

ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ И ТЕПЛОФИЗИКИ

А. В. Моряков, С. С. Пылев, А. А. Седов, А. С. Лубина

Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», г. Москва

Введение

Многие задачи математической физики сводятся к решению задачи Коши для больших по размерности систем дифференциальных уравнений первого или второго порядка, точное и быстрое решение этой задачи представляет большой практический интерес.

Развитие вычислительной техники, ориентированной на использование параллельных вычислительных технологий, дает возможность эффективно решать эти задачи. Для использования всех возможностей суперкомпьютеров необходимы алгоритмы, способные применять все преимущества таких ЭВМ.

Данная работа посвящена результатам тестирования одного из таких алгоритмов, реализованного в решателе, на нестационарных задачах нейтронной физики и теплопроводности. Решатель может применяться к задачам, сводимым к линейной задаче Коши. Например, применялся для решения задач массопереноса радиоактивных продуктов деления по контурам ядерных энергетических установок, а также для решения задач молекулярной динамики (моделирование динамики большого ансамбля взаимодействующих частиц).

1. Метод решения линейной задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка большой размерности с использованием параллельных вычислений на компьютерах, использующих *MPI* стандарт для обмена данными.

1.1. Описание алгоритма

Детальное описание алгоритма для решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности с использованием параллельных вычислений представлено в работе [1]. Дадим основные положения этого алгоритма.

1.2. Постановка задачи

Рассмотрим задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с оператором $A(t, \varphi(t))$:

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = A(t, \varphi(t)), \quad (1)$$

начальные условия $\varphi(0) = \vartheta$, $t \in [0, 1]$. Вектор $\varphi(t)$ задан в пространстве R_0^n с расстоянием между элементами пространства $D(x, y) = \max |x_j(t) - y_j(t)|$ для $\forall j = 1..n$. Предполагается, что оператор $A(t, \varphi(t))$ удовлетворяет условию Липшица $|A(t, \varphi_1(t)) - A(t, \varphi_2(t))| \leq M |\varphi_1(t) - \varphi_2(t)|$. Любая система, определенная на интервале времени $t \in [0, T]$ может быть сведена к системе определенной на

отрезке $[0, 1]$ введением новой переменной $t = Ts$, $s \in [0, 1]$. Тогда $\frac{d\varphi(s)}{ds} = \frac{d\varphi(t)}{dt} \frac{dt}{ds} = \frac{d\varphi(t)}{dt} T$, с учетом этого $\frac{d\varphi(s)}{ds} = (A(s, \varphi(s))T$.

Запишем уравнение (1) следующим образом $\frac{d\varphi(t)}{dt} = A(t, \varphi(t)) + r\varphi(t) - r\varphi(t)$, введя некоторый положительный параметр r .

Построим последовательность $\varphi_k(t)$ для получения решения уравнения (1) согласно итерационному процессу по следующей схеме, стартуя с некоторого, например, $\varphi_0(t) = \vartheta$, k – номер итерации

$$\frac{d\varphi_k(t)}{dt} = A(t, \varphi_{k-1}(t)) + r\varphi_{k-1}(t) - r\varphi_k(t).$$

Обозначим $\gamma_{k-1}(t) = A(t, \varphi_{k-1}(t)) + r\varphi_{k-1}(t)$, тогда система уравнений примет вид

$$\frac{d\varphi_k(t)}{dt} = -r\varphi_k(t) + \gamma_{k-1}(t). \quad (2)$$

Фактически процесс получения решения производится посредством итераций по «источнику» $\gamma_{k-1}(t)$, зависящему от $\varphi_{k-1}(t)$.

Особенностью системы (2) является то, что в уравнениях неизвестные в векторе $\varphi_k(t)$ не связаны друг с другом (связь производится через $\gamma_{k-1}(t)$), следовательно, могут быть найдены с помощью параллельных вычислительных процессов. Система имеет простое аналитическое решение, можно назвать его «ведущим» решением $\varphi_k(t) = e^{-rt} \int_0^t e^{rt'} \gamma_{k-1}(t') dt' + e^{-rt} \vartheta$. Обозначим $V\varphi(t) = e^{-rt} \int_0^t e^{rt'} (A(t', \varphi(t')) + r\varphi(t')) dt'$, тогда $\varphi_k(t) = V\varphi_{k-1}(t) + e^{-rt} \vartheta$. В работе [1] показано, что V опера-

тор сжатия с оценкой для сходимости $D(B^k \theta_1, B^k \theta_2) = \max |B^k \theta_1 - B^k \theta_2| \leq (M+r)^k \frac{1^k}{k!} \max |\theta_1 - \theta_2|$ и итерационный процесс сходится к решению уравнения (1). Таким образом, итоговое решение уравнения (1) может быть представлено в виде $\varphi(t) = e^{-rt} \int_0^t e^{rt'} \Psi(t') dt' + e^{-rt} \vartheta$, где $\Psi(t')$ – вектор функция, полученная в результате итерационного процесса.

В практической реализации $\varphi(t)$ от времени представляется в виде ряда по полиномам, полученным из полиномов Лежандра, образующих полную систему на интервале $t \in [0, 1]$ и предложенный выше алгоритм применяется для моментов разложения решения по полиномам.

Если система разбивается на N подобластей, тогда справедлива следующая оценка $D(B_i^k \theta_{1,i}, B_i^k \theta_{2,i}) = \max |B_i^k \theta_{1,i} - B_i^k \theta_{2,i}| \leq W^k N^k \max |\theta_1 - \theta_2| \frac{1^k}{k!}$, где W наибольшая величина $(M+r)M$ и $(M+r)$, где $r > 0$.

Для задач, где оператор A описывает конечно-разностную аппроксимацию уравнений в частных производных первого или второго порядка по пространственным переменным в прямоугольной системе координат и число пространственных подобластей (подпространств) равно N , связь подобластей будет только с соседними подобластями. Таким образом, полное число связей в системе будет не более $6N$, система будет слабосвязанная. Для таких задач эффективность параллельного процесса будет значительной даже при больших значениях N , так как коэффициент при

$\max |\theta_1 - \theta_2|$ будет иметь вид $W^k 7^k \frac{1^k}{k!}$ (где 7 определяется подпространством плюс 6 соседей)

и не зависеть от N . При $k \approx 12$ $k!$ «догонит» 7^k и получим $\frac{7^k}{k!} < 1$.

Порядок точности определяется порядком разложения решения в ряд. Алгоритм реализован в решателе [1], что позволяет формализовать вычислительный процесс для различных задач, описываемых системой (1).

2. Результаты решения нестационарной задачи теплопроводности и исследования эффективности параллельного вычислительного процесса в зависимости от числа используемых вычислительных ядер суперкомпьютера

В качестве 3D теста [2] решения нестационарной задачи теплопроводности, описываемой уравнением

$$\rho(x, y, z)C_p(x, y, z) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \lambda \Delta T(x, y, z, t) + Q_v(x, y, z, t)$$

рассмотрен куб из графита ($\lambda = 170$ Вт/м·К, $\rho C_p = 1,224 \cdot 10^6$ Дж/м³К) с ребром 1 м. В кубе имеются пять каналов с прямоугольным сечением 10×10 см. высотой 1 м из металлического урана ($\lambda = 25$ Вт/м·К, $\rho C_p = 2,229 \cdot 10^6$ Дж/м³К). Геометрия задачи представлена на рис. 1. Граничные условия по всем граням куба $T = 300$ К, начальное приближение $T(t_0, x, y, z) = 300$ К во всем расчетном объеме. Тепловыделение в каналах $Q = 10^6$ Вт/м³. Результатом расчета является поле температур на момент времени $t = 100$ с. Расчет проводился с шагом по времени $\Delta t = 0,156986$ с (637 временных интервалов на 100 с). Использовалась пространственная сетка по всем осям с шагом $\Delta = 0,5$ см, таким образом, полная размерность задачи $N = 200 \cdot 200 \cdot 200 = 8\,000\,000$ пространственных интервалов. Относительный критерий точности для выхода из итераций 10^{-8} , число членов ряда для аппроксимации решения по времени равно 2. Задача решалась с использованием программы ANSYS [3] и модуля LUCKY_HEAT, причем результат по LUCKY_HEAT был получен с использованием различного числа вычислительных ядер с применением метода пространственной декомпозиции области расчета (решение для каждой пространственной подобласти вычислялось на отдельном вычислительном ядре). Относительная погрешность полей температур по этим программам не превышает 0,01 %. Время расчета на одном ядре по ANSYS 1,5 раза меньше, чем по LUCKY_HEAT. На рис. 2 дано распределение температуры по диагонали в среднем сечении куба (высота 0,5 м), полученное по программам ANSYS и LUCKY_HEAT.

Введем величину эффективности параллельного процесса, определив ее как $E_p = t_1 / (t_n n)$, где t_1 – время решения задачи на одном вычислительном ядре, t_n – время решения задачи с использованием n вычислительных ядер. E_p определяет выигрыш по времени на одно используемое вычислительное ядро. В табл. 1 представлены величины: эффективность E_p , время решения задачи t_n и доля времени на вычислительный процесс δ_n (время расчета без времени на обмен данными между вычислительными ядрами при получении решения, отнесенное к полному времени расчета) в зависимости от числа используемых вычислительных ядер. Пространственная сетка для всех расчетов была одинаковой, но уменьшалась на каждое ядро кратно используемому числу вычислительных ядер.

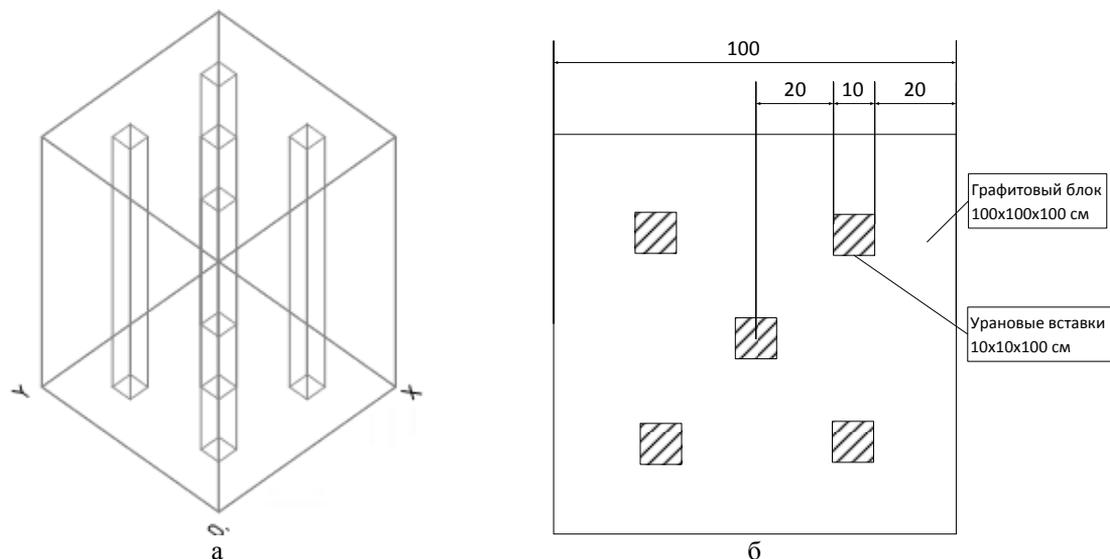


Рис. 1. Геометрия для расчета 3D теста: а – изометрия расчетной модели, б – размеры в поперечном сечении

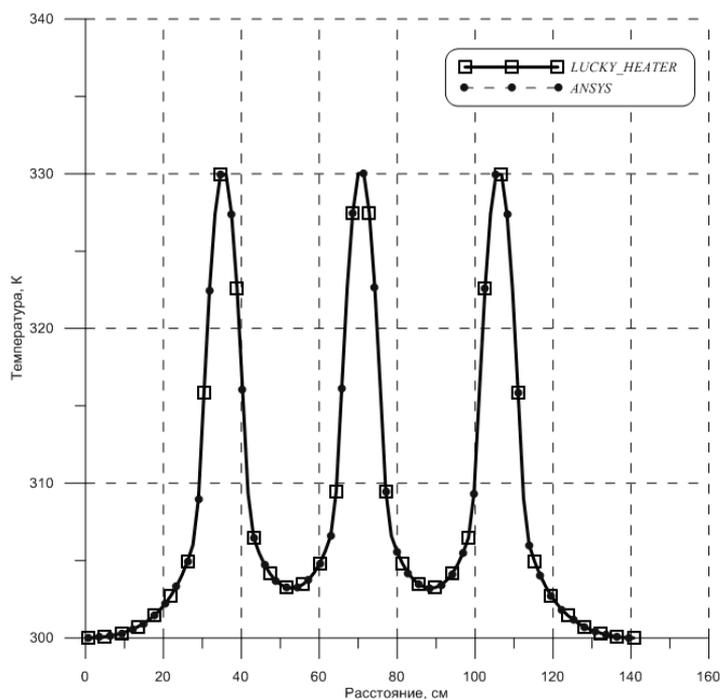


Рис. 2. Распределение температур, полученное по программам *ANSYS* и *LUCKY_HEAT* по диагонали в среднем сечении куба на момент времени $t = 100$ с

Анализ полученных результатов (табл. 1) показывает, что алгоритм достаточно хорошо распараллеливается $E_p \approx 0,5$ до тех пор, пока время обмена данными меньше времени вычисления (времени на проведения итерационного процесса). Вычислительный процесс можно масштабировать по числу используемых параллельно работающих вычислительных ядер до тех пор, пока время расчета итерации на ядре не будет сравнимо со временем обмена данными между параллельными вычислительными процессами.

Таблица 1

Зависимость величин характеризующих параллельный вычислительный процесс
от числа используемых ядер

n – число ядер в параллельном вычислительном процессе	E_p – эффективность параллельного вычислительного процесса	δ_n – доля времени на вычислительный процесс	t_n – время расчета задачи, с
1	1	1	13817
4 (2·2·1) ^{*)}	0,887 (0.911) ^{**)}	0,974	3890
8 (2·2·2)	0,795 (0.801)	0,992	2172
16 (2·2·4)	0,572 (0.620)	0,924	1509
32 (4·4·2)	0,570 (0.602)	0,947	757
64 (4·4·4)	0,557 (0.600)	0,933	387
125 (5·5·5)	0,545 (0.612)	0,891	203
250 (5·5·10)	0,497 (0.634)	0,784	111
512 (8·8·8)	0,408 (0.686)	0,595	66
1000 (10·10·10)	0,242 (0.783)	0,309	57
2000 (10·10·20)	0,094 (0.640)	0,147	73

*) – в скобках приведено разбиение пространственной области на подобласти по координатным осям X, Y, Z

**) – в скобках приведена максимальная эффективность $E = E_p / \delta$, когда нет потерь времени на обмен данными между параллельными процессами.

Не монотонность зависимости δ_n от n обусловлена особенностями архитектуры суперкомпьютера (изменением времени на обмен данными между процессами в зависимости от распределения выделенных для расчета вычислительных узлов, загруженности компьютера при старте задачи). Несомненно, интересным будет использование вычислительного гибрида $MPI+GPU$ ($CUDA$) для предложенного алгоритма.

3. Верификация кода *LUCKY-A* на результатах тестовой задачи, моделирующей переходной процесс при изменении реактивности *LWR* топливной сборки

3.1. Краткое описание бенчмарка

Двухмерный бенчмарк [4] был предложен в 1969 году, но по-прежнему активно используется для верификации расчетных кодов, что позволяет обеспечить сравнение с другими расчетными кодами и методами. Данный тест представляет собой идеализированное представление реактора типа *LWR* (light water reactor). Геометрия задачи представлена в виде квадрата 80×80 см. В расчетной области имеются три зоны с различными составами топлива: Зона 1 – с повышенным содержанием делящихся веществ, зона 2 – с повышенным содержанием делящихся веществ и зона 3 с пониженным содержанием делящихся веществ. Зоны 1 и 2 имеют одинаковые константы. Геометрия бенчмарка представлена на рис. 3.

Нейтронно-физические характеристики среды даны в виде двухгрупповых макроконстант, представленных в табл. 2. Среднегрупповые скорости нейтронов в тесте одинаковы для всей среды и составляют $v_1 = 10^7$ см/с и $v_2 = 2 \cdot 10^5$ см/с. Спектр деления для мгновенных и запаздывающих нейтронов одинаков для всей среды и равен $\chi_1 = 1$ и $\chi_2 = 0$.

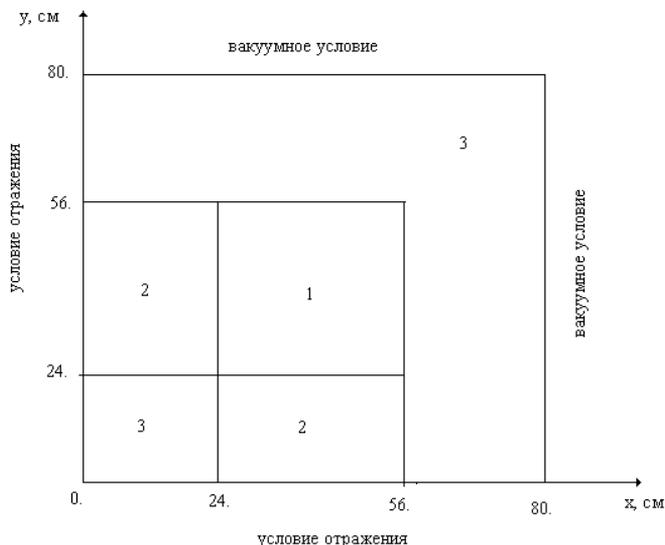


Рис. 3. Геометрия бенчмарка

Таблица 2

Нейтронно-физические константы для теста

Зона	$\nu\Sigma_{f1},$ см ⁻¹	$\nu\Sigma_{f2},$ см ⁻¹	$\Sigma_s^{1\rightarrow1},$ см ⁻¹	$\Sigma_s^{1\rightarrow2},$ см ⁻¹	$\Sigma_s^{2\rightarrow1},$ см ⁻¹	$\Sigma_s^{2\rightarrow2},$ см ⁻¹	$\Sigma_{t1},$ см ⁻¹	$\Sigma_{t2},$ см ⁻¹
1, 2	0,007	0,2	0,2281	0,01	0,0	0,8333	0,2481	0,9833
3	0,003	0,06	0,2464	0,01	0,0	0,6667	0,2644	0,7167

В тесте представлена одна эффективная группа запаздывающих нейтронов. Эффективная доля запаздывающих нейтронов составляет $\beta = 0,0075$, а постоянная распада предшественников запаздывающих нейтронов $\lambda = 0,08$ с⁻¹.

В задаче даны два сценария развития переходного процесса – возмущение в зоне 1 скачком *TWIGL-S* и линейное возмущение *TWIGL-L*. Возмущение скачком моделируется посредством уменьшения полного сечения Σ_{t2} во второй группе на $0,0035$ см⁻¹ в нулевой момент времени. В случае линейного возмущения Σ_{t2} линейно уменьшается на $0,0035$ в течение $0,2$ с. Динамическое поведение мощности исследуется на интервале $0 \leq t \leq 0,5$ с для обоих случаев.

3.2. Описание расчетной модели, используемой для расчета по *LUCKY-A*

Программа *LUCKY-A* обладает широкими возможностями. Она создана в результате развития программы *LUCKY* [5] и применяется для решения задач защиты ЯЭУ от нейтронного и гамма излучения, задач на собственное значение, а также решения широкого круга нестационарных задач, описываемых уравнением переноса, задач с делением и распределенным источником, зависящим от времени. Для моделирования пространственной кинетики реакторов предусмотрен расчет задач с последовательным внесением реактивности по заданному сценарию. В программе реализовано решение условно-критической задачи, получаемое как решение стационарного уравнения переноса, так и нестационарного уравнения переноса (через динамический процесс). Кроме того, в *LUCKY-A* возможен расчет нестационарных полей температур с заданными или рассчитанными источниками удельного тепловыделения.

Особенностью программы *LUCKY-A* является использование *XYZ* геометрии, при малых пространственных шагах по пространственным осям эта геометрия может быть применена как универсальная. Программа разработана для использования на вычислительных машинах с большим чис-

лом вычислительных ядер, реализующих *MPI* стандарт для обмена данными между параллельными вычислительными процессами для решения масштабных и сложных по геометрии задач, требующих максимальных вычислительных ресурсов. В *LUCKY-A* для задач нейтронной физики реализован алгоритм решения уравнения переноса в рамках модели группового по энергии $P_m S_n$ приближения. Используемый алгоритм применяет метод параллельного решения уравнения переноса с использованием разбиения расчетной области на ряд подобластей, решение в которых вычисляется на параллельно работающих вычислительных ядрах суперкомпьютера [5]. Геометрия расчета контролируется средствами *AUTOCAD*.

Для решения динамических задач нейтронной физики в *LUCKY-A* используется модуль *LUCKY_TD* [6], разработанный на базе решателя задачи Коши для систем дифференциальных уравнений большой размерности с использованием параллельных вычислений [1]. На базе этого решателя получаются результаты для решения нестационарного уравнения переноса и нестационарного уравнения теплопроводности.

Нестационарные процессы для начально-краевой задачи описываются общепринятой системой дифференциальных уравнений для угловых потоков и предшественников запаздывающих нейтронов:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -(\Omega, \nabla \varphi) - \Sigma_t \varphi + \frac{(1-\beta)\chi \iint v \Sigma_f \varphi d\Omega dE}{4\pi} + S\varphi + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N h_i \lambda_i C_i, \quad (3)$$

$$\frac{dC_i}{dt} = -\lambda_i C_i + \beta_i \iint v \Sigma_f \varphi d\Omega dE. \quad (4)$$

Для рассматриваемой задачи система (3–4) применялась в двухгрупповом приближении по энергии и одной группой для запаздывающих нейтронов. Двухмерная геометрия моделировалась через граничные условия (задавались условия отражения сверху и снизу системы). Все расчеты проводились в S_2 приближении по угловой квадратуре. Шаг пространственной сетки по всем осям 0,5 см. Число разбиений на пространственные подобласти зоны расчета по координатным осям 16, 16, 1, число вычислительных ядер соответственно 257 (одно ядро контрольное). Пространственная сетка на каждой подобласти $10 \cdot 10 \cdot 1 = 100$. Полная пространственная сетка $\sim 25\,600$. Время расчета вариантов от 150 до 270 мин., эффективность использования *CPU* (доля времени на вычисления) $\sim 40\%$, соответственно доля времени на обмен данными $\sim 60\%$. Низкая эффективность использования *CPU* связана с небольшой вычислительной нагрузкой на ядро. Во всех расчетах относительная точность в итерациях по угловым потокам и предшественникам запаздывающих нейтронов $\varepsilon_\varphi = 10^{-9}$. Расчеты проводились с временным шагом 10^{-5} , 10^{-4} , 10^{-3} с.

Для модели *TWIGL-L* реактивность по линейному закону вводилась последовательно, в виде 20 интервалов, с шагом по времени $\Delta t_r = 0,01$ с, уменьшая последовательно в зоне 1 полное сечение Σ_{t2} во второй группе на $0,000175 \text{ см}^{-1}$ ($0,0035 \text{ см}^{-1}/20$).

Начальные приближения для угловых групповых потоков нейтронов и предшественников запаздывающих нейтронов для данной задачи получены посредством нахождения решения условно-критической задачи для невозмущенного состояния, при получении решения относительная точность по потокам принималась равной 10^{-7} , по собственному значению 10^{-6} .

3.3. Результаты расчета

Рассчитанный эффективный коэффициент размножения для невозмущенной системы $K_{\text{эфф}1} = 0,911646$, для возмущенной системы $K_{\text{эфф}2} = 0,915124$, соответственно $\delta K_{\text{эфф}} = 0,003478$, $\rho = \frac{K_{\text{эфф}2} - K_{\text{эфф}1}}{K_{\text{эфф}2} K_{\text{эфф}1}} = 0,004168 \approx 0,55\beta$. Результаты расчета относительной мощности сборки (мощ-

ность на начальное состояние равнялась 1) в зависимости от времени после введения возмущения представлены на рис. 4–5. Расчеты с различным значением временного шага $\Delta t = 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}$ с показали слабую зависимость результатов для относительной мощности от этой величины (относительная погрешность менее 0,01 %). В целом, полученные результаты достаточно хорошо согласуются с расчетами по другим программам.

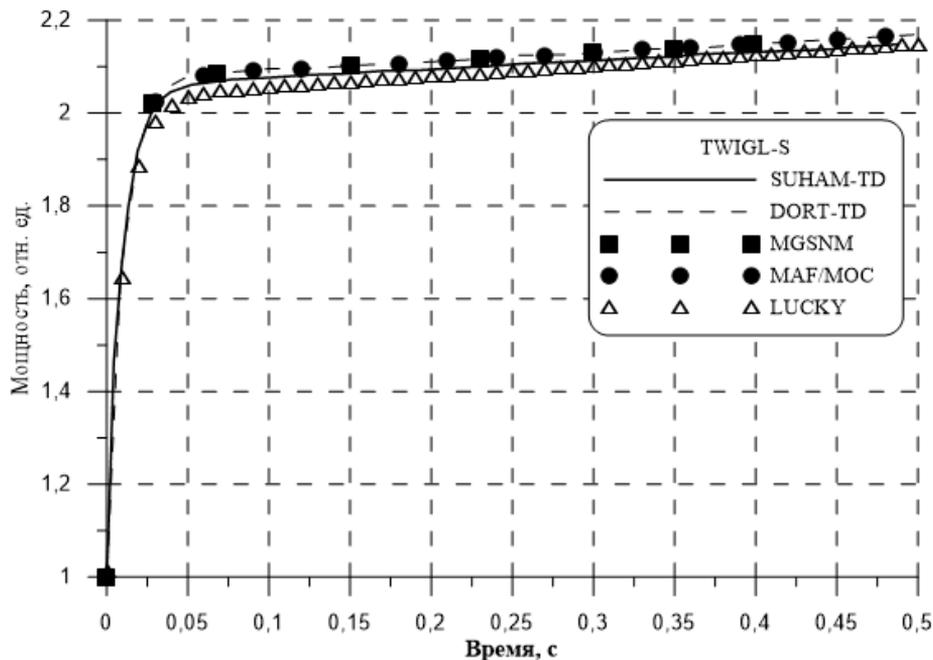


Рис. 4. Изменение мощности с течением времени для варианта *TWIGL-S*

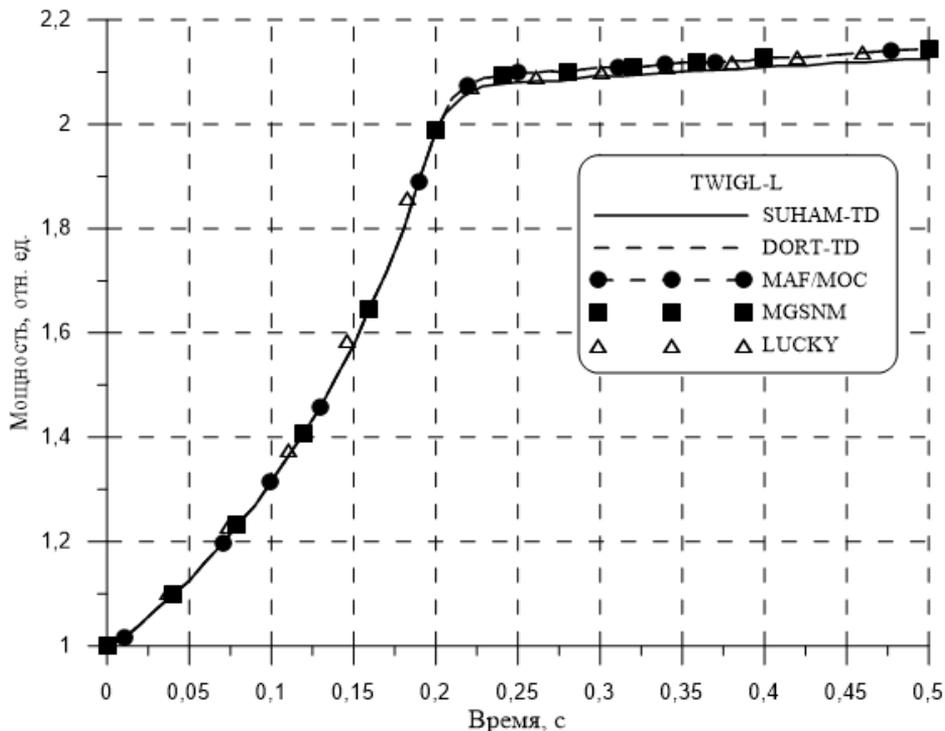


Рис. 5. Изменение мощности с течением времени для варианта *TWIGL-L*

На рис. 4–5 имеются следующие обозначения: *SUHAM-TD* [7] – расчет *SUHAM-SHM*, выполненный для временного шага $\Delta t = 10^{-5}$ с и размером ячейки $H = 4$ см, *DORT-TD* – расчет, выполненный по программе *DORT-TD* [8] методом дискретных ординат с шагом $\Delta t = 10^{-3}$ с, *MAF/MOC* [9] – расчет, проведенный методом характеристик с шагом $\Delta t = 10^{-4}$ с, *MGSNM* – расчет, выполненный по программе *MGSNM* [10] методом дискретных ординат с шагом $\Delta t = 10^{-2}$ с.

Полученные результаты для всех вариантов наилучшим образом согласуются с результатами по программе *SUHAM-TD*, максимальная относительная погрешность $\sim 0,5$ %. Максимальное различие с другими результатами не превышает 1 %.

Следует отметить, что решение задачи потребовало значительных вычислительных ресурсов. Использование большего числа вычислительных ядер (пространственное масштабирование) для сокращения времени счета задачи было не целесообразно из-за значительных потерь времени на обмена между параллельными процессами более 60 %. Масштабирование для принятой модели может быть применено при наличии вычислительной техники с лучшими характеристиками сети, связывающей параллельные процессы суперкомпьютера.

Заключение

1. Предложен алгоритм получения решения задачи Коши для систем линейных дифференциальных уравнений первого порядка большой размерности в виде ряда по ортогональным полиномам с возможностью использования параллельных вычислений на современных вычислительных комплексах.

2. Для использования на суперкомпьютерах создан решатель, где реализован предложенный алгоритм.

3. Показана работоспособность и масштабируемость алгоритма на примере решения нестационарных задач нейтронной физики и теплопроводности.

Алгоритм хорошо распараллеливается с возможностью использования *GPU* (графических процессоров) и *MPI* технологии, так как большинство вычислительных операций разделены и представляют собой умножение матрицы на вектор.

Следует отметить, что найденное по данному алгоритму решение задачи Коши является приближенным. Точность полученного решения определяется рамками вычислительной модели – порядком m разложения в ряд по ортогональным полиномам «ведущего» решения в процессе проведения итераций.

К особенностям предложенного алгоритма можно отнести:

– возможность решать нелинейные задачи с пересчетом оператора $A(\varphi(t), t)$ при проведении итерационного процесса;

– простоту и возможность аналитически (точно) вычислять моменты от решения;

– использование параллельных вычислений в процессе получения решения;

– главное требование к оператору – удовлетворение условию Липшица.

Результаты расчета тестовых задач адекватно согласуются с результатами, полученными по другим программам, что дает основание полагать о корректной реализации в решателе предложенного алгоритма. На примере предложенного 3D теста для задачи теплопроводности показано, что предложенный алгоритм хорошо распараллеливается на достаточно большом числе вычислительных ядер для слабосвязанных систем.

Все расчеты проводились на суперкомпьютере МВС-10П в Межведомственном Суперкомпьютерном Центре Российской Академии Наук [11]. Авторы выражают благодарность МСЦ за возможность проведения расчетов и выделенные ресурсы.

Литература

1. Моряков А. В. Алгоритм решения линейной задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности с использованием параллельных вычислений // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов. 2015. Вып. 2. С. 4–14.
2. Моряков А. В., Пылев С. С., Седов А. А., Лубина А. С. Метод решения линейной задачи Коши с использованием параллельных вычислений // Математическое моделирование (в печати).
3. ANSYS, Release 12.1 // ANSYS Inc., Southpointe 275 Technology Drive, Canonsburg, PA 15317, November 2009, ISO 9001:2008, <http://www.ansys.com>.
4. Hageman L. A., Yasinsky J. B. Comparison of Alternating-Direction Time-Differencing Methods with Other Implicit Methods for the Solution of the Neutron Group-Diffusion Equations // Nuclear Science and Engineering. 1969. Vol. 38. P. 8–33
5. Moryakov A. V. The *LUCKY* program for solving the transport equation for neutrons and gamma radiation with the use of parallel technologies // Physics of Atomic Nuclei. 2011. Vol. 74, N 14. P. 1891.
6. Моряков А. В. Программа *LUCKY_TD* для решения нестационарного уравнения переноса с использованием параллельных вычислений // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов. 2015. Вып. 2. С. 15–19.
7. Boyarinov V. F., Kondrushin A. E., Fomichenko P. A. Surface harmonic method for two-dimensional time-dependent neutron transport problems of square-lattice nuclear reactors // Proceeding of M&C 2013, Sun Valley, Idaho, USA, May 5–9, 2013.
8. Tyobeka B., Pautz A., Ivanov K. Application of Time-Dependent Neutron Transport Theory to High-Temperature Reactors of Pebble Bed Type // Nuclear Science and Engineering. 2011. Vol. 168. P. 93–114.
9. Tsujita K., Endo T., Yamamoto A. Application of the Multigrid Amplitude Function Method for Time-dependent Transport Equation using MOC // Proceeding of M&C 2013, Sun Valley, Idaho, USA, May 5–9, 2013.
10. Shengyi Si. Algorithm Development and Verification of UASCM for Multi-dimension and Multi-group Neutron Kinetics Model // PHYSOR 2012, Knoxville, Tennessee, USA, April 15–20, 2012.
11. [Electronic resource] Mode of Access: <https://www.jscc.ru>.

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ СКВАЖИН В ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЯХ ФИЛЬТРАЦИИ

А. И. Никифоров, Р. В. Садовников, З. Э. Хайруллин

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, г. Казань

Введение

В сеточных моделях продуктивные пласты обычно представляются в виде набора блоков, размеры которых значительно больше характерного размера скважин (радиуса скважин), и которые характеризуются некоторыми средними параметрами: пористостью, проницаемостью, нефтенасыщенностью и т. д. Эффективность численных моделей фильтрации в нефтяных пластах во многом определяется способом интерпретации работы скважин. Существуют два основных способа – это моделирование скважины точечным источником с введением поправки к сеточному давлению для блока, содержащего скважину, которая вычисляется с использованием предположения об осерадиальности течения к скважине (рис. 1,а) [1–6], и локальное сгущение сетки в окрестности скважины с явным выделением ее контура (рис. 1,б) [7, 8].