаковой частоты и имеют фазовый сдвиг относительно друг друга на $\pi/2$ в случае спирального движения. Таким образом, эти данные косвенно подтверждают выход на спиралеобразный режим движения, который следует за промежутком неустойчивости, представляющим собой переход от зигзагообразного к спиралеобразному режиму. Таким образом, из совокупности данных можно сказать, что для пузырей с $d \geq 5$ мм наблюдается выход на спиральный режим течения, а для пузырей меньшего диаметра переходной зигзагообразный тип всплытия.

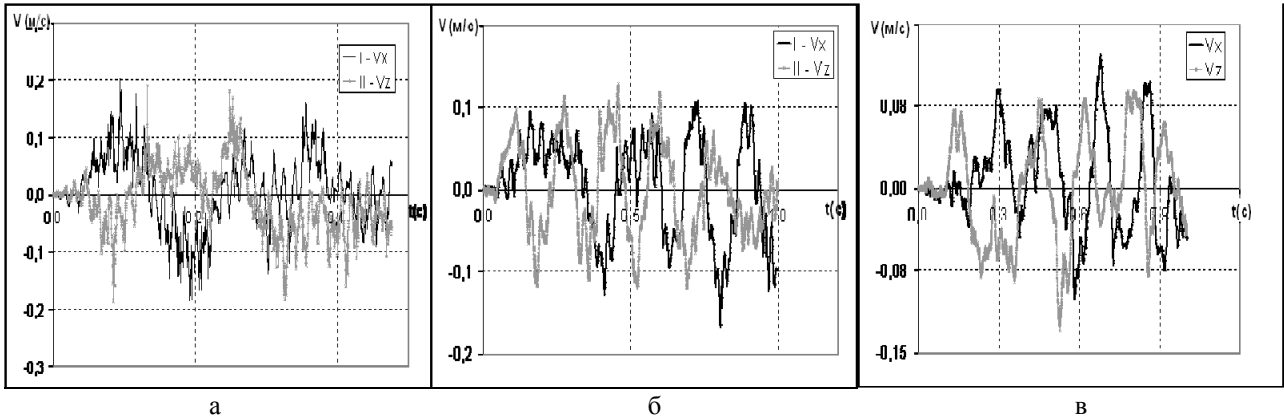


Рис. 8. Графики поперечных компонент скорости пузырьков разных диаметров (V_x – составляющая скорости по оси x , V_z – составляющая скорости по оси z): а – 3 мм, б – 5 мм, в – 10 мм

Некоторые выводы относительно характеристик спирали/зигзага можно сделать, исходя из измерений частоты и амплитуды периодического движения в разных плоскостях. В табл. 2 представлены измеренные в разных плоскостях амплитуды колебаний пузырька по разным направлениям. Для пузырьков диаметром < 3 мм оценить частоту колебаний по проекциям траектории на плоскости XU и ZU затруднительно, поскольку всплытие носит неустойчивый характер. Для остальных пузырьков, поскольку значения амплитуды по оси y , измеренные в разных плоскостях XU и ZU , отличаются, можно сделать вывод, что предполагаемая ось, вокруг которой образована спираль или зигзаг, наклонена по отношению к вертикальной оси. Более того, из рис. 7 следует, что такая ось может смещаться со временем. Из таблицы также можно сделать вывод, что амплитуды колебаний в плоскости, перпендикулярной основной оси спирали/зигзага, для пузырей разного диаметра очень близки.

Таблица 2

Амплитуды и период колебаний пузырька

Диаметр, мм	Δx , мм Плоскость XU	Δy , мм Плоскость XU	Δz , мм Плоскость ZU	Δy , мм Плоскость ZU
3	3,5	45	3	40
5	4	35	3	30
10	3	30	3,5	40

В целом, полученные амплитуды колебаний в этой плоскости близки к экспериментальным данным из работы [1], где для пузырька диаметром 2,5 мм получено значение амплитуды 4,3 мм. В [1] отмечается всплытие пузырька по спирали, в то время как в настоящем исследовании, как и работе [21], всплытие пузырька по спирали наблюдается только для пузырьков с диаметром больше 3 мм. Можно предположить, как это сделано в работе [21], что данный факт связан с тем, что развитие второй моды и переход на спиральное движение проявляется на более поздние момен-

ты времени, либо в трехмерном случае все же требуется более подробная сетка. Также, возможно, некоторая разница в постановке численного и натурного эксперимента.

Наблюдаемый характер всплывания можно объяснить тем, что срыв несимметричных вихрей приводит к появлению боковой (поперечной) компоненты подъемной силы. Когда вихрь отрывается, пространство за телом, которое он занимал, заполняется более медленной жидкостью, скорость падает, давление, следуя закону Бернулли, возрастает, значит нестационарная боковая сила увеличивается. Это подтверждается графиками корреляции поперечных компонент скорости с соответствующими компонентами силы, представленными на рис. 9. Вихри придают значительный момент пузырю.

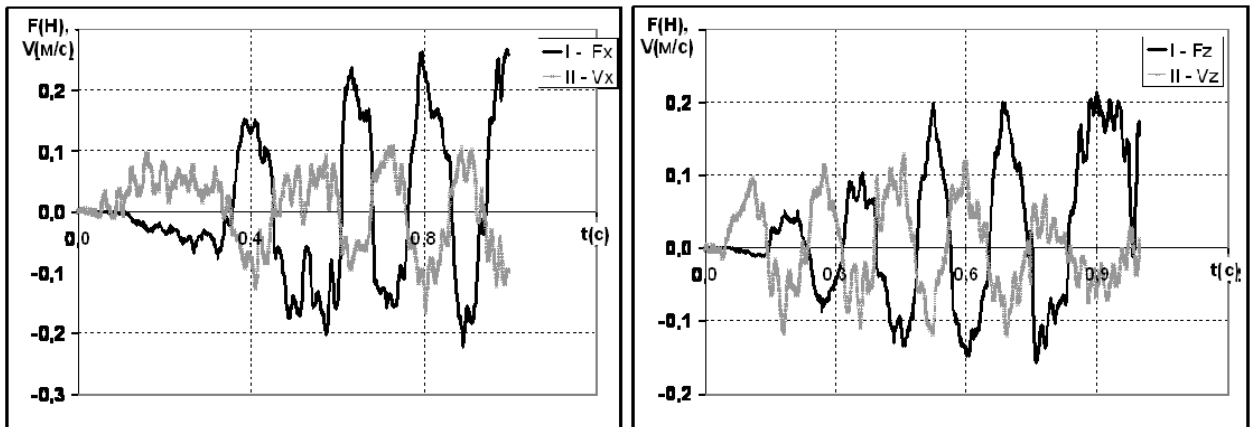


Рис. 9. Графики корреляции поперечных компонент скорости с соответствующими компонентами силы для пузыря диаметром 5 мм

Из рис. 9 видно, что колебания скорости и силы происходят в противофазе. В табл. 3 приведены данные о частоте срыва вихрей, вычисленные из частоты колебания силы и из данных о траектории движения пузырьков. Также приведено число Струхала для каждого случая. Эти данные также подтверждают связь колебания сил и скорости пузырьков. Силы колеблются с той же частотой, с какой происходит колебание пузырька в горизонтальной плоскости, что обусловлено колебанием поперечных компонент скорости.

Таблица 3

Частота колебаний сил и траектории пузырьков

Диаметр, мм	ν , 1/с графики сил	ν , 1/с графики траектории	$St = \nu d/u$
2,5	6,2	5,1	0,08
3	6	5,95	0,09
5	5,6	5,8	0,13
8	4,54	4,73	0,18
10	4,95	4,9	0,25

В работе [25] можно найти данные о средней частоте колебания пузырьков около 5 Гц. Эти данные хорошо согласуются с представленными в таблице.

В экспериментах [1, 22] и численных работах некоторых авторов [21, 23, 24] говорится о том, что для пузырей с $d > 1$ мм можно наблюдать с некоторого момента спиральный режим всплывания. По мере увеличения диаметра наблюдается зигзагообразный характер траектории. Зигзагообразное движение связано с регулярным образованием и высвобождением противоположно ориентированных вихревых структур. Однако плоскость зигзага неустойчива и развивается вторая мода осцилляций. Спиральный путь за пузырьком состоит из двойных пар нитей вихрей по потоку, которые наматываются на спиральную траекторию и присоединяются к основанию пузыря в антисиммет-

ричной позиции. Кроме того, присутствует два типа движений, которые накладываются на эту двухмодовую осцилляцию. Первое – это медленный горизонтальный сдвиг, из-за которого ось траектории становится слегка наклонной. Второй тип – медленное вращение основного направления осцилляций. Отсутствует повторяемость этих явлений, и они не влияют на общую динамику течения. Их комбинация с возрастающей второй модой приводит к очень сложной траектории. Представленные выше результаты подтверждают частично данные утверждения.

Литература

1. Ellingsen K., Risso F. On the rise of an ellipsoidal bubble in water: oscillatory paths and liquid induced velocity // *J. Fluid. Mech.* 2001. Vol. 440. P. 235–268.
2. Veldhuis C., Biesheuvel A., Wijngaarden L. Shape oscillations on bubbles rising in clean and in tap water // *Physics of fluids.* 2008. Vol. 20. P. 1–12.
3. Duineveld P. C. The rise velocity and shape of bubbles in pure water at high Reynolds number // *J. Fluid. Mech.* 1995. Vol. 292. P. 325–332.
4. Boisson N., Malin M. R. Numerical prediction of two-phase flow in bubble columns // *Int. J. Num. Meth. Fluids.* 1996. Vol. 23, N 12. P. 1289–1310.
5. Hua J., Stene J., Lin P. Numerical simulation of 3D bubbles rising in viscous liquids using a front tracking method // *J. Comp. Phys.* 2008. Vol. 227, N 6. P. 3358–3382.
6. Chen L., Garimella S. V., Reizes J. A., Leonardi E. The development of a bubble rising in a viscous liquid // *J. Fluid Mech.* 1999. Vol. 387. P. 61–96.
7. Clift R., Grace J. R., Weber M. E. Bubbles, drops and particles. 1 edition. London: Academic Press, 1978.
8. Saffman P. G. On the rise of small air bubbles in water // *J. Fluid. Mech.* 1956. Vol. 1. P. 249–275.
9. Lunde K., Perkins R. Shape oscillations of rising bubbles // *Appl. Sci. Res.* 1998. Vol. 58. P. 387–408.
10. Brackbill J. U., Kothe D. B., Zemach C. A continuum method for modelling surface tension // *J. Comp. Phys.* 1992. Vol. 100. P. 335–354.
11. Waclawczyk T., Koronowicz T. Remarks on prediction of wave drag using VOF method with interface capturing approach // *Archives of civil and mechanical engineering.* 2008. Vol. 8. P. 5–14.
12. Ferziger J. H., Peric M. Computational methods fluid dynamics. Berlin: Springer, 2001.
13. Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Лашкин С. В., Силаев Д. П., Симонов П. Г. Реализация метода расчета вязкой несжимаемой жидкости с использованием многосеточного метода на основе алгоритма SIMPLE в пакете программ ЛОГОС // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов.* 2013. Вып. 4. С. 31–43.
14. Chen Z. J., Przekwas A. J. A coupled pressure-based computational method for incompressible/compressible flows // *J. Comp. Phys.* 2010. Vol. 229. P. 9150–9165.
15. Козелков А. С., Куркин А. А., Пелиновский Е. Н. Моделирование падения тела в воду в различных условиях на основе численного решения уравнений Навье-Стокса полностью неявным методом // *Труды Нижегородского государственного технического университета им. П. Е. Алексеева.* 2015, № 3(110). С. 51–59.
16. Козелков А. С., Курулин В. В., Тятюшкина Е. С., Пучкова О. Л., Лашкин С. В. Исследование схем дискретизации конвективного потока для моделирования турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости методом отсоединенных вихрей // *Фундаментальные исследования.* 2013, № 10. С. 1051–1058.
17. Козелков А. С., Куркин А. А., Шарипова И. Л., Курулин В. В., Пелиновский Е. Н., Тятюшкина Е. С., Мелешкина Д. П., Лашкин С. В., Тарасова Н. В. Минимальный базис задач валидации методов расчета течений со свободной поверхностью // *Труды Нижегородского государственного технического университета им. П.Е. Алексеева.* 2015, № 2 (109). С. 49–69.

18. Козелков А. С., Куркин А. А., Пелиновский Е. Н., Курулин В. В. Моделирование цунами космогенного происхождения в рамках уравнений Навье–Стокса с источниками различных типов // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2015, № 2. С. 142–150.
19. Козелков А. С., Куркин А. А., Пелиновский Е. Н., Курулин В. В., Тятюшкина Е. С. Моделирование возмущений в озере Чебаркуль при падении метеорита в 2013 году // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2015, № 6. С. 134–143.
20. Рабинович В. А., Хавин З. Я. Краткий химический справочник. Л.: Химия, 1978.
21. Rusche H. Computational Fluid Dynamics of Dispersed Two-Phase Flows at high phase fraction: PhD thesis, Imperial College of Science, Technology & Medicine, Dep. of Mech. Eng., London. 2002.
22. Talaia M. A. R. Terminal velocity of a bubble rise in a liquid column // International Journal of Mathematical, Computational, Physical and Quantum Engineering. 2007. Vol. 1, N 4.
23. Cuenot B., Magnaudet J., Speranto B. The effect of slightly soluble surfactants on the flow around a spherical bubble // J. Fluid Mech. 1997. Vol. 339. P. 25–29.
24. Esmaeeli A., Tryggvason G. Direct numerical simulation of bubbly flows. Part 2. Moderate Reynolds number array // J. Fluid Mech. 1999. Vol. 385. P. 325–358.
25. Baz-Rodriguez S., Aguilar-Corona A., Soria A. Rising velocity for single bubbles in pure liquids // Revista Mexicana de Ingenieria Quimica (Mexico). 2012. Vol. 11, N 2. P. 269–278.

СУПЕРВЫЧИСЛЕНИЯ В ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ ГЕОФИЗИКИ – ЦУНАМИ

*А. С. Козелков^{1,2}, Р. М. Шагалев¹, С. М. Дмитриев², Ю. Н. Дерюгин¹,
А. А. Куркин², Е. Н. Пелиновский²*

¹Российский Федеральный Ядерный Центр –

Всероссийский НИИ экспериментальной физики, г. Саров

²Нижегородский государственный технический университет
им. Р. А. Алексеева, г. Нижний Новгород

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 16-01-00267, 15-45-02061).

Создание физико-математических моделей и вычислительных технологий для изучения движения жидкости и газа, в частности для описания таких грандиозных волн, как цунами, имеет большое значение, как с фундаментальной, так и с практической точки зрения. Среди природных стихий, катастрофических по своим последствиям для человечества, эти волны занимают особое место. Непосредственной причиной возникновения волн цунами чаще всего являются происходящие при землетрясениях изменения в рельефе океанического дна, приводящие к образованию крупных сбросов, провалов и т. п. Доля таких цунами составляет около 80 %. К другим причинам возникновения цунами относятся оползни, вулканические извержения и метеорологические источники, составляющие около 6, 5 и 3 % соответственно от всех случаев зарегистрированных цунами. Около 6 % всех цунами относят к неизвестным источникам происхождения. Возможной причиной возникновения цунами также может служить падение небесных тел, обладающих, как правило, колоссальной кинетической энергией.

Цунами является относительно частым стихийным бедствием и занимает пятое место по величине ущерба от природных стихий. Для смягчения последствий цунами, решения задач прогнозирования, необходимы комплексные исследования, направленные на изучение механизмов генерации волн цунами сейсмическими источниками, оползнями, вулканическими извержениями и падениями