

Литература

1. Соколов С. С., Панов А. И., Воропинов А. А. и др. Методика ТИМ расчета трехмерных задач механики сплошных сред на неструктурированных многогранных лагранжевых сетках // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2005. Вып. 3. С. 37–52.
2. Фархутдинов В. Ф., Тарасов В. И., Соловьев А. Н. и др. Обзор возможностей по обработке геометрических и построению сеточных моделей в ЛОГОС.Препост // XIV Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование»: сб. докл. 2013. С. 585–592.
3. Дерюгин В. И., Дюпин В. Н., Санталов А. С. ЛОГОС.Препост. Универсальный пользовательский интерфейс задания начальных и граничных условий // XIV Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование»: сб. докл. 2013. С. 225–234.
4. Соколов С. С., Воропинов А. А., Новиков И. Г. и др. Методика ТИМ-2D для расчета задач механики сплошной среды на нерегулярных многоугольных сетках с произвольным количеством связей в узлах // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2006. Вып. 4. С. 29–43.
5. Новиков И. Г., Соколов С. С. Локальные перестройки нерегулярной сетки в методике ТИМ-2D // VI научно-техническая конференция «Молодежь в науке»: сб. докл. Саров, 1 ноября 2007. С. 136.

ОБЪЕДИНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ РЕЙНОЛЬДСОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ SSG/LRR- ω С МОДЕЛЯМИ ОТСОЕДИНЕННЫХ ВИХРЕЙ И ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА

А. А. Уткина, Р. Н. Жучков, К. Б. Володченкова

Российский федеральный ядерный центр –
Всероссийский НИИ экспериментальной физики, г. Саров

В настоящее время при решении большей части практических задач аэродинамики используются RANS модели турбулентности. Классические подходы описания турбулентности основаны на обобщенной гипотезе Буссинеска, предполагающей линейную зависимость между тензором Рейнольдсовых напряжений и осредненными градиентами скоростей:

$$\tau_{ij} = -R_{ij} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}.$$

На данном подходе построены такие модели, как Спаларта–Аллмараса (SA) [1] и двухпараметрическая модель турбулентности Ментора SST [2]. Эти модели хорошо зарекомендовали себя при решении задач, в которых рассматривается стационарный трансзвуковой поток. В случае нестационарных отрывных течений на основе этих моделей были разработаны DES подходы, которые обеспечивают приемлемую точность предсказания параметров осредненного течения в LES области и эффективно моделируют пограничные слои в RANS области. Для описания развития пограничного слоя эти модели были дополнены моделью ламинарно-турбулентного перехода.

Следует подчеркнуть, что гипотеза Буссинеска не имеет какого-либо теоретического обоснования, и для некоторых течений, строго говоря, не выполняется. К ним относятся течения с сильной кривизной линии тока, струйные течения, и течения, в которых существенным образом проявляется

анизотропия Рейнольдсовых напряжений. Для этого используются более общие модели турбулентности, например, модели Рейнольдсовых напряжений [3]. В рамках Европейского проекта FLOMANIA создана дифференциальная модель турбулентности SSG/LRR- ω RSM [4]. Данная модель обладает существенным преимуществом перед другими полуэмпирическими моделями с точки зрения точности решения и демонстрирует высокую вычислительную эффективность.

В докладе представлена методика включения метода отсоединенных вихрей и модели ламинарно-турбулентного перехода в модель турбулентности SSG/LRR- ω RSM. На задачах обтекания профиля и истечения холодной струи продемонстрировано преимущество разработанного подхода над RANS моделями турбулентности, основанными на гипотезе Буссинеска. Расчеты проведены в программном комплексе ЛОГОС [5].

Дифференциальная модель турбулентности SST и дифференциальная модель переноса Рейнольдсовых напряжений (SSG/LRR- ω RSM)

Для удобства дальнейшего изложения приведем некоторые основные уравнения моделей турбулентности SST и SSG/LRR- ω . Модель турбулентности SST [2], состоящая из уравнений переноса турбулентной кинетической энергии k и удельной диссипации ω . Уравнение переноса турбулентной кинетической энергии имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial (\rho k U_j)}{\partial x_j} = P_k - \rho \varepsilon_k + \rho D_k, \quad (1)$$

где ρ – плотность, U_j – компоненты скорости, P_k – генерационное слагаемое, ε_k – диссипативное слагаемое, остальные параметры – это константы модели.

Модель SSG/LRR- ω RSM содержит уравнения переноса Рейнольдсовых напряжений R_{ij} и уравнение переноса удельной диссипации ω . Уравнение переноса Рейнольдсовых напряжений имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho R_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho R_{ij} U_k)}{\partial x_k} = \rho P_{ij} + \rho \Phi_{ij} - \rho \varepsilon_{ij} + \rho D_{ij}, \quad (2)$$

где P_{ij} – генерационный член, ε_{ij} – диссипативное слагаемое, Φ_{ij} – перераспределительные слагаемые, D_{ij} – диффузионное слагаемое, остальные параметры – константы модели.

Анализируя уравнение переноса турбулентной кинетической энергии (1) и уравнения переноса Рейнольдсовых напряжений (2), можно видеть, что уравнения имеют схожую структуру, кроме того, обе модели турбулентности в качестве замыкающего соотношения используют уравнение переноса удельной диссипации.

Эмпирические константы моделей SST и SSG/LRR- ω RSM определяются через константы, соответствующие $k - \varepsilon$ и $k - \omega$ моделям, с помощью эмпирической весовой функции F_1 [2, 3]. По существу эти модели являются двухслойными: в основном потоке используется набор констант $k - \varepsilon$ модели, а вблизи стенки – набор констант $k - \omega$ модели. В качестве сшивки $k - \varepsilon$ и $k - \omega$ моделей используется функция Ментора BSL.

Поскольку уравнения модели SSG/LRR- ω RSM близки по своей форме и структуре к уравнениям SST, можно ожидать, что модель SSG/LRR- ω RSM может быть дополнена моделью ламинарно-турбулентного перехода и моделью отсоединенных вихрей, разработанных для модели SST.

Модель ламинарно-турбулентного перехода

Модель ламинарно-турбулентного перехода $\gamma - \text{Re}_{0t}$ реализована с ориентацией на ее использование совместно с моделью турбулентности SST [6, 7]. Она включает в себя уравнение переноса коэффициента перемежаемости и критического числа Рейнольдса. Подход модели $\gamma - \text{Re}_{0t}$ предполагает введение зависимости источниковых членов в уравнениях модели турбулентности SST от коэффициента перемежаемости γ .

Приведем уравнение для переноса турбулентной кинетической энергии в модели SST в случае учета ламинарно-турбулентного перехода:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k U_j)}{\partial x_j} = \tilde{P}_k - \rho \tilde{\varepsilon}_k + \rho D_k,$$

где $\tilde{P}_k = \gamma_{\text{eff}} P_k$, $\tilde{\varepsilon} = \min(\max(\gamma_{\text{eff}}, 0, 1), 1, 0) \varepsilon_k$.

В приведенных выше формулах используется эффективный коэффициент перемежаемости γ_{eff} , который находится как максимум из коэффициента перемежаемости γ и специального коэффициента перемежаемости γ_{sep} , отвечающего за учет эффекта относительно быстрого нарастания турбулентных пульсаций.

Для использования модели SST в сочетании с моделью $\gamma - \text{Re}_{0t}$ весовая функция F_1 также подверглась модификации. Полное описание модели с эмпирическими соотношениями приведено в [7].

Аналогично модели SST модифицируем источники в уравнениях переноса Рейнольдсовых напряжений модели SSG/LRR- ω RSM. Уравнения переноса коэффициента перемежаемости и критического Рейнольдса модели $\gamma - \text{Re}_{0t}$ остаются без изменений. Тогда уравнения переноса (3) записываются в виде:

$$\frac{\partial \rho R_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial(\rho R_{ij} U_k)}{\partial x_k} = \rho \tilde{P}_{ij} + \rho \tilde{\Phi}_{ij} - \rho \tilde{\varepsilon}_{ij} + \rho D_{ij},$$

где генерационное и диссипативное слагаемые модифицируются так же, как и в модели турбулентности SST:

$$\tilde{P}_{ij} = \gamma_{\text{eff}} P_{ij},$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \min(\max(\gamma_{\text{eff}}, 0, 1), 1, 0) \varepsilon_{ij}.$$

Перераспределительное слагаемое раскладывается на положительную и отрицательную части, к которым применяются те же самые преобразования, что и к генерационному и диссипативному членам:

$$\tilde{\Phi}_{ij} = \gamma_{\text{eff}} \frac{\Phi_{ij} + |\Phi_{ij}|}{2} + \min(\max(\gamma_{\text{eff}}, 0, 1), 1, 0) \frac{\Phi_{ij} - |\Phi_{ij}|}{2}.$$

Функция F_1 модели SSG/LRR- ω RSM в сочетании с моделью $\gamma - \text{Re}_{0t}$ изменяется так же, как в модели SST.

Таким образом, получена модификация модели турбулентности SSG/LRR- ω RSM для учета процесса ламинарно-турбулентного перехода. Работоспособность данной модификации будет продемонстрирована на задачах обтекания плоской пластины и крыла HGR01 в разделе **численные эксперименты**.

DES подход на основе модели турбулентности SSG/LRR- ω RSM

Метод DES [8] изначально был разработан, основываясь на однопараметрической модели Спаларта-Аллмараса. Позднее были предложены модификации DES с другими RANS моделями, например, с SST моделью турбулентности [9]. DES подходы обеспечивают приемлемую точность предсказания параметров осредненного течения в LES области и эффективно моделируют пограничные слои в RANS области.

DES подход на основе SST модели турбулентности заключается в том, что в исходном уравнении переноса турбулентной кинетической энергии диссипативное слагаемое умножается на коэффициент $l_{\text{RANS}}/l_{\text{DES}}$ (l_{RANS} – линейный масштаб турбулентности, l_{DES} – подсеточный масштаб турбулентности).

Линейный масштаб турбулентности l_{RANS} определен следующим выражением:

$$l_{\text{RANS}} = \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega}.$$

Преобразуем модель SSG/LRR- ω RSM по аналогии с моделью SST/Enhanced DES [9, 10]. В уравнениях переноса Рейнольдсовых напряжений (2) вводится зависимость диссипативного члена от линейного масштаба турбулентности.

Принимая во внимание анизотропность модели, линейный масштаб турбулентности запишем следующим образом:

$$l_{\text{RANS}} = \max \left(\frac{R_{ii}^{1/2}}{\beta^* \omega} \right).$$

Реализованная модель была откалибрована таким образом, чтобы гибридный метод правильно имитировал прямой энергетический каскад от крупных вихрей к мелким вихрям.

Численные эксперименты

Расчет аэродинамических характеристик пограничного слоя на пластине

Рассмотрено обтекание вязким газом плоской пластины под нулевым углом атаки. Проведены расчеты ламинарного течения, течения с учетом ламинарно-турбулентного перехода при разной степени турбулентности внешнего потока и полностью турбулентного течения в пограничном слое на плоской пластине. В расчетах с учетом ламинарно-турбулентного перехода варьировалась интенсивность турбулентности на входе: 0,87 % (условное обозначение эксперимента – ТЗА-), 3,3 % (ТЗА) и 6,2 % (ТЗВ) [11, 12].

Расчеты проводились на гексагональной, блочно-структурированной сетке. Размер сетки составил 34000 ячеек. Для моделирования обтекания плоской пластины принимался однородный поток вязкого газа с числом Маха $M_\infty = 0,1$ при значении числа Рейнольдса $Re = 2,1 \cdot 10^6$.

В данной задаче оценивались значения коэффициента трения вдоль пластины. В результате были построены зависимости коэффициента трения от продольной координаты $C_f = f(Re x)$ (рис. 1).

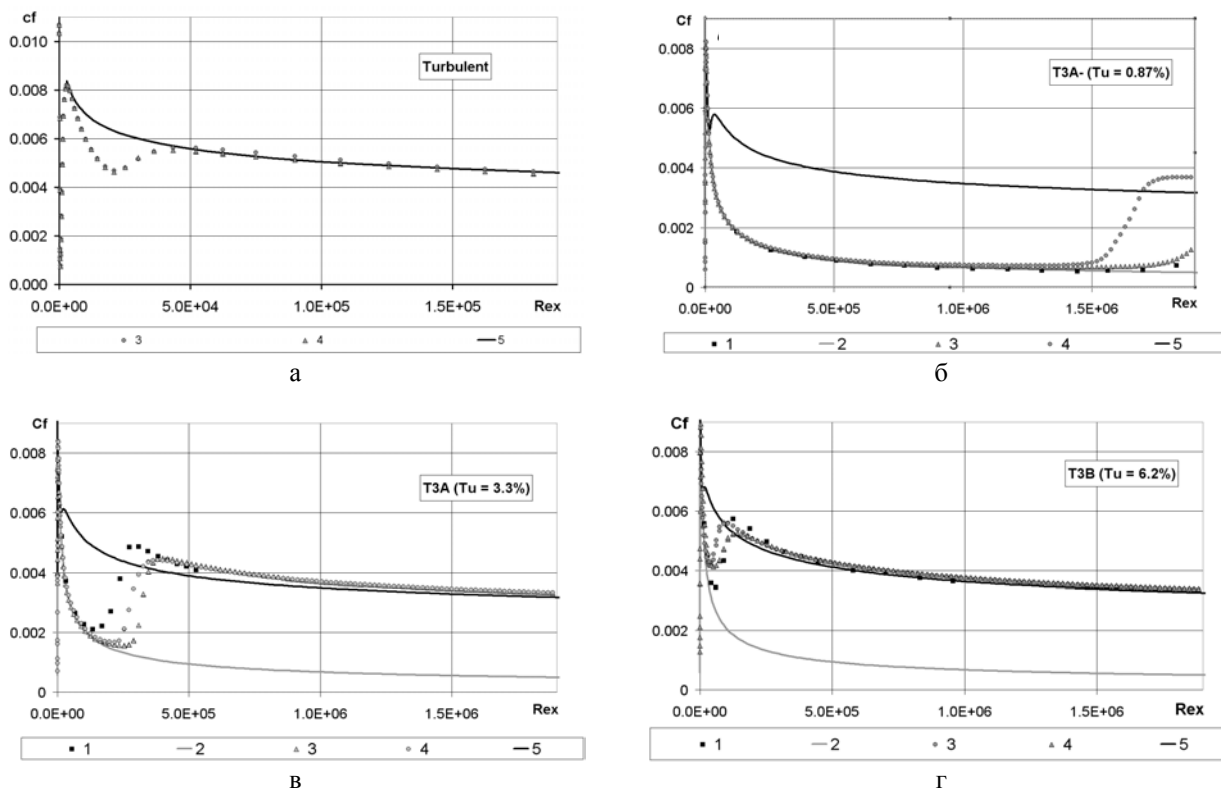


Рис. 1. Распределение коэффициента трения при различной степени турбулентности потока. Легенда: 1 – эксперимент [11, 12]; 2 – эталон для ламинарного течения [13]; 3 – SSG/LRR- ω RSM; 4 – SST; 5 – эталон для турбулентного течения [13]

В случае полного турбулентного режима результаты, полученные с помощью моделей турбулентности SST и SSG/LRR- ω RSM, хорошо коррелируют между собой и с эталонным решением (рис. 1, а). На рис. 1, б–г представлены зависимости коэффициента трения от продольной координаты при разной степени турбулентности внешнего потока. Из представленных рисунков видно, что полученные результаты демонстрируют качественное согласие с экспериментальными данными. Точность прогноза положения перехода возрастает при увеличении степени турбулентности набегающего потока.

Расчет аэродинамических характеристик профиля крыла HGR01

Приводятся расчеты аэродинамических характеристик профиля крыла HGR01 при различных углах атаки.

Для решения задачи была построена неструктурированная сетка, состоящая из усеченных шестигранников. Размер сетки составил 2 млн. ячеек. Для моделирования обтекания профиля крыла задавался однородный поток вязкого газа с числом Маха $M_\infty = 0,073$ при значении числа Рейнольдса $Re = 0,65 \cdot 10^6$.

На рис. 2 представлены зависимости коэффициента подъемной силы от угла атаки. Можно видеть, что в линейной области (угол атаки менее 12°) наблюдается хорошее согласие результатов для всех моделей турбулентности. При углах атаки больше $\alpha = 12^\circ$ модели без учета ламинарно-турбулентного перехода показывают поведение отличное от экспериментальных данных, в то время как предложенная модель SSG/LRR- ω RSM в сочетании с моделью ламинарно-турбулентного перехода дает существенно лучшие результаты даже при больших углах атаки.

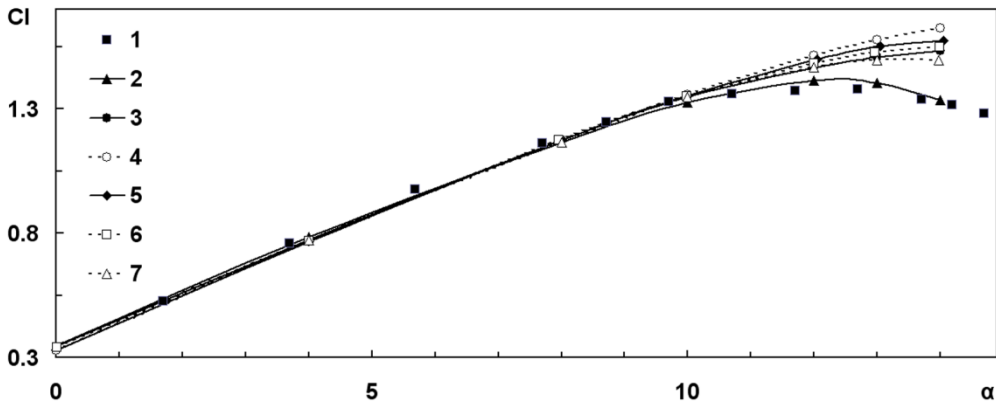


Рис. 2. Зависимость коэффициента подъемной силы от угла атаки: 1 – экспериментальные данные [3], 2 – SSG/LRR- ω (переход), 3 – SSG/LRR- ω , 4 – SA, 5 – SST [3], 6 – SSG/LRR- ω [3], 7 – JHh-v2 [3]

Распределение коэффициента давления при угле атаки $\alpha = 12^\circ$ приведено на рис. 3. Большинство моделей показывает незначительное занижение значения коэффициента давления на верхней поверхности профиля, которое главным образом объясняет наблюдаемое завышение значения коэффициента подъемной силы. Также можно видеть, что модель SSG/LRR- ω RSM в сочетании с моделью ламинарно-турбулентного перехода хорошо согласуется с экспериментальными данными. Наиболее ярко это выражено на задней кромке крыла. Увеличенная часть графика распределения коэффициента давления в области задней кромки приведена в правом верхнем углу рис. 3,б.

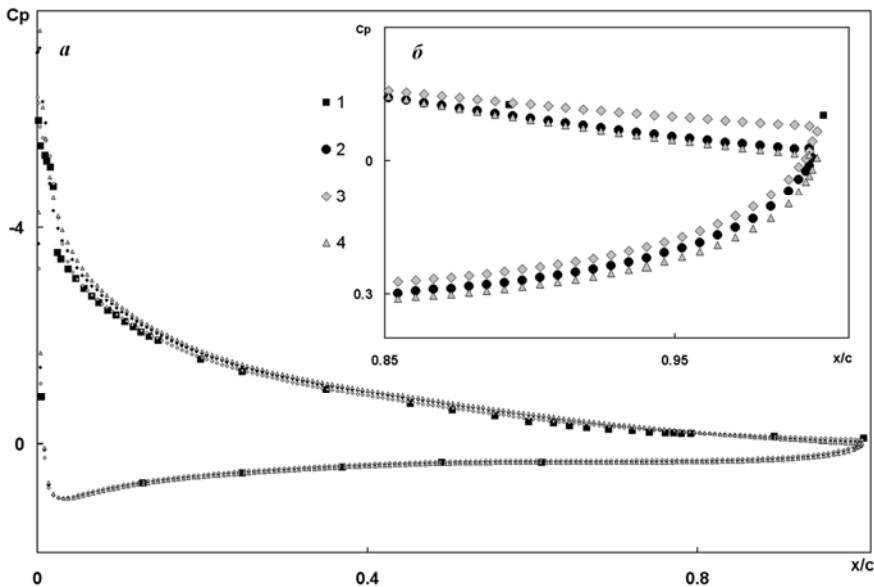


Рис. 3. Распределение коэффициента давления на профиле HGR01 (а) и увеличенная часть графика в области задней кромки (б) при угле атаки $\alpha = 12^\circ$: 1 – экспериментальные данные [14], 2 – SSG/LRR- ω , 3 – SSG/LRR- ω (переход), 4 – SA

Расчет характеристик осесимметричного сопла SMC000

Как упоминалось выше, гипотеза Буссинеска применима в течениях, где есть преобладание только одной из компонент Рейнольдсовых напряжений; для струйных течений такое допущение не является справедливым. Поэтому можно ожидать, что результаты с использованием модели турбулентности SSG/LRR- ω RSM будут более качественно описывать экспериментальные данные.

Проведен расчет истечения холодной струи из осесимметричного суживающего реактивного изолированного сопла SMC000 с непрерывным контуром [15, 16]. Рассмотрена потеря безразмерной скорости вдоль центральной оси струи.

Для решения задачи построена гексагональная блочно-структурированная сетка размерностью 23,6 млн. ячеек. Размер пристеночной ячейки выбирается из условия $y^+ \leq 1$.

Для моделирования течения в сопле взяты параметры вязкого сжимаемого газа с числом Маха $M = 0,98$ при значении числа Рейнольдса $Re = 1,2 \cdot 10^6$. Давление и температура в точке торможения: $P_0 = 186000$ Па и $T_0 = 300$ К.

В расчетах использовалась вихререзающая модель Enhanced DES на основе модели турбулентности SA и SSG/LRR- ω RSM. Ниже на рисунках представлены мгновенные поля температуры в расчете с моделью турбулентности SSG/LRR- ω RSM (рис. 4). На рис. 5 представлено распределение безразмерной скорости U/U_{jet} на оси струи. На графиках приведены результаты расчетов с использованием моделей SA/Enhanced DES и SSG/LRR- ω RSM/Enhanced DES, а также экспериментальные данные [16] и результаты расчетов с использованием модели RANS/ILES, опубликованы в работе [15].

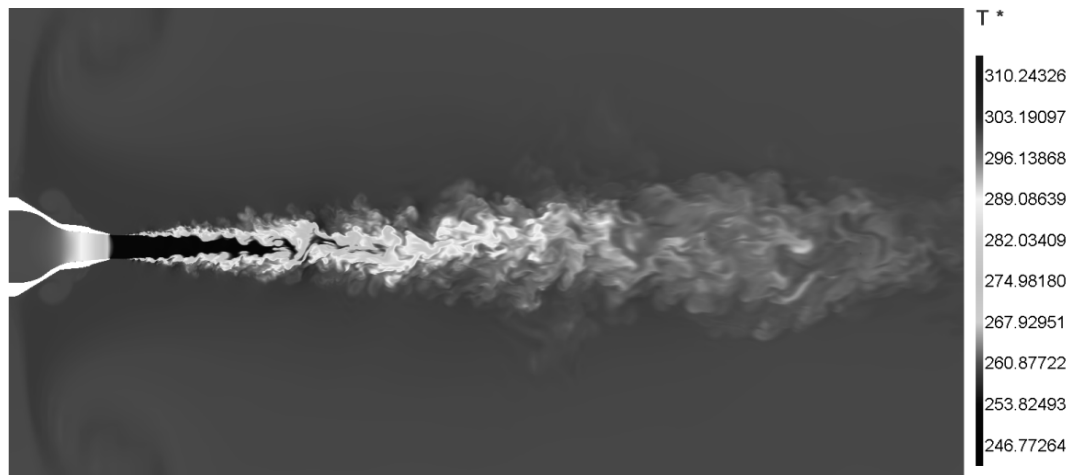


Рис. 4. Мгновенное распределение температуры, К

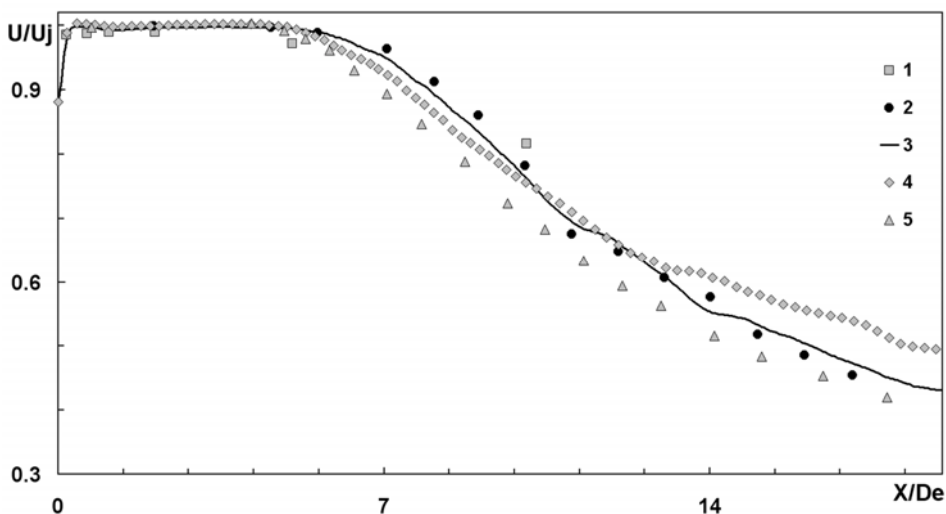


Рис. 5. Распределение пульсаций продольной скорости на оси струй: 1 – экспериментальные данные [16], 2 – SSG/LRR- ω /EDES, 3 – SA/EDES, 4 – RANS/ILES [15]

Анализируя график безразмерной скорости на оси струи, видно, что результаты расчета с помощью модели SA/Enhanced DES отличаются от эксперимента, начиная с $X/De = 14$. Результаты по RANS/ILES модели имеют отклонение от эксперимента практически на всей оси струи, но график сохраняет характерный наклон. График, полученный с использованием модели SSG/LRR- ω RSM/Enhanced DES, повторяет характер поведения экспериментальных данных на всей оси струи.

Заключение

В докладе представлена новая комбинация модели турбулентности SSG/LRR- ω RSM с DES моделью турбулентности, а также с моделью ламинарно-турбулентного перехода.

Работоспособность модели турбулентности SSG/LRR- ω RSM в сочетании с моделью ламинарно-турбулентного перехода продемонстрирована на задаче обтекания плоской пластины, в которой оценивалось распределение коэффициента трения. На задаче обтекания профиля HGR01 показано, что при небольших углах атаки (меньше $\alpha = 12^\circ$) все модели турбулентности хорошо согласуются с экспериментальными данными. При угле атаки больше $\alpha = 12^\circ$ только модель SSG/LRR- ω RSM с учетом модели $\gamma - Re_{\theta t}$ показала приемлемую точность. Это связано с тем, что моделям турбулентности без учета ламинарно-турбулентного перехода не удастся детально описать поведение потока на задней кромке профиля.

В задаче истечения холодной струи из сопла SMC000 оценивалось распределение безразмерной скорости U/U_{jet} . График, полученный с использованием модели SSG/LRR- ω RSM/Enhanced DES, повторяет характер поведения экспериментальных данных на всей оси струи.

Литература

1. Spalart P. R., Allmaras S. R. A one – equation turbulence model for aerodynamic flows // AIAA Paper N 0439 (1992).
2. Menter F. R. Zonal two – equation $k - \omega$ turbulence models for aerodynamic flows // AIAA Paper N 2906 (1993).
3. Cecora R.-D., Eisfeld, B., Probst A., Crippa S., and Radespiel R. Differential Reynolds stress modeling for aeronautics // AIAA Paper N 0465 (2012).
4. Haase W., Aupoix B., Bunge U., Schwamborn D. FLOMANIA – a European initiative on flow physics modeling. Noes on numerical fluid mechanics and multidisciplinary design // Springer. 2006. Vol. 94.
5. Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Зеленский Д. К., Полищук С. Н., Лашкин С. В., Жучков Р. Н., Глазунов В. А., Яцевич С. В., Курулин В. В. Многофункциональный пакет программ ЛОГОС: физико-математические модели расчета задач аэро-, гидродинамики и тепломассопереноса: Препринт № 111. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2013.
6. Langtry R. B., Menter F. R., Transition Modeling for General CFD Applications in Aeronautics // AIAA Paper N 522 (2005).
7. Langtry R. B., Menter F. R. Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes // AIAA Journal. 2009. Vol. 47, N 12. P. 2894–2906.
8. Spalart P. R., Jou W. H., Strelets M., Allmaras S. R. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach // Proceedings of first AFOSR international conference on DND/LES, 1997.
9. Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P. R. Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows // Fluid Mechanics its Application, Vol. 65. Advances in LES of Complex Flows / Ed. by R. Friedrich, W. Rodi // Proceedings of Euromech Coll. 412. Kluwer-Boston-London, 2002. P. 239–245.
10. Garbaruk A., Shur M., Spalart P. R., Strelets M. Jet noise computation based on enhanced DES formulations accelerating RANS-TO-LES transition in free shear layers // Proceedings of the Third Inter-

national Workshop «Computational Experiment in Aeroacoustics» Sept. 24–27, 2014, Svetlogorsk, Russia. P. 123–127.

11. Savill A. M. Some recent progress in the turbulence modelling of by-pass transition / Ed. by R. M. C. So, C. G. Speziale and B. E. Launder // Near-Wall Turbulent Flows, Elsevier, 1993. P. 829.

12. Savill A. M. One-point closures applied to transition / Ed. by M. Hallböck et al. // Turbulence and Transition Modelling, Kluwer, 1996. P. 233–268.

13. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.

14. Probst A., Radespiel R., Wolf C., Knopp T., & Schwamborn D. A Comparison of Detached-Eddy Simulation and Reynolds-Stress Modelling Applied to the Flow over a Backward-Facing Step and an Airfoil at Stall // AIAA Paper N 0920 (2010).

15. Benderskiy L. A., Lyubimov D. A. Investigation of flow parameters and noise of subsonic and supersonic jets using RANS/ILES high resolution method // Proceedings of 29th congress of the International Council of the Aeronautical Sciences. Sept. 7–12, St. Petersburg, Russ., 2014.

16. Bridges J., Clifford A. Brown Parametric Testing of Chevrons on Single Flow Hot Jets // AIAA Paper N 2824 (2004).

МОДУЛЬ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА В СОСТАВЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА НИМФА

И. Л. Хархордин, М. Г. Стуккей, В. В. Назима

ООО «Геостройпроект», г. Санкт-Петербург

Расчет эволюции состава и активности системы, содержащей смесь радиоактивных изотопов, необходим при определении возраста горных пород, исследовании динамики водообмена, прогнозе миграции радиоактивных компонентов в подземных водах. В РФЯЦ-ВНИИЭФ совместно с рядом организаций разрабатывается программный комплекс НИМФА, предназначенный для моделирования фильтрации и многокомпонентного массопереноса в подземных водах [1].

Основные уравнения

Разработанный модуль R_DECAY предназначен для моделирования многоступенчатого радиоактивного распада в произвольной изотопной системе, содержащей N_p родительских радиоактивных изотопов, N_d дочерних радиоактивных изотопов и N_s стабильных продуктов распада. Изменения их концентраций во времени описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dN_i}{dt} = -\lambda_i N_i, \\ \frac{dN_j}{dt} = \sum_l \rho_l \lambda_l N_l - \lambda_j N_j, \\ \frac{dN_k}{dt} = \sum_l \rho_l \lambda_l N_l, \end{cases} \quad (1)$$

где ρ_l – вероятность распада родительского изотопа по соответствующему пути, N – имеющееся количество атомов радиоактивного изотопа, λ – константа радиоактивного распада. Суммирование