

25. Jeffery A. White, Robert A. Baurle, Travis C. Fisher, Jesse R. Quinlan, William S. Black, Low-dissipation Advection Schemes Designed for Large Eddy Simulations of Hypersonic Propulsion Systems AIAA-2012-4263, 2012.

26. Arnab Chaudhuri, Abdellah Hadjadj, Ashwin Chinnayya On the use of immersed boundary methods for shock/obstacle interactions // Journal of Computational Physics 230 (2011) 1731–1748).

ПОЛНОСТЬЮ НЕЯВНАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТРЕХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ В ПАКЕТЕ ПРОГРАММ НИМФА

*В. Ю. Кузнецов, О. И. Бутнев, И. В. Горев, С. С. Колесников, М. Л. Сидоров,
В. А. Пронин, А. Д. Яруллин*

Российский Федеральный Ядерный Центр –
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, г. Саров

Введение

Разработка месторождений углеводородов представляет собой комплексную проблему, для успешного решения которой требуется привлечение знаний и опыта, накопленных в различных областях науки и инженерной практики. Объекты нефтегазовой отрасли имеют ряд особенностей: большие размеры по площади, достигающие сотен квадратных километров, сложную структуру пластов и сложные физические процессы, проходящие при их разработке. Приведенные выше особенности накладывают специфические требования к математическим методам моделирования нефтяных месторождений.

На данный момент для моделирования процессов фильтрации в геологических пластах применяются в основном зарубежные коммерческие программные продукты, такие как ECLIPSE компании Schlumberger [1], Tempest More компании Roxar [2], STARS компании CMG [3]. Российские программные продукты в практике математического моделирования процессов нефтедобычи практически не используются.

Суперкомпьютерные технологии – один из ключевых факторов конкурентоспособности отечественной нефтегазовой отрасли. Для обеспечения устойчивого экономического развития России требуется создать технологический паритет отечественных предприятий нефтегазовой отрасли с лидерами мирового рынка. Важной сферой применения математического моделирования задач фильтрации является решение проблем прогнозирования, контроля и управления процессами разработки пластов с целью повышения их нефтеотдачи, – в этом состоит основная цель использования коммерческих программных продуктов. Одним из таких программных комплексов, предназначенным для решения задач нефтегазовой отрасли, является комплекс НИМФА [4], разрабатываемый во ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ».

На данный момент в ПК НИМФА реализована модель трехфазной фильтрации «Black Oil» (модель нелетучей нефти). Данная модель покрывает существенный класс двух и трехфазных задач [5]. Для дискретизации по пространству используется метод конечных объемов. Для аппроксимации потоковых слагаемых используется метод «отложенной» коррекции [4]. Для решения разностных уравнений в пакете программ НИМФА реализованы два метода: ImPES (неявный по давлению, явный по насыщенности) и FIM (полностью неявный метод или метод совместного решения). Каждый из методов имеет свои достоинства и недостатки. Данный доклад посвящен реализации полностью неявной схемы на неструктурированных сетках в пакете программ НИМФА. Одним из достоинств данной схемы является возможность использования значительных шагов по времени при решении СЛАУ.

Сеточный генератор

Особый интерес представляют расчеты крупных нефтяных месторождений. При расчете больших территорий покрываемая площадь может составлять от сотен до нескольких тысяч квадратных километров. Например, при расчете месторождения площадью в 5000 кв. км и 100 м в глубину со средним размером ячейки ($20 \times 20 \times 1 \text{ м}^3$) потребуется порядка 1,25 млрд. ячеек. Для расчета таких задач необходим высокопараллельный комплекс с параллельным генератором сеток.

Исследуемый объект представляет собой математическую модель коллектора, месторождения, участка почвы и т. п. Данная модель образуется исходя из геологической модели. Как правило, математические модели исследуемых объектов представляют собой слоистые модели, полученные экструзией.

В пакете программ НИМФА используются неструктурированные сетки, удобные для описания сложных структурных элементов геологической модели с целью повышения точности расчета вблизи геометрических особенностей.

Авторами пакета НИМФА был разработан собственный параллельный генератор трехмерных неструктурированных пластовых сеток, покрывающий и превосходящий возможности зарубежных коммерческих аналогов как по качеству получаемой сетки, так и по скорости построения. Наиболее подробно сеточный генератор пакета НИМФА представлен в [8]. В генераторе используется интерфейс MPI. Основная суть метода построения сетки заключается в следующем:

- строится планарная неструктурированная сетка в параллельном режиме,
- на основе построенной планарной сетки строится объемная сетка путем экструзии с применением метода обобщенной угловой точки,
- производится адаптация сетки к гидрогеологическим объектам.

С помощью разработанного сеточного генератора на примере одной из задач фильтрации жидкости в пласте со скважинами в параллельном режиме была получена трехмерная многогранная сетка в ячеечно-граневом представлении с числом ячеек более 1,1 миллиарда с использованием 21600 процессорных ядер. Время генерации сетки составило около 4 минут.

На рис. 1–6 приведены примеры построения сеток методом обобщенной угловой точки.

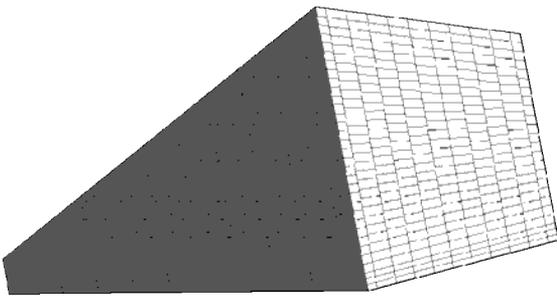


Рис. 1. Пример сетки в клиновидном пласте

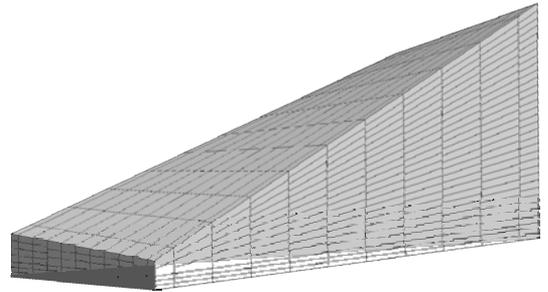


Рис. 2. Пример сетки в клиновидном пласте

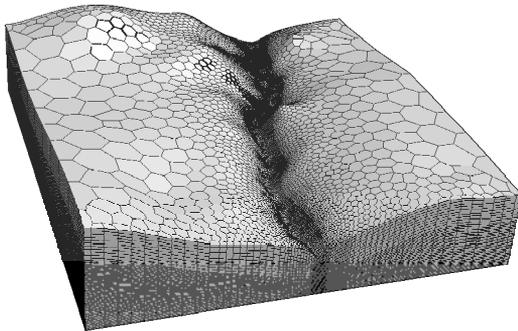


Рис. 3. Пример дискретизации русла реки

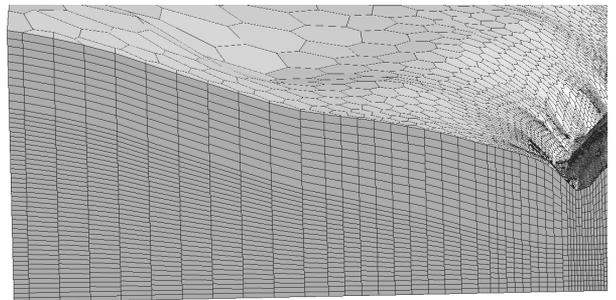


Рис. 4. Фрагмент сетки

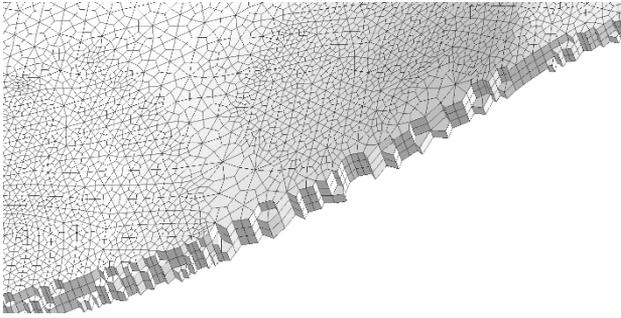


Рис. 5. Пример сетки с дроблением во всех пластах

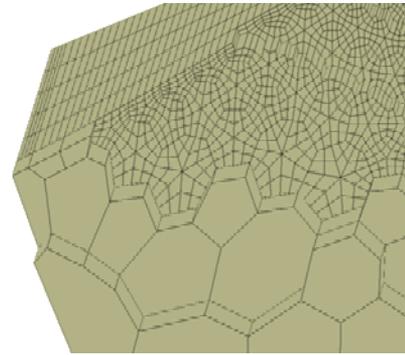


Рис. 6. Пример сетки с дроблением в некоторых пластах

Математическое описание модели «Black Oil»

Модель «Black Oil» содержит три фазы: нефть (o), воду (w) и газ (g). Вода и нефть не смешиваются между собой и не обмениваются массами. Предполагается, что газ растворимый в воде и нефти.

Уравнения нелетучей нефти представляют собой систему уравнений, объединяющей уравнения сохранения массы и уравнения движения Дарси [6]. Движение среды описывается с точки зрения Эйлера. Система дифференциальных уравнений сохранения массы, описывающая трехфазное трехмерное течение жидкости в пористой среде, имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right) + \nabla \left(\frac{\vec{W}_o}{B_o} \right) = q_o, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right) + \nabla \left(\frac{\vec{W}_w}{B_w} \right) = q_w, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_g}{B_g} + \frac{\phi R_{so} S_o}{B_o} + \frac{\phi R_{sw} S_w}{B_w} \right) + \nabla \left(\frac{\vec{W}_g}{B_g} + \frac{R_{so} \vec{W}_o}{B_o} + \frac{R_{sw} \vec{W}_w}{B_w} \right) = q_o R_{so} + q_w R_{sw} + q_g. \quad (3)$$

Уравнения движения (скорость фильтрации) описывается законом Дарси:

$$\vec{W}_o = -\lambda_o (\nabla p_o - \gamma_o \nabla h), \quad (4)$$

$$\vec{W}_w = -\lambda_w (\nabla p_w - \gamma_w \nabla h), \quad (5)$$

$$\vec{W}_g = -\lambda_g (\nabla p_g - \gamma_g \nabla h). \quad (6)$$

Здесь λ_o , λ_w , λ_g – коэффициенты проводимости соответствующей фазы – имеют вид:

$$\lambda_o = \frac{k_{ro} K_a}{\mu_o}, \quad \lambda_w = \frac{k_{rw} K_a}{\mu_w}, \quad \lambda_g = \frac{k_{rg} K_a}{\mu_g}.$$

Здесь ϕ – пористость породы [–]; K_a – тензор абсолютной проницаемости породы [L^{-2}]; k_{ro}, k_{rw}, k_{rg} – относительные фазовые проницаемости нефти, воды и газа [–]; μ_o, μ_w, μ_g – коэффициенты динамической вязкости нефти, воды и газа [$MT^{-1}L^{-1}$]; p_o, p_w, p_g – давление, соответственно, в нефтяной, водяной и газовой фазах [$MT^{-2}L^{-1}$]; $\gamma_o = \rho_o g, \gamma_w = \rho_w g, \gamma_g = \rho_g g$ – веса соответствующих фаз, g – ускорение свободного падения [LT^{-2}]; h – глубина относительно уровня моря, отсчет ведется вниз по вертикали [L]; q_α – объемный источник или сток α -ой фазы ($\alpha = o, w, g$); S_o, S_w, S_g – насыщенность нефти, воды и газа [–]; B_o, B_w, B_g – коэффициенты объемного расширения нефти, воды и газа [$RL^3/(SL^3)$]; R_{so}, R_{sw} – коэффициент растворимости газа в нефти и воде соответственно [L^3/L^3]. R соответствует пластовым условиям, S соответствует нормальным (поверхностным) условиям.

Для замыкания системы уравнений (1)–(6) необходимы следующие соотношения:

$$p_o - p_w = P_{cow}(S_o, S_w), \quad (7)$$

$$p_g - p_o = P_{cog}(S_o, S_g), \quad (8)$$

$$S_o + S_w + S_g = 1. \quad (9)$$

Для полной формулировки математической модели исходная система уравнений (1)–(9) должна быть дополнена уравнениями состояния (данными PVT), а также начальными и краевыми условиями. Основными искомыми величинами для уравнений (1)–(9) являются давление нефти p_o , насыщенность нефти S_o и насыщенность воды S_w .

Под начальными условиями понимается начальное распределение искоемых значений давлений и насыщенностей на момент времени $t = 0$.

Под краевыми условиями понимается задание граничных условий (режимов работы) на границе моделируемой области и на каждом из источников, представляющих скважины.

Метод учета скважин в численных моделях фильтрации основан на допущении того, что вблизи скважины течение описывается аналитическим решением, граничные условия для которого определяются из численного решения задачи для пласта. Этот подход впервые предложен Д. Писманом [7].

Скважина рассматривается как множество интервалов перфорации, вскрывающих сеточные блоки (ячейки). На скважине могут задаваться забойное или устьевое давление, дебит флюидов в поверхностных или пластовых условиях. Распределение дебита по фазам и по интервалам перфорации осуществляется с учетом гравитационных сил и состава смеси на скважине.

В случае, когда на скважине заданы забойные давления, объемный фазовый дебит интервала перфорации, приведенный к стандартным условиям, имеет вид [6]:

$$q_{l\alpha} = WI_l \left\{ K_{\alpha l} h_l \left(\frac{k_{r\alpha}}{B_\alpha \mu_\alpha} \right)_l \delta_l \left[p_l - p_{wb} - \bar{\gamma} (H_l - H_{ref}) \right] \right\}; \quad l = 1, 2, \dots, N_p; \quad \alpha = o, w, g; \quad (10)$$

$$q_{lgT} = q_{lg} + \sum_{\alpha} q_{l\alpha} R_{l\alpha}; \quad l = 1, 2, \dots, N_p; \quad \alpha = o, w, \quad (11)$$

где p_l – давление в ячейке, содержащей интервал перфорации l ; p_{wb} – забойное давление, приведенное к опорной глубине; WI_l – коэффициент скважины для интервала перфорации l ; h_l – толщина интервала l (может быть меньше, чем толщина ячейки, содержащей интервал l , но не может быть больше ее); δ_l – индекс противотока; $\bar{\gamma}$ – осредненный удельный вес жидкости в стволе скважины;

H_l – глубина интервала l ; H_{ref} – опорная глубина; N_p – число интервалов перфорации; q_{lgT} – полный дебит газа.

Здесь для добывающей скважины должно выполняться соотношение:

$$\delta_l = \begin{cases} 1, & p_l - p_{wb} - \bar{\gamma}(H_l - H_{ref}) \geq 0, \\ 0, & p_l - p_{wb} - \bar{\gamma}(H_l - H_{ref}) < 0, \end{cases}$$

в котором для нагнетательной скважины знаки неравенств меняются на противоположные; $\bar{\gamma} = \frac{\sum_l \sum_\alpha q_{l\alpha} \gamma_{l\alpha}}{\sum_l \sum_\alpha q_{l\alpha}}$, причем $\sum_l \sum_\alpha q_{l\alpha} \neq 0$, в противном случае $\bar{\gamma} = \gamma_\alpha$, где γ_α согласуется с начальными условиями.

Коэффициент скважины в выражении (10) вычисляется как

$$WI_l = \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{r_{bl}}{r_{wl}}\right) + S_l},$$

где должно выполняться условие $r_{bl} \geq r_{wl} \exp(-S_l)$; r_{bl} – эквивалентный радиус сеточного блока, содержащего интервал l ; r_{wl} – радиус скважины на интервале l ; S_l – скин-фактор на интервале l .

Эквивалентный радиус сеточного блока, содержащего интервал l , рассчитывается с помощью формулы Писмана:

$$r_{bl} = 0,28 \frac{\sqrt{\sqrt{\frac{k_{yl}}{k_{xl}} \Delta x_l^2 + \frac{k_{xl}}{k_{yl}} \Delta y_l^2}}}{\sqrt[4]{\frac{k_{yl}}{k_{xl}} + \frac{k_{xl}}{k_{yl}}}},$$

где k_{xl} и k_{yl} – абсолютные проницаемости сеточного блока, содержащего интервал l , по соответствующим направлениям; Δx_l и Δy_l – размеры сеточного блока, содержащего интервал l .

Фазовые дебиты скважин рассчитываются с помощью выражения

$$q_\alpha = \sum_l q_{l\alpha}. \quad (12)$$

В случае, когда на скважине заданы фазовые дебиты q_α , $\alpha = o, w, g$, либо дебиты жидкости $q_L = \sum_\alpha q_\alpha$, $\alpha = o, w$, используется упрощенный метод распределения дебитов по интервалам перфорации:

$$q_{l\alpha} = \frac{B_{l\alpha} T_{l\alpha} q_\alpha}{\sum_l B_{l\alpha} T_{l\alpha}}, \quad \alpha = o, w, g; \quad (13)$$

$$q_{l\alpha} = \frac{B_{l\alpha} T_{l\alpha} q_L}{\sum_l \sum_\beta B_{l\beta} T_{l\beta}}, \quad \alpha = o, w, \quad \beta = o, w, g, \quad (14)$$

где $T_{l\alpha} = WI_l k_l h_l \frac{f_{l\alpha}}{B_{l\alpha} \mu_{l\alpha}} K_{exp}$, аналогично для $T_{l\beta}$.

Для случая, когда на скважине заданы фазовые дебиты, либо дебиты жидкости, забойные давления рассчитываются из выражения (10).

Для случая, когда на скважине задан дебит жидкости, по формуле (14) производится распределение дебитов нефти и воды по интервалам перфорации. Затем по формуле (10), записанной для нефти или воды, определяется забойное давление. После чего по формуле (11) определяется дебит газа.

Искомые параметры скважины (забойное давление либо дебит) могут быть учтены в явной или неявной форме.

Численная модель

В пакете НИМФА для получения разностных уравнений для модели «черной нефти» используется метод конечных объемов. Для аппроксимации потоков через боковые грани ячеек используется метод отложенной коррекции.

Пусть $n > 0$ обозначает временной шаг. Введем следующий временной оператор для функции от времени v :

$$\bar{\delta}v = v^{n+1} - v^n.$$

При неявной аппроксимации по времени система нелинейных уравнений (1)–(3) определяется как

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\delta}}{\Delta t} \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right) &= \Delta \left[\lambda_w^{n+1} (\Delta p_w^{n+1} - \gamma_w^{n+1} \Delta h) \right] + q_w^{n+1}; \\ \frac{\bar{\delta}}{\Delta t} \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right) &= \Delta \left[\lambda_o^{n+1} (\Delta p_o^{n+1} - \gamma_o^{n+1} \Delta h) \right] + q_o^{n+1}; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\frac{\bar{\delta}}{\Delta t} \left(\frac{\phi S_g}{B_g} + \frac{\phi R_s S_o}{B_o} \right) = \Delta \left[\lambda_g^{n+1} (\Delta p_g^{n+1} - \gamma_g^{n+1} \Delta h) \right] + \Delta \left[\lambda_o^{n+1} R_s^{n+1} (\Delta p_o^{n+1} - \gamma_o^{n+1} \Delta h) \right] + q_g^{n+1} + R_s^{n+1} q_o^{n+1};$$

где $\Delta t = t^{n+1} - t^n$. Система (15) является нелинейной с неизвестными p_α^{n+1} и S_α^{n+1} , $\alpha = o, w, g$, для ее численного решения используется итерационный метод Ньютона–Рафсона, использующий линеаризованную систему на каждой итерации [6]. Итерационная схема метода Ньютона–Рафсона может быть представлена в виде

$$p_\alpha^{n+1, l+1} = p_\alpha^{n+1, l} + \delta p_\alpha, \quad S_\alpha^{n+1, l+1} = S_\alpha^{n+1, l} + \delta S_\alpha, \quad \alpha = o, w, g,$$

где l обозначает номер итерации, а δp_α и δS_α представляют собой изменение давления и насыщенности за этот итерационный шаг.

Зная, что

$$\begin{aligned} v^{n+1} &\approx v^{n+1, l+1} = v^{n+1, l} + \delta v, \\ \bar{\delta}v &\approx v^{n+1, l} - v^n + \delta v, \end{aligned}$$

перепишем систему (15) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right)^{n+1, l+1} - \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right)^n + \delta \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right) \right] &= \Delta \left[\lambda_w^{n+1, l+1} (\Delta p_w^{n+1, l+1} - \gamma_w^{n+1, l+1} \Delta h) \right] + q_w^{n+1, l+1}; \\ \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right)^{n+1, l} - \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right)^n + \delta \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right) \right] &= \Delta \left[\lambda_o^{n+1, l+1} (\Delta p_o^{n+1, l+1} - \gamma_o^{n+1, l+1} \Delta h) \right] + q_o^{n+1, l+1}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_g}{B_g} + \frac{\phi R_s S_o}{B_o} \right)^{n+1,l} - \left(\frac{\phi S_g}{B_g} + \frac{\phi R_s S_o^f}{B_o} \right)^n + \delta \left(\frac{\phi S_g}{B_g} + \frac{\phi R_s S_o}{B_o} \right) \right] = \\ & = \Delta \left[\lambda_g^{n+1,l+1} \left(\Delta p_g^{n+1,l+1} - \gamma_g^{n+1,l+1} \Delta h \right) \right] + \Delta \left[\lambda_o^{n+1,l+1} R_s^{n+1,l+1} \left(\Delta p_o^{n+1,l+1} - \gamma_o^{n+1,l+1} \Delta h \right) \right] + q_g^{n+1,l+1} + R_s^{n+1,l+1} q_o^{n+1,l+1}; \end{aligned}$$

В этой системе δp_α и δS_α являются неизвестными. Используя замыкающие соотношения (7)–(9), получим в качестве искоемых переменных $\delta p = \delta p_o$, δS_o , δS_w .

Проводимости фаз и прочие функциональные зависимости от искоемых переменных на $l+1$ итерации рассчитываются следующим образом. Для водяной фазы

$$\lambda_w^{l+1} = \lambda_w^l + E_{wp} \delta p + E_{wSw} \delta S_w, \quad (17)$$

где

$$E_{wp} = \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w} \frac{dB_w^{-1}}{dp} \right)^l \text{К}, \quad E_{wSw} = \left(\frac{dk_{rw}}{dS_w} \frac{1}{\mu_w B_w} \right)^l \text{К}.$$

Для нефтяной фазы

$$\lambda_o^{l+1} = \lambda_o^l + E_{op} \delta p + E_{oS_w} \delta S_w + E_{oS_o} \delta S_o, \quad (18)$$

где

$$E_{op} = \left(k_{ro} \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right) \right)^l \text{К}, \quad E_{oS_o} = \left(\frac{dk_{ro}}{dS_g} \frac{1}{\mu_o B_o} \right)^l \text{К}, \quad E_{wSw} = \left(\left(\frac{dk_{ro}}{dS_w} - \frac{dk_{ro}}{dS_g} \right) \frac{1}{\mu_o B_o} \right)^l \text{К}.$$

Для газовой фазы

$$\lambda_g^{l+1} = \lambda_g^l + E_{gp} \delta p + E_{gS} (\delta S_w + \delta S_o), \quad (19)$$

где

$$E_{gp} = \left(k_{rg} \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{\mu_g B_g} \right) \right)^l \text{К}, \quad E_{gS} = - \left(\frac{dk_{rg}}{dS_g} \frac{1}{\mu_g B_g} \right)^l \text{К}.$$

Аналогичным образом формулируются итерационные приближения для коэффициентов растворимости R_{so} и объемного расширения B_α , $\alpha = o, g, w$.

$$R_{so}^{l+1} = R_{so}^l + r_{sp} \delta p, \quad B_\alpha^{l+1} = B_\alpha^l (1 - b_{\alpha p} \delta p), \quad \alpha = o, w, g, \quad (20)$$

где

$$r_{sp} = \left(\frac{dR_{so}}{dp} \right)^l, \quad b_{\alpha p} = - \left(\frac{1}{B_\alpha} \frac{dB_\alpha}{dp} \right)^l, \quad \alpha = o, w, g,$$

После некоторых преобразований и подстановок получаем окончательную систему линейных уравнений трехфазной фильтрации:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right)^l - \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right)^n + c_{wp} \delta p + c_{wSw} \delta S_w \right] = \\ & = \nabla \left((\lambda_w^l + E_{wp} \delta p + E_{wSw} \delta S_w) \nabla \Phi^l \right) + \nabla \left(\lambda_w^l \nabla d_{wp} \delta p \right) + \nabla \left(\lambda_w^l \nabla (d_{wSw} \delta S_w) \right) + \\ & + \frac{1}{B_w^l} \left\{ q_w^l + \sum_{j=1}^{N_w} \sum_{m=1}^{M_{wj}} WI^{(j,m)} \left[e_{wp}^{(j)} \delta p + e_{wSw}^{(j)} \delta S_w + e_{wph}^{(j)} \delta p_{bh}^{(j)} \right] \delta(x - x^{(j,m)}) \right\} + \frac{b_{wp} q_w^l}{B_w^l} \delta p, \quad (21) \end{aligned}$$

для водяной фазы;

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right)^l - \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right)^n + c_{op} \delta p + c_{oS_o} \delta S_o \right] = \\ & = \nabla \left((\lambda_o^l + E_{op} \delta p + E_{oS_w} \delta S_w + E_{oS_o} \delta S_o) \nabla \Phi_o^l \right) + \nabla \left(\lambda_o^l \nabla (d_{op} \delta p) \right) + \\ & + \frac{1}{B_o^l} \left\{ q_o^l + \sum_{j=1}^{N_w} \sum_{m=1}^{M_{wj}} WI^{(j,m)} \left[e_{op}^{(j)} \delta p + e_{oS_w}^{(j)} \delta S_w + e_{oS_o}^{(j)} \delta S_o + e_{op_{bh}} \delta p_{bh}^{(j)} \right] \delta(x - x^{(j,m)}) \right\} + \frac{b_{op} q_o^l}{B_o^l} \delta p, \quad (22) \end{aligned}$$

для нефтяной фазы;

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \left\{ \left[\phi \left(\frac{S_g}{B_g} + \frac{R_{so} S_o}{B_o} \right) \right]^l - \left[\phi \left(\frac{S_g}{B_g} + \frac{R_{so} S_o}{B_o} \right) \right]^n + c_{gp} \delta p + c_{gS_w} \delta S_w + c_{gS_o} \delta S_o \right\} = \\ & = \nabla \left((\lambda_g^l + E_{gp} \delta p + E_{gS} (\delta S_w + \delta S_o)) \nabla \Phi_g^l \right) + \nabla \left(\lambda_g^l \nabla (d_{gp} \delta p) \right) + \nabla \left(\lambda_g^l \nabla (d_{gS} (\delta S_w + \delta S_o)) \right) + \\ & + \nabla \left[\left(R_{so}^l (\lambda_o^l + E_{op} \delta p + E_{oS_w} \delta S_w + E_{oS_o} \delta S_o) + r_{sp} \lambda_o^l \delta p \right) \nabla \Phi_o^l \right] + \nabla \left(R_{so}^l \lambda_o^l \nabla (d_{op} \delta p) \right) + \\ & \frac{1}{B_g^l} \left\{ q_g^l + \sum_{j=1}^{N_w} \sum_{m=1}^{M_{wj}} WI^{(j,m)} \left[e_{gp}^{(j)} \delta p + e_{gS}^{(j)} (\delta S_w + \delta S_o) + e_{gp_{bh}} \delta p_{bh}^{(j)} \right] \delta(x - x^{(j,m)}) \right\} + \frac{b_{gp} q_g^l}{B_g^l} \delta p + \\ & + \frac{R_{so}^l}{B_o^l} \left\{ q_o^l + \sum_{j=1}^{N_w} \sum_{m=1}^{M_{wj}} WI^{(j,m)} \left[e_{op}^{(j)} \delta p + e_{oS_w}^{(j)} \delta S_w + e_{op_{bh}} \delta p_{bh}^{(j)} + e_{op_{bh}} \delta p_{bh}^{(j)} \right] \delta(x - x^{(j,m)}) \right\} + \frac{q_o^l}{B_o^l} (R_{so}^l b_{op} + r_{sp}) \delta p, \quad (23) \end{aligned}$$

для газовой фазы.

При неявном учете скважинных источников к уравнениям (15)–(17) добавляются уравнения (18)–(20).

Для водяной фазы:

$$q_w^{l+1} = q_w^l + \sum_{j=1}^{N_w} \sum_{m=1}^{M_{wj}} WI^{(j,m)} \left[e_{wp}^{(j)} \delta p + e_{wS_w}^{(j)} \delta S_w + e_{wp_{bh}}^{(j)} \delta p_{bh}^{(j)} \right] \delta(x - x^{(j,m)}), \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} e_{wp}^{(j)} &= -\frac{1}{\mu_w} \left[k_{rw} \left(1 + \frac{d\rho_w}{dp} \wp(z_{bh}^{(j)} - z) \right) \right]^l, \quad e_{wp_{bh}} = \frac{k_{rw}^l}{\mu_w}, \\ e_{wS_w}^{(j)} &= \frac{1}{\mu_w} \left[\frac{dk_{rw}}{dS_w} (p_{bh}^{(j)} - p - p_{cow} - \rho_w \wp(z_{bh}^{(j)})) \right]^l k_{rw} \frac{dp_{cow}}{dS_w}. \end{aligned}$$

Для нефтяной фазы:

$$q_o^{l+1} = q_o^l + \sum_{j=1}^{N_w} \sum_{m=1}^{M_{wj}} WI^{(j,m)} \left[e_{op}^{(j)} \delta p + e_{oS_w}^{(j)} \delta S_w + e_{oS_o}^{(j)} \delta S_o + e_{op_{bh}} \delta p_{bh}^{(j)} \right] \delta(x - x^{(j,m)}), \quad (25)$$

где

$$e_{op}^{(j)} = \left\{ k_{ro} \left[\frac{d\mu_o^{-1}}{dp} (p_{bh}^{(j)} - p - \rho_o \wp(h_{bh}^{(j)} - h)) - \frac{1}{\mu_o} \left(1 + \frac{d\rho_o}{dp} \wp(h_{bh}^{(j)} - h) \right) \right]^l \right\},$$

$$e_{oS_w}^{(j)} = \left[\frac{1}{\mu_o} \left(\frac{dk_{ro}}{dS_w} - \frac{dk_{ro}}{dS_g} \right) \left(p_{bh}^{(j)} - p - \rho_o \wp(h_{bh}^{(j)} \quad h) \right) \right]^l,$$

$$e_{oS_o}^{(j)} = - \left[\frac{dk_{ro}}{dS_g} \frac{1}{\mu_o} \left(p_{bh}^{(j)} - p - \rho_o \wp(h_{bh}^{(j)} \quad h) \right) \right]^l, \quad e_{op_{bh}} = \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o} \right)^l,$$

Для газовой фазы:

$$q_g^{l+1} = q_g^l + \sum_{j=1}^{N_{wj}} \sum_{m=1}^{M_{wj}} WI^{(j,m)} \left[e_{gp}^{(j)} \delta p + e_{gS}^{(j)} (\delta S_w + \delta S_o) + e_{gp_{bh}} \delta p_{bh}^{(j)} \right] \delta(x - x^{(j,m)}), \quad (26)$$

где

$$e_{gp}^{(j)} = \left\{ k_{rg} \left[\frac{d\mu_g^{-1}}{dp} \left(p_{bh}^{(j)} - p - p_{cog} - \rho_g \wp(h_{bh}^{(j)} \quad h) \right) - \frac{1}{\mu_g} \left(1 + \frac{dp_g}{dp} \wp(h_{bh}^{(j)} \quad h) \right) \right] \right\}^l, \quad -$$

$$e_{gS}^{(j)} = - \left[\frac{1}{\mu_g} \left(\frac{dk_{rg}}{dS_g} \left(p_{bh}^{(j)} - p - p_{cog} - \rho_g \wp(h_{bh}^{(j)} \quad h) \right) - k_{rg} \frac{dp_{cog}}{dS_g} \right) \right]^l, \quad e_{op_{bh}} = \left(\frac{k_{rg}}{\mu_g} \right)^l.$$

В результате дискретизации и линеаризации получается по три уравнения для каждого сеточного блока. При этом матрица становится блочного вида. Для решения данной матрицы используется библиотека параллельных решателей LParSol версии 3.0 [9].

Результаты тестирования

Для тестирования полностью неявной схемы авторами доклада был выбран седьмой тест из набора SPE (Society of Petroleum Engineers). В седьмом тесте SPE рассматривается процесс разработки месторождения с помощью горизонтальных скважин [11]. Он используется для сравнения разных подходов к моделированию горизонтальных скважин и исследованию влияния длины и дебита скважины на извлечение нефти. В своей постановке он имеет порядка 8 вариантов, в которых используются разные длины, разные дебиты и режимы работы скважин [11]. В данном докладе представляем результаты по вариантам **1a – 3a** и **1b – 3b**.

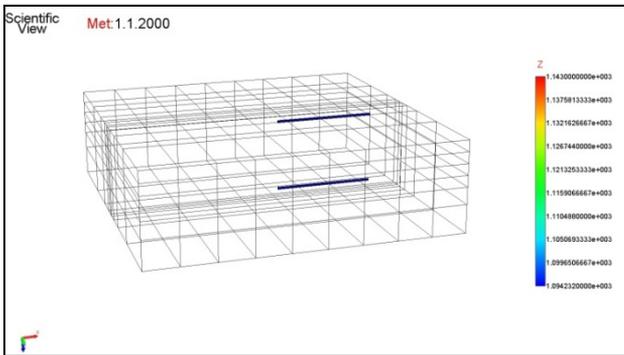


Рис. 7. Вид расчетной области для вариантов расчета «а»

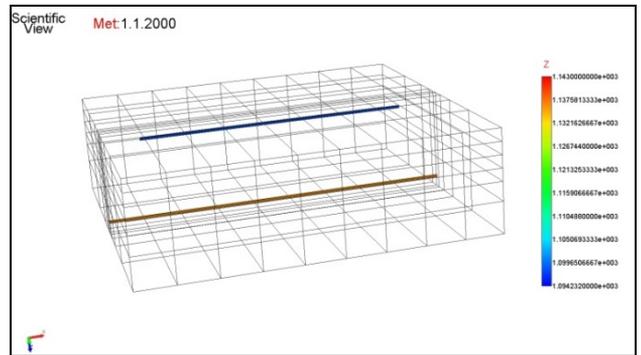


Рис. 8. Вид расчетной области для вариантов расчета «б»

Далее на рис. 9–20 представлены результаты сравнения пакета НИМФА с КПО. Сравнение осуществляется по дебиту нефти, суммарной нефтедобыче и водонефтяному коэффициенту [11].

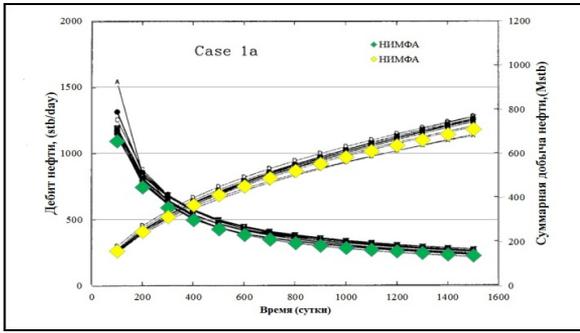


Рис. 9. Дебит нефти и суммарная нефтедобыча для варианта теста «1a»

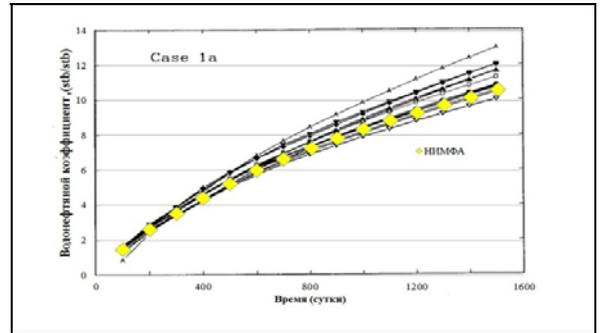


Рис. 10. Водонефтяной коэффициент для варианта теста «1a»

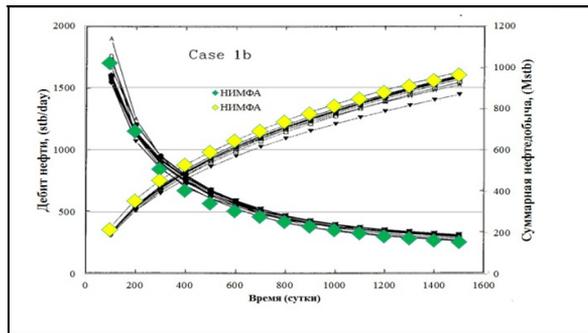


Рис. 11. Дебит нефти и суммарная нефтедобыча для варианта теста «1b»

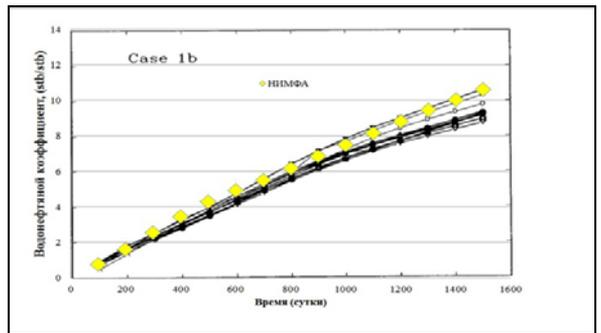


Рис. 12. Водонефтяной коэффициент для варианта теста «1b»

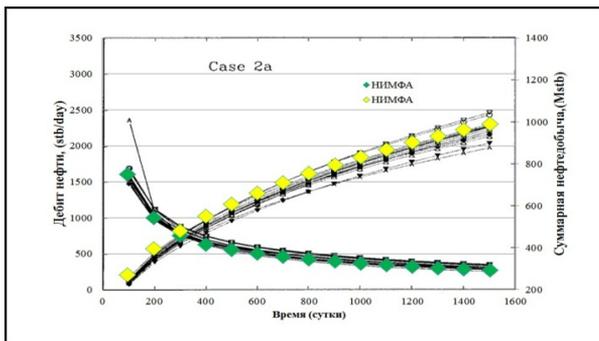


Рис. 13. Дебит нефти и суммарная нефтедобыча для варианта теста «2a»

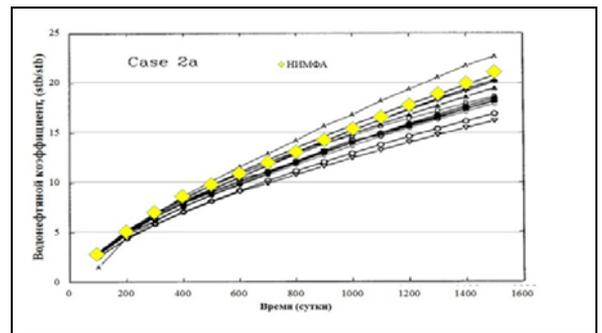


Рис. 14. Водонефтяной коэффициент для варианта теста «2a»

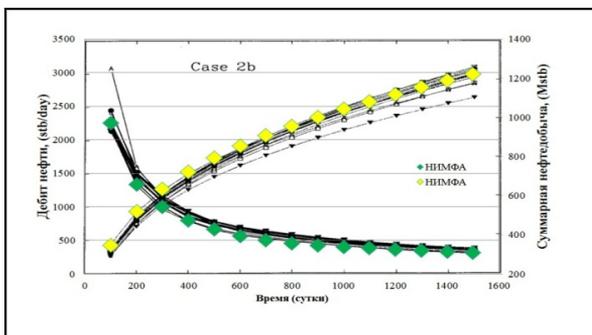


Рис. 15. Дебит нефти и суммарная нефтедобыча для варианта теста «2b»

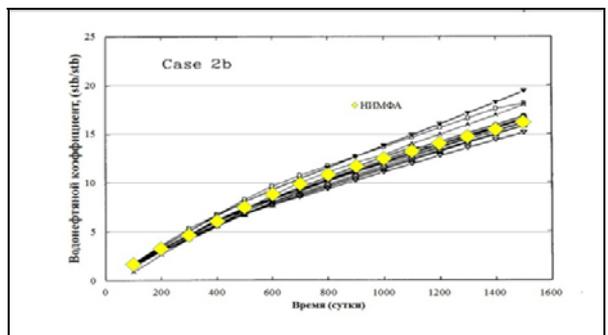


Рис. 16. Водонефтяной коэффициент для варианта теста «2b»

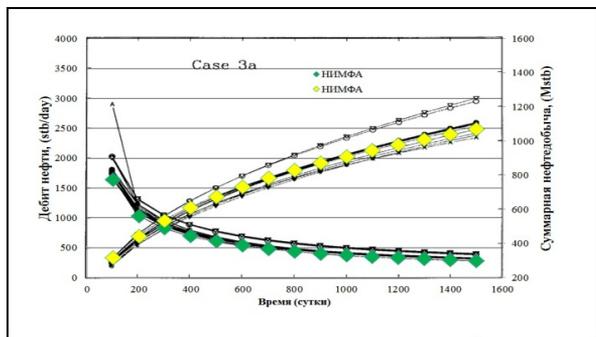


Рис. 17. Водонефтяной коэффициент для варианта теста «3а»

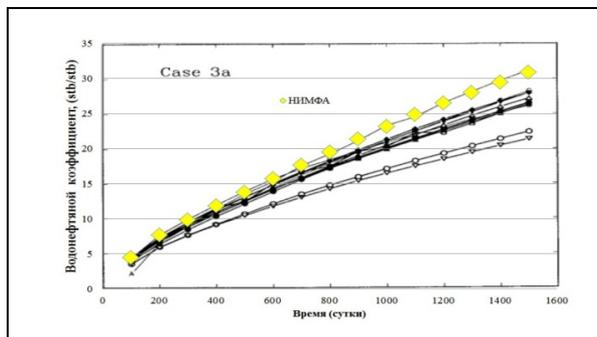


Рис. 18. Водонефтяной коэффициент для варианта теста «3а»

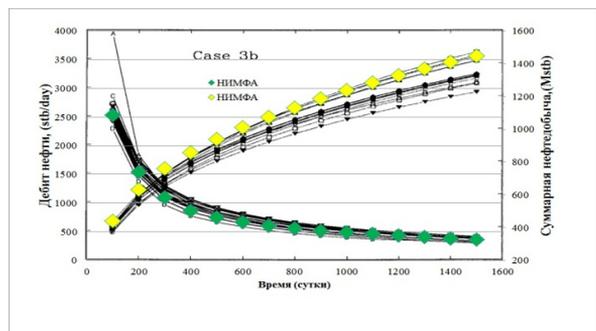


Рис. 19. Водонефтяной коэффициент для варианта теста «3б»

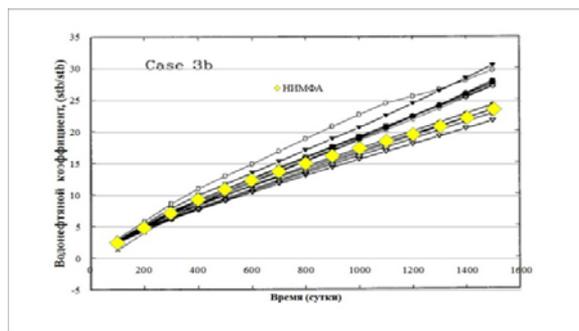


Рис. 20. Водонефтяной коэффициент для варианта теста «3б»

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что на данном тесте пакет НИМФА имеет хорошее качественное и количественное согласие результатов с КПО.

Основные принципы и эффективность распараллеливания комплекса НИМФА

Распараллеливание комплекса НИМФА базируется на следующих принципах:

- используется параллелизм по данным в модели распределенной памяти;
- для обменов сообщениями используется интерфейс MPI;
- все вычислительные ядра равноправные (нет выделенного управляющего ядра);
- используется поочередное наложение параобластей на один слой ячеек.

Рис. 21 поясняет, как происходит разделение множества ячеек параобластей на подмножества.

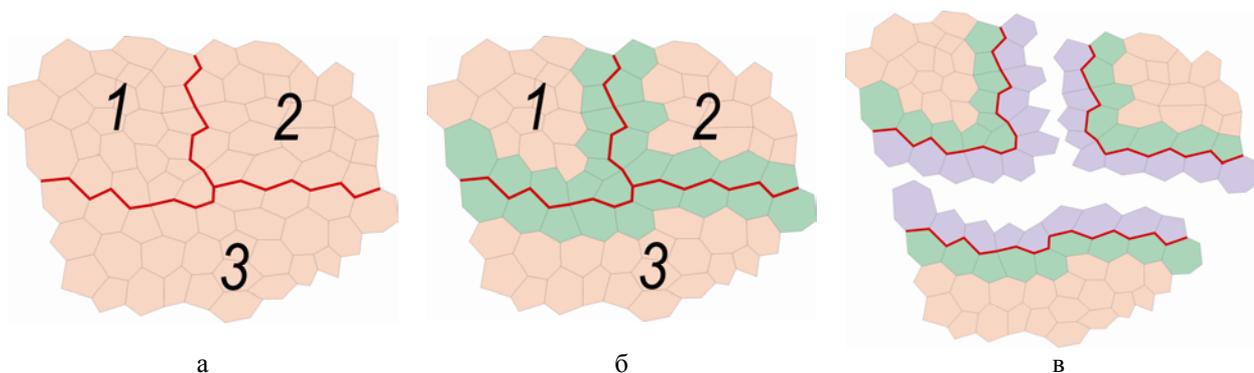


Рис. 21. Разделение ячеек параобластей на подмножества: а – границы параобластей; б – выделение слоев ячеек, лежащих на границе; в – выделение слоев ячеек, лежащих за границами

На рис. 21,*а* красной линией показана граница параобластей. На рис. 21,*б* зеленым цветом показаны ячейки, лежащие на границе параобластей. Такие ячейки в комплексе НИМФА называются оболочечными. На рис. 21,*в* фиолетовым цветом показаны ячейки параобласти, лежащие за границей счетных ячеек. Такие ячейки называются несчетными. Они вводятся для организации MPI-обменов. Каждая оболочечная ячейка «знает» где лежит ее образ (известен номер параобласти и локальный номер несчетной ячейки этой параобласти).

В комплексе НИМФА могут использоваться как явные разностные уравнения, так и неявные. В случае явных уравнений применяется метод «встречных обменов», позволяющий совмещать вычислительную работу ядра с его обменами. В случае неявных разностных схем распараллеливание происходит на уровне решения матрицы СЛАУ посредством библиотеки LParSol.

Для исследования эффективности распараллеливания программного комплекса НИМФА исходная задача из седьмого теста SPE была увеличена до **1 млн** ячеек. При этом скважины имеют перфорации в 152 (добывающая) и в 184 (нагнетательная) ячейках. В зависимости от декомпозиции, скважины могут проходить через несколько десятков параобластей.

На рис. 22 представлена декомпозиция исходной задачи на 192 ядра. При этом скважины пересекают 10 и 14 параобластей соответственно.

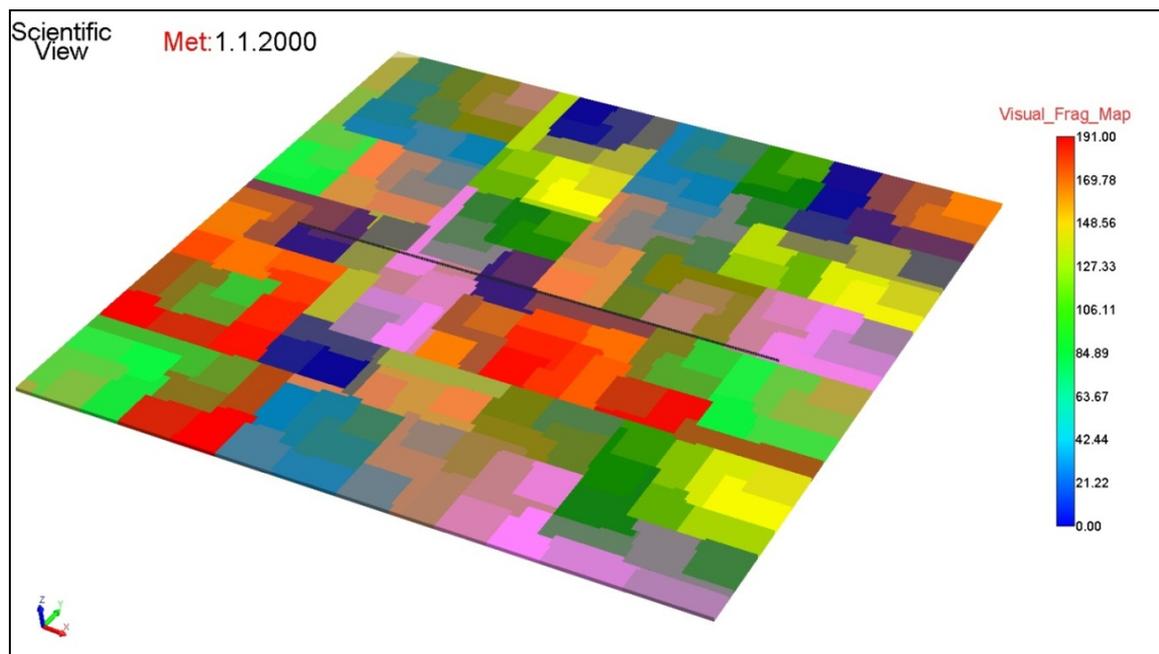


Рис. 22. Декомпозиция расчетной области на 192 ядра

Результаты расчетов задачи SPE 7 в параллельном режиме

Число ядер	Время счета (с)	Эффективность (%)	Ускорение	Количество ячеек на ядро
1	17324,5	100	1	1002530
12	2080,13	69,40	8,32	83544
24	1017,63	70,93	17,02	41772
48	512,36	70,44	33,81	20886
96	256,697	70,30	67,49	10443
192	134,325	67,17	128,97	5221
384	71,9738	62,68	240,70	2610
576	63,7642	47,16	271,69	1740
768	71,68	31,47	241,69	1305

На рис. 23 приведен график зависимости эффективности от количества ядер.

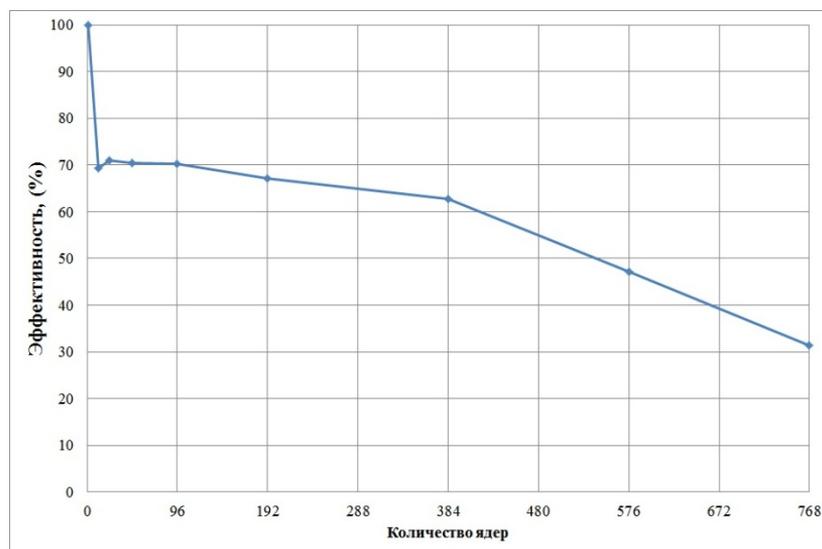


Рис. 23. Эффективность распараллеливания тестовой задачи SPE 7

Исследование эффективности распараллеливания показало хорошую масштабируемость результатов. При достаточной загрузке ядра (5–10 тыс. ячеек) эффективность составляет 67–70 процентов. Снижение эффективности ниже 50 % на 576 ядрах обусловлено малым количеством ячеек на одну параобласть.

Заключение

В докладе представлены особенности реализации полностью неявной схемы решения уравнений многофазной фильтрации в отечественном пакете программ НИМФА. Также авторами представлены основные особенности пакета программ НИМФА, которыми являются: параллельный сеточный генератор и высокий уровень распараллеливания вычислительных модулей. Представлены результаты тестирования реализованной неявной схемы на седьмой задаче из набора тестов SPE, которые показали хорошее качественное и количественное согласие результатов по пакету программ НИМФА с результатами, полученными по коммерческим программным продуктам.

Результаты приведенных расчетов демонстрируют, что разрабатываемый отечественный программный комплекс НИМФА обеспечивает возможность решения задач многофазной фильтрации по модели «Black Oil» в многопроцессорном режиме счета.

Литература

1. Официальный сайт компании Schlumberger [электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.slb.ru/sis>.
2. Официальный сайт компании Roxar [электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.roxar.com>.
3. Официальный сайт компании Computer Modeling Group Ltd [электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.cmgroup.com/software/stars.htm>.
4. Бутнев О. И., Пронин В. А., Сидоров М. Л., Колесников С. С., Кузнецов В. Ю. Пакет программ НИМФА-2 для решения задач многофазной фильтрации с применением суперкомпьютерных технологий // XIV Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование»: сб. докл. Саров, 2012. С. 112–119.

5. Методические указания по созданию постоянно действующих геолого-технологических моделей нефтяных и газонефтяных месторождений (Часть 2. Фильтрационные модели). Утв. Заместителем Министра энергетики РФ Шелеповым В.В. 22.01.2002 г. М.: ОАО «ВНИИОЭНГ», 2003.
6. Zgangxin Chen, Gyamrem Huan, Yuanle Ma Computational methods for multiphase flows in porous media. Dallas, Texas: Southern Methodist University, 2006.
7. Peaceman D. W. Interpretation of well-block pressure in numerical reservoir simulation // SPE Journal. 1983. Vol. 23, N 3. P. 531–543.
8. Сидоров М. Л., Пронин В. А. Неструктурированная призматическая дискретизация сложных геологических структур в параллельном режиме // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2015.
9. Бартенев Ю. Г., Капорин И. Е., Харченко С. А., Сысоев А. В. и др. Комплекс библиотек параллельных решателей СЛАУ LParSol версии 3 // XIV Международная конференция «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах (НРС 2014)»: сб. трудов. Пермь, 10–12 ноября 2014. С. 49–53.
10. Nghiem L. S., Collins D. A., Sharma R., Seventh SPE comparative solution project: Modeling of horizontal wells in reservoir simulation, SPE 21221 // The 11th SPE Symposium on Reservoir Simulation, Anaheim, CA. 1991.
11. Douglas J. Jr., Peaceman D. W., Rachford H. H. Jr. A method for calculating multi-dimensional immiscible displacement // Trans. SPE AIME 1959. 216. 297–306.

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ СИСТЕМА ПОСТОБРАБОТКИ SCIENTIFICVIEW. МАКРОЯЗЫК

*А. И. Лопаткин, А. Л. Потехин, В. В. Журнов, Д. С. Кондратьев, В. В. Ломтев,
Е. В. Нестеров, П. А. Тяхтина, Ю. В. Козачек, А. К. Меньшикова, И. В. Логинов*

Российский Федеральный Ядерный Центр –
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, г. Саров

Процесс обработки данных с использованием систем постобработки и визуализации зачастую может представлять последовательность однотипных действий, которые необходимо выполнить пользователю через графический интерфейс приложения. С целью автоматизации обработки данных современные системы визуализации и постобработки предоставляют возможность управления приложением с помощью команд макроязыка. Макроязык представляет собой набор команд, посредством которых пользователь имеет возможность выполнять действия, доступные через графический интерфейс пользователя. Макроязык позволяет с помощью небольших программ создавать сложные процедуры обработки, для выполнения которых через графический интерфейс потребовались бы часы или даже сутки работы пользователя. Кроме того, макропрограммы можно применять к разным результатам моделирования, создавая типовые процедуры обработки для определенного класса задач.

Для автоматизации обработки данных в параллельной системе постобработки ScientificView [1–2] реализована возможность управления системой, используя команды разработанного макроязыка.

Система ScientificView предназначена для фильтрации, отображения, числового анализа результатов моделирования физических процессов на сетках регулярного и нерегулярного типа, а также для обработки данных, полученных бессеточными методами моделирования (частицы, молекулы, кластеры).