УДК 537.5

Оператор столкновений релятивистских электронов в холодном газе атомарных частиц

Л. П. Бабич, М. Л. Кудрявцева

Выполнен последовательный вывод оператора столкновений релятивистских электронов с газом холодных атомарных частиц с учетом упругих взаимодействий, возбуждения электронных оболочек и ионизации. Точно описано рождение вторичных электронов. В области энергий, гораздо бо́льших энергии связи атомных электронов, оператор включает только угловое рассеяние на ядрах и ионизационный интеграл, автоматически учитывающий рассеяние на атомных электронах. Выполнен анализ оператора столкновений, использованного ранее для исследования кинетики лавин релятивистских убегающих электронов. Более точный оператор, полученный в данной работе, формально проще и требует меньших затрат времени при расчетах на ЭВМ.

Введение

В операторах столкновений, приемлемых для расчетов транспорта релятивистских электронов в веществе, обычно игнорируются редкие события рождения электронов высоких энергий. Такие события, однако, могут приводить к генерации лавин релятивистских убегающих электронов (ЛРУЭ) и пробою газов в относительно слабых электрических полях [1, 2]. ЛРУЭ исследовалась в том числе и методом кинетического уравнения (КУ) (см. [3–10] и цитированную литературу) со следующими компонентами оператора столкновений электронов с молекулами в сферической системе координат [3, 4]

$$St_{\text{fr}} = \frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}\left[p^2 F(p) f(t,\ p,\ \mu)\right]; \tag{1}$$

$$St_{\text{sc}} = \frac{(Z_{\text{mol}}/2+1)F(p)}{4\gamma p}\hat{L}_\mu f(t,\ p,\ \mu)\ ; \tag{2}$$

$$St_{\text{ion}} = N_{\text{mol}}\beta c \int\limits_{2\varepsilon+\varepsilon_{\text{ion}}}^{\infty} d\varepsilon' \left(\frac{\gamma'^{\,2}-1}{\gamma^2-1}\right)\sigma_{\text{ion}}(\varepsilon,\ \varepsilon')\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\pi} f(t,\ \varepsilon',\ \mu')\,d\alpha\,, \tag{3}$$

где (1) и (2) описывают поток в пространстве импульсов и диффузию по углам вследствие рассеяния на ядрах и электронах, (3) отвечает за рождение электронов высоких энергий. Здесь $f(t, p, \mu)$ – функция распределения электронов (ФРЭ) по модулю импульса p и косинусу угла $\mu = \cos\theta$ между $\vec{p}$ и вектором $\vec{e} = -\vec{E}/E$; $\vec{E}$ – напряженность поля; e – элементарный заряд; ε_{ion} – порог ионизации; N_{mol} – концентрация молекул; Z_{mol} – число электронов в молекуле; $\hat{L}_\mu = \dfrac{\partial}{\partial\mu}(1-\mu^2)\dfrac{\partial}{\partial\mu}$; $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$; $\beta = v/c$; $F(p)$ – сила трения, описывающая усредненные потери

©Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2004.

энергии электрона [11, 12]; $\sigma_{\text{ion}}(\varepsilon', \varepsilon)$ – дифференциальное сечение ионизации; $\varepsilon = (\gamma - 1)mc^2$ – кинетическая энергия. Штрихами обозначены значения величин до актов взаимодействий.

Судя по описанию роли операторов (1)–(3) в [3, 4], полный оператор не выведен строго, а, скорее, сконструирован. Ниже излагается последовательный вывод полного оператора столкновений в среде с однородным внешним полем. Чтобы выявить различия с (1)–(3), полный оператор столкновений был редуцирован к форме, подобной (1)–(3).

Геометрия процессов рассеяния

На рис. 1 изображена геометрия рассеяния в системе координат, задаваемой ортами: $\vec{i} = [\vec{p} \times [\vec{e} \times \vec{p}]] / p^2 \sin\theta = (\vec{e}p^2 - \vec{p}(\vec{p}\vec{e})) / p^2 \sin\theta$, $\vec{j} = [\vec{p} \times \vec{e}] / p \sin\theta$, $\vec{k} = \vec{p} / p$ [13]. В этой системе $\vec{k}$ есть полярная ось, угол рассеяния $\psi \in [0, \pi]$ становится полярным углом, а угол $\alpha \in [0, 2\pi]$ между $\vec{i}$ и направлением проекции импульса $\vec{p}'(p', \theta', \varphi')$ до рассеяния на плоскость $\vec{p} = 0$ является азимутальным углом. Формула, связывающая углы α и ψ с углами θ' и θ между $\vec{e}$ и направлениями импульсов электрона до $\vec{p}'(p', \theta', \varphi')$ и после $\vec{p}(p, \theta, \varphi)$ рассеяния (см., например, формулу (19 b) в работе [13])

$$\cos\theta' = \cos\theta\cos\psi + \sin\theta\sin\psi\cos\alpha \tag{4}$$

получена в предположении $p' = p$, которое нарушается в неупругих взаимодействиях и которое, как можно показать, является излишним. Изменение p' особенно велико в ионизующих взаимодействиях, поскольку ε' не только уменьшается на ε_{ion}, но оставшаяся энергия $(\varepsilon' - \varepsilon_{\text{ion}})$ делится между двумя свободными электронами. Учет точной связи между θ' и θ особенно важен в проблеме ЛРУЭ, поскольку энергетический порог убегания зависит от угла.

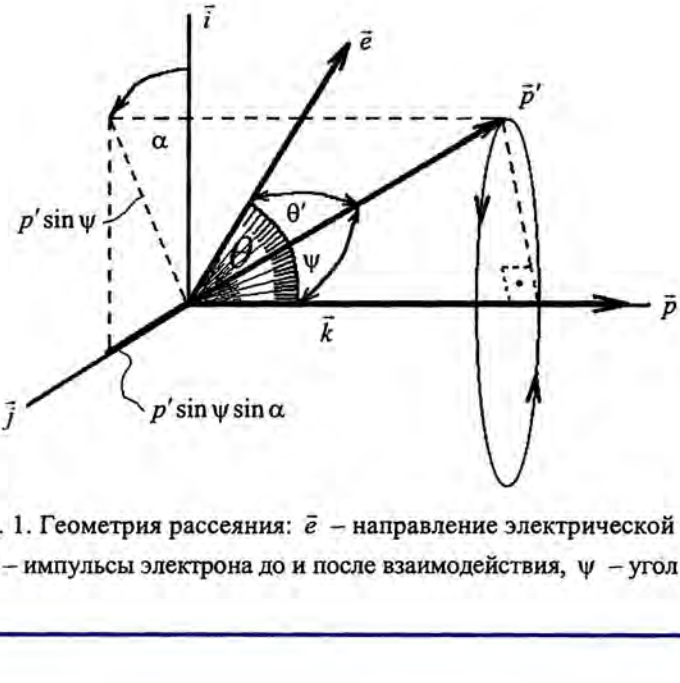

Рис. 1. Геометрия рассеяния: $\vec{e}$ – направление электрической силы; $\vec{p}'$ и $\vec{p}$ – импульсы электрона до и после взаимодействия, ψ – угол рассеяния

Упругие столкновения

В силу симметрии относительно $\vec{e}$ ФРЭ зависит только от p и θ. Вероятность упругого рассеяния электрона в единицу времени из элемента фазового объема $du'dV$ в $dudV$, элемент которого в пространстве импульсов $du = p^2 dp d\omega$ виден из начала координат под телесным углом $d\omega$ (рис. 2), определяется выражением

$$T_{\text{el}}(p', p, \psi, dp, d\omega) = N_{\text{at}} \mathrm{v}'(\sigma_{\text{el}}(p', \psi)) d\omega \ \delta(\varphi_{\text{el}}(\varepsilon, \varepsilon', \psi)) v dp, \tag{5}$$

где $d\sigma_{\text{el}} = \sigma_{\text{el}}(p', \psi) d\omega'$ – дифференциальное сечение упругого рассеяния; ε – полная релятивистская энергия. Посредством $\delta(\varphi_{\text{el}})$ учтен закон сохранения энергии и импульса, который, используя формулы для рассеяния частицы с массой m на покоящейся частице с массой M [14], для $\xi^2 m^2 << M^2$ можно записать в явном виде

$$\varepsilon - g_{\text{el}}(\varepsilon', \psi) = \varepsilon - \varepsilon' + \frac{(\varepsilon'^2 - 1)\dfrac{m}{M}(1-\xi)}{1 + \varepsilon'\dfrac{m}{M}(1-\xi)} = 0, \tag{6}$$

где $\xi = \cos\psi$, а энергия измеряется в единицах энергии покоя электрона mc^2.

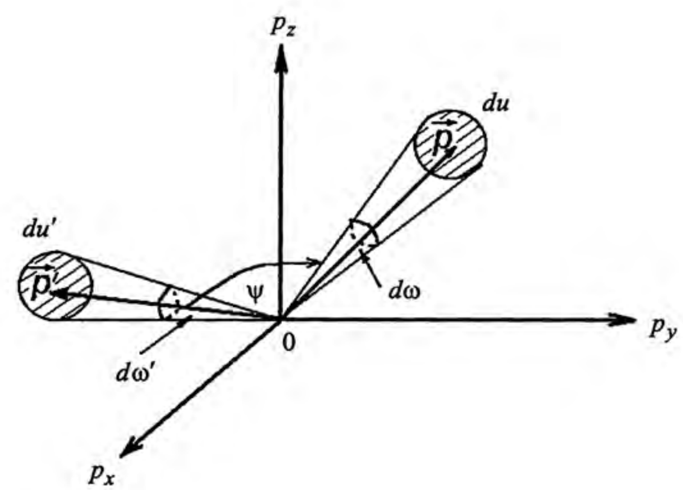

Рис. 2. Геометрия рассеяния: du' и du – объемы в пространстве импульсов до и после взаимодействия; $\vec{p}'$ и $\vec{p}$ – импульсы электрона до и после взаимодействия, ψ – угол рассеяния.

Полное число переходов в $dudV$ из всех других элементов $du'dV$ равно

$$\int f(\vec{p}', t)\, T_{\text{el}}(p', p, \psi, dp, d\omega)\ du'dV = dV \int f(p', \mu', t)\, T_{\text{el}}(p', p, \psi, dp, d\omega) \frac{du'}{du} du =$$
$$= dV du\, N_{\text{at}} \mathrm{v} \int f(p', \mu', t)(\sigma_{\text{el}}(p', \psi)) \left(p / p'\right)^2 \delta(\varphi_{\text{el}}(\varepsilon, \varepsilon', \psi)) v' d\omega' dp'. \tag{7}$$

Для $\delta(\varphi_{el})$ справедливо следующее формальное соотношение [14]:

$$\delta(\varphi_{el}(\varepsilon,\varepsilon',\psi)) = \frac{\delta(p'-p_1)}{\left|\frac{\partial g_{el}(\varepsilon',\psi)}{\partial\varepsilon'}\frac{d\varepsilon'}{dp'}\right|_{p'=p_1}} = \delta(\varphi_{el}) = \frac{\delta(p'-p_1)}{(p/p')^2 v'}, \tag{8}$$

позволяющее выполнить в формуле (7) интегрирование по p'

$$dVdu\,N_{at}v\int f(p',\mu',t)(\sigma_{el}(p',\psi))(p'/p)^2\frac{\delta(p'-p_1)}{(p/p')^2 v'}v'd\omega' dp' =$$
$$= dVdu\,N_{at}v\int\limits_{\omega'} f(p',\mu',t)(\sigma_{el}(p',\psi))(p'/p)^4\,d\omega'. \tag{9}$$

Здесь $p'=p_1$, а p_1 есть решение (6). Вычитая из (9) полное число переходов из $dudV$ в другие элементы, получим следующее выражение для оператора упругих столкновений:

$$St_{el} = N_{at}v\int\left[f(p',\mu',t)(p'/p)^4(\sigma_{el}(p',\psi)) - f(p,\mu,t)(\sigma_{el}(p,\psi))\right]d\omega'. \tag{10}$$

Учитывая малость $\Delta p = p'-p$ по сравнению с p', разложим в ряд часть подынтегрального выражения в (10), ответственную за заселение $dudV$. Оставляя члены не выше первого порядка малости и выражая $\Delta p = \Delta\varepsilon(\psi)/v$ согласно (6) через ε, получим

$$St_{el} = N_{at}v\int\limits_{\omega'}(f(p,\mu',t) - f(p,\mu,t))(\sigma_{el}(p,\psi))d\omega' +$$
$$+\frac{N_{at}}{p^4}\int\limits_{\omega'}\frac{(\varepsilon^2-m^2c^4)(m/M)(1-\xi)}{mc^2-(m/M)(1-\xi)\varepsilon}\frac{\partial}{\partial p}f(p,\mu',t)p^4(\sigma_{el}(p',\psi))d\omega'. \tag{11}$$

В координатах, изображенных на рис. 1, элемент телесного угла равен [13]

$$d\omega' = \sin\psi d\psi d\alpha = -d\xi d\alpha. \tag{12}$$

Далее использована процедура, развитая для больших энергий, когда изменение θ в единичном столкновении мало. Разлагая первую часть (11) в ряд по $\Delta\mu$, получим

$$St_{el(1)} = N_{at}v\int\limits_{-1}^{1}d\xi\int\limits_{0}^{2\pi}d\alpha\left[\frac{\partial f}{d\mu}\Delta\mu + \frac{\partial^2 f}{\partial\mu^2}\frac{(\Delta\mu)^2}{2}\right]\sigma_{el}(p,\psi). \tag{13}$$

Разлагая в ряд левую часть соотношения (4), получим $\Delta\mu$ и $(\Delta\mu)^2$

$$\Delta\mu = -\mu(1-\xi) + \sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\xi^2}\cos\alpha; \tag{14}$$

$$(\Delta\mu)^2 = \mu^2(1-\xi)^2 - 2\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\xi^2}\cos\alpha + (1-\mu^2)(1-\xi^2)\cos^2\alpha. \tag{15}$$

Так как $f(\mu,p,t)$ и $\sigma_{el}(p,\psi)$ не зависят от $\alpha\in[0,2\pi]$, то можно выполнить интегрирование (14) и (15) по этой переменной

$$\int\limits_{0}^{2\pi}\Delta\mu d\alpha = -2\pi\mu(1-\xi); \tag{16}$$

$$\int_0^{2\pi}(\Delta\mu)^2 d\alpha = 2\pi\mu^2(1-\xi)^2 + \pi(1-\mu^2)(1-\xi^2) \approx 2\pi\left[\mu^2(1-\xi)^2 + (1-\mu^2)(1-\xi)\right]. \tag{17}$$

Подставляя (16) и (17) в оператор (11), получим

$$St_{\mathrm{el}\,(1)} = N_{\mathrm{at}}\frac{v}{2}\left[\hat{L}_\mu\sigma_{\mathrm{tr}}(p) + \sigma(p)\mu^2\frac{\partial^2 f}{\partial\mu^2}\right], \tag{18}$$

где

$$\sigma_{\mathrm{tr}}(p) = 2\pi\int_{-1}^{1}(1-\xi)\sigma_{\mathrm{el}}(p,\xi)d\xi; \qquad \sigma(p) = 2\pi\int_{-1}^{1}(1-\xi)^2\sigma_{\mathrm{el}}(p,\xi)d\xi. \tag{19}$$

Поскольку доминируют $\xi \sim 1$, то вторым членом в выражении (18) можно пренебречь, что позволяет выполнить условие сохранения числа электронов.

Разложим по $\Delta\mu$ второе слагаемое в соотношении (11). Пренебрегая членами, квадратичными по $(m/M)(1-\xi)\varepsilon$ по сравнению с mc^2, и учитывая (16), получим оператор

$$St_{\mathrm{el}\,(2)} \approx \frac{N_{\mathrm{at}}}{p^4}\frac{m}{M}\frac{p^2}{m}\frac{\partial}{\partial p}p^4\left[f(\mu,p,t)\sigma_{\mathrm{tr}}(p) - \mu\frac{\partial f}{\partial\mu}\sigma(p)\right], \tag{20}$$

удовлетворяющий условию сохранения числа электронов.

В результате получаем полный оператор упругих столкновений:

$$St_{\mathrm{el}} \approx N_{\mathrm{at}}\left[\frac{v}{2}\sigma_{\mathrm{tr}}(p)\hat{L}_\mu f(\mu,p,t) + \frac{1}{p^4}\frac{m}{M}\frac{p^2}{m}\frac{\partial}{\partial p}p^4\sigma_{\mathrm{tr}}(p)f(\mu,p,t)\right], \tag{21}$$

Неупругие взаимодействия (связанно-связанные переходы)

Получим оператор St_{ex}, отвечающий за возбуждение атомарных частиц в состояние (i) с энергией возбуждения $\varepsilon_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}$. Вероятность перехода в единицу времени из $du'dV$ в $dudV$ равна

$$T_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}(p',p,\psi,dp,d\omega) = N_{\mathrm{at}}v'\sigma_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}(p',\psi)d\omega\,\delta(\varphi_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}(\varepsilon,\varepsilon',\psi))d\varepsilon, \tag{22}$$

где $d\sigma_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})} = \sigma_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}(p',\psi)d\omega'$ – дифференциальное сечение возбуждения состояния (i). Закон сохранения энергии: $\varphi_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}(\varepsilon,\varepsilon',\psi) = \varepsilon - g_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}(\varepsilon',\psi) = 0$, где $g_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}(\varepsilon',\psi) = \varepsilon' - \varepsilon_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}$.

Полное число переходов в $dudV$ из всех других элементов $du'dV$ равно

$$\sum_{\mathrm{i}}\int f(\vec{p}',t)T_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}du'dV = dV\sum_{\mathrm{i}}\int f(\vec{p}',t)T_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}\frac{du'}{du}du =$$

$$= dVduN_{\mathrm{at}}\sum_i\int f(p',\mu',t)v'\sigma_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}(p',\psi)d\omega\delta(\varphi_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})})vdp\frac{p'^2dp'd\omega'}{p^2dpd\omega}. \tag{23}$$

Так как $\partial g_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}/\partial\varepsilon' = 1$, то $\delta(\varphi_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}(\varepsilon,\varepsilon',\psi)) = (v')^{-1}\delta(p'-p_i)$, где p_{i} – решение $\varphi_{\mathrm{ex}}^{(\mathrm{i})}(\varepsilon,\varepsilon',\psi) = 0$, и (23) сводится к интегралу

$$dVd\gamma N_{\text{at}}v\sum_{\text{i}}\int f\left(p',\mu',t\right)\sigma_{\text{ex}}^{(\text{i})}\left(p',\psi\right)\left(p'/p\right)^2 d\omega', \tag{24}$$

в котором $p' = p_{\text{i}}$. Вычитая число переходов из $dudV$ и разлагая в ряд по степеням $\Delta p = \Delta\varepsilon / v = = \varepsilon_{\text{ex}}^{(\text{i})} / v$, получим следующее выражение для St_{ex} :

$$St_{\text{ex}} = N_{\text{at}}v\sum_{i}\int[f(p,\mu',t)\sigma_{\text{ex}}^{(\text{i})}(p',\psi)(p'/p)^2 - f(p,\mu,t)\sigma_{\text{ex}}^{(\text{i})}(p,\psi)]d\omega' =$$

$$= N_{\text{at}}v\sum_{\text{i}}\left\{\int[f(p,\mu',t) - f(p,\mu,t)]\ \sigma_{\text{ex}}^{(\text{i})}(p,\psi)d\omega' + \frac{\Delta p}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}p^2 f(p,\mu',t)\sigma_{\text{ex}}^{(\text{i})}(p,\psi)d\omega'\right\}. \tag{25}$$

Повторяя процедуру (13)–(17) для первой части St_{ex} и опуская слагаемое, квадратичное по $(1-\xi)$, получаем

$$St_{\text{ex}(1)} = N_{\text{at}}\frac{v}{2}\sigma_{\text{ex,tr}}(p)\hat{L}_{\mu}f(p,\mu,t)\,. \tag{26}$$

Аналогично формуле (20) с учетом $v\Delta p = \Delta\varepsilon = \varepsilon_{\text{ex}}^{(\text{i})}$ получаем для второй части St_{ex}

$$St_{\text{ex}(2)} = \frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}p^2\left[f(p,\mu,t)F_{\text{ex}(1)}(p) - F_{\text{ex}(2)}(p)\mu\frac{\partial f}{\partial\mu}\right]. \tag{27}$$

Здесь введены силы трения, отвечающие за неупругие соударения (без ионизации)

$$F_{\text{ex}(1)} = N_{\text{at}}\sum_{\text{i}}\varepsilon_{\text{ex}}^{(\text{i})}\sigma_{\text{ex}}^{(\text{i})}(p)\,, \qquad F_{\text{ex}(2)} = N_{\text{at}}\sum_{\text{i}}\varepsilon_{\text{ex}}^{(\text{i})}\,\sigma_{\text{ex,tr}}^{(\text{i})}(p)\,, \tag{28}$$

где

$$\sigma_{\text{ex}}^{(\text{i})}(p) = 2\pi\int_{-1}^{1}\sigma_{\text{ex}}^{(\text{i})}(p,\xi)d\xi\,;\ \sigma_{\text{ex,tr}}(p) = \sum_{\text{i}}\sigma_{\text{ex,tr}}^{(\text{i})}(p) = \sum_{\text{i}}2\pi\int_{-1}^{1}d\xi(1-\xi)\sigma_{\text{ex}}^{(\text{i})}(p,\xi)\,. \tag{29}$$

Операторы (26) и (27) удовлетворяют условию сохранения числа электронов. Поскольку доминирует $\xi \to 1$, то $\sigma_{\text{ex, tr}}^{(\text{i})}(p) << \sigma_{\text{ex}}^{(\text{i})}(p)$ и вторым слагаемым в (27) можно пренебречь. В атмосфере Земли (малые Z) St_{ex} является излишним, так как атомные электроны можно считать свободными в силу малости энергий связи, а тем более $\varepsilon_{\text{ex}}^{(\text{i})}$, по сравнению с ε'.

Ионизующие соударения

Вероятность того, что электрон в результате ионизующего соударения перейдет из du' в окрестности $\varepsilon' = mc^2(\gamma'-1)$ в du в окрестности $\varepsilon = mc^2(\gamma-1)$, равна

$$T_{\text{ion}}^{(\text{i})}\left(\varepsilon',\varepsilon,\psi,d\varepsilon,d\omega\right) = N_{\text{at}}v'\left(\sigma_{\varepsilon',\omega'}\left(\varepsilon';\varepsilon,\psi\right)\right)_{\text{ion}}^{(\text{i})}d\omega\delta\left(\varphi\left(\varepsilon',\varepsilon,\psi\right)\right)d\varepsilon\,, \tag{30}$$

где $d\sigma_{\text{ion}}^{(\text{i})}\left(\varepsilon',\varepsilon,\psi\right) = \left(\sigma_{\varepsilon',\omega'}\left(\varepsilon',\varepsilon,\psi\right)\right)_{\text{ion}}^{(\text{i})}d\varepsilon'd\omega' = \left(\sigma_{\varepsilon'}\left(\varepsilon',\varepsilon\right)\right)_{\text{ion}}^{(\text{i})}\left(\delta(\varphi)/2\pi\right)d\varepsilon'd\omega'$ – дважды дифференциальное сечение ионизации; $\varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}$ – порог ионизации оболочки (i); $(\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon',\varepsilon))_{\text{ion}}^{(i)}$ – дифференциальное сечение ионизации, симметричное относительно энергии вторичного электрона $\varepsilon_S = (\varepsilon' - \varepsilon_{\text{ion}}^{(i)})/2$. Закон сохранения энергии и импульса

$$\varphi(\varepsilon',\varepsilon,\psi) = \cos\psi - \mu_0(\varepsilon',\varepsilon) = 0. \tag{31}$$

Для $\mu_0(\varepsilon',\varepsilon)$ в приближении $\varepsilon, \varepsilon' >> \varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}$ справедлива формула [5, 8]

$$\mu_0^2(\varepsilon',\varepsilon) = \frac{\varepsilon\,(\varepsilon' + 2mc^2)}{\varepsilon'\,(\varepsilon + 2mc^2)}. \tag{32}$$

Полное число переходов электронов в ионизующих соударениях, заселяющих в единицу времени элемент фазового объема $dudV$ в окрестности энергии ε, равно

$$N_{\text{at}} dV \sum_{\text{i}} f(p',\mu',t) v' \left(\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon',\varepsilon)\right)_{\text{ion}}^{(i)} d\omega\delta(\varphi) d\varepsilon du' =$$

$$= dVduN_{\text{at}} v \sum_i \int\limits_{\varepsilon+\varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}}^{\infty} d\varepsilon' \int\limits_{-1}^{1} \left(\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon',\varepsilon)\right)_{\text{ion}}^{(i)} \frac{\left(\gamma'^2 - 1\right)}{\left(\gamma^2 - 1\right)} d\xi \int\limits_0^{2\pi} f(p',\mu',t) \frac{\delta(\xi - \mu_0)}{2\pi} d\alpha. \tag{33}$$

После интегрирования по ξ получается оператор, отличающийся от (3) нижним пределом интегрирования по ε′.

$$St_{\text{ion}(1)} = N_{\text{at}} v \sum_{\text{i}} \int\limits_{\varepsilon+\varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}}^{\infty} d\varepsilon' (\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon',\varepsilon))_{\text{ion}}^{(i)} \frac{(\gamma'^2 - 1)}{(\gamma^2 - 1)} \int\limits_0^{2\pi} d\alpha \frac{f(p',\mu',t)}{2\pi}, \tag{34}$$

где, согласно соотношениям (4), (31) и (32),

$$\mu' = \mu\mu_0 + \sqrt{1-\mu_0^2}\sqrt{1-\mu^2}\cos\alpha. \tag{35}$$

Оператор, описывающий уход электронов из du, имеет следующий вид:

$$St_{\text{ion}(2)} = N_{\text{at}} v f(p,\mu,t) \sum_{\text{i}} \int\limits_0^{\left(\varepsilon-\varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}\right)/2} \left(\sigma_\varepsilon(\varepsilon,\varepsilon')\right)_{\text{ion}}^{(i)} d\varepsilon' = N_{\text{at}} v f(p,\mu,t) \sigma_{\text{tot}}(\varepsilon), \tag{36}$$

где $\sigma_{\text{tot}}(\varepsilon) = \sum_i \sigma_{\text{tot}}^{(i)}(\varepsilon) = \int\limits_0^{\left(\varepsilon-\varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}\right)/2} \left(\sigma_\varepsilon(\varepsilon,\varepsilon')\right)_{\text{ion}}^{(i)} d\varepsilon'$. В выражениях (34) и (36) ε′ и ε переставлены местами в соответствии с тем, что $St_{\text{ion}(1)}$ отвечает за заселение du, а $St_{\text{ion}(2)}$ – за уход электронов из du.

Слабые ионизующие соударения

Выделим в формуле (34) "слабые" взаимодействия, в которых первичный электрон, сохраняет большую часть энергии, т. е. $\varepsilon' \approx \varepsilon$. Воспользовавшись симметрией $\left(\sigma(\varepsilon',\varepsilon_s)\right)^{(i)}_{\text{ion}}$ относительно энергии вторичного электрона $\varepsilon_S = (\varepsilon' - \varepsilon_{\text{ion}})/2$ (рис. 3) [12], можно показать, что для "слабых" взаимодействий $\varepsilon' \le 2\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}$. Повторяя процедуру, использованную при выводе оператора (18), с учетом (31), выделяем из (34) оператор

$$St^{(\text{weak})}_{\text{ion}(1)} = N_{\text{at}} v \sum_i \int\limits_{\varepsilon+\varepsilon^{(i)}_{\text{ion}}}^{2\varepsilon+\varepsilon^{(i)}_{\text{ion}}} d\varepsilon' \left(\sigma(\varepsilon',\varepsilon)\right)^{(i)}_{\text{ion}} \left(\frac{p'}{p}\right)^2 \left[f(p',\mu,t) + \frac{1}{2}(1-\mu_0)\hat{L}_\mu f(p,\mu,t) + (1-\mu_0)^2 \frac{\mu^2}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial \mu^2} \right], \tag{37}$$

где второе и третье слагаемые в квадратных скобках аналогичны членам оператора (18) с выполненным интегрированием по ξ в аналогах (19).

Рис. 3. Иллюстрация зависимости дифференциального сечения ионизации от энергии вторичного электрона

Воспользовавшись соотношением (32), находим в приближении малых $\Delta\varepsilon$

$$1-\mu_0 = 1 - \sqrt{\mu_0^2(\varepsilon',\varepsilon)} \approx 1 - \left(1 + \frac{\partial\mu_0^2/\partial\varepsilon'}{2\sqrt{\mu_0^2}}\Delta\varepsilon\right)_{\varepsilon'=\varepsilon} = \frac{2mc^2}{(\varepsilon+2mc^2)\varepsilon}\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{m\Delta\varepsilon}{p^2}. \tag{38}$$

Заменив ε на ε_s в $(\sigma(\varepsilon',\varepsilon))^{(i)}_{\text{ion}}$, разложим подынтегральное выражение в формуле (37) по степеням $\Delta\varepsilon$ и перейдем к интегрированию от ε' к ε_s с заменой в верхнем пределе интегрирования по ε_s, равном $\varepsilon_S = (\varepsilon' - \varepsilon_{\text{ion}})/2$, ε' на ε в силу $\varepsilon' \approx \varepsilon$. В результате получается дифференциальное представление оператора слабых ионизующих соударений

$$St^{(\text{weak})}_{\text{ion}(1)} = N_{\text{at}} v \sigma_{\text{tot}}(\varepsilon) f(p,\mu,t) + \frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p} p^2 F_{\text{ion}}(\varepsilon) f(p,\mu,t) + \frac{F_{\text{ion}}(\varepsilon)}{2\gamma p}\hat{L}_\mu f(p,\mu,t), \tag{39}$$

где для "больших" передач импульса [12], введена сила трения

$$F_{\text{ion}}(\varepsilon) = N_{\text{at}} \sum_i \int\limits_0^{\left(\varepsilon-\varepsilon^{(i)}_{\text{ion}}\right)/2} \Delta\varepsilon^{(i)} \left(\sigma(\varepsilon,\varepsilon_s)\right)^{(i)}_{\text{ion}} d\varepsilon_s . \tag{40}$$

Первое слагаемое в (39) компенсируется интегралом (36).

Результат (39) можно получить, факторизуя сечение $\left(\sigma\left(\varepsilon',\varepsilon\right)\right)_{\text{ion}}^{(\text{i})}=\sigma_{\text{tot}}^{(\text{i})}\left(\varepsilon'\right)\chi^{(\text{i})}\left(\varepsilon',\varepsilon_{\text{s}}\right)$, учитывая его симметрию относительно ε и ε_{s} и нормировку $\int\limits_{0}^{\varepsilon-\varepsilon_{\text{ion}}^{(\text{i})}}\chi^{(\text{i})}(\varepsilon',\varepsilon_{\text{s}})d\varepsilon_{\text{s}}=1$. В работах [3, 4] существенно используется явная зависимость $\sigma_{\text{ion}}(\varepsilon',\varepsilon)$ от ε' и ε и процедура его факторизации, хотя ни в том, ни в другом нет необходимости.

Строгая процедура редуцирования позволила автоматически выделить из ионизационного интеграла компонент, отвечающий за угловое рассеяние на атомных электронах. Его отсутствие в [3, 4] связано с тем, что ФРЭ $f(p',\mu',t)$ была зафиксирована для двух значений μ', в результате чего упущена возможность разложения в ряд по μ'.

За сильные соударения отвечает оператор $St_{\text{ion}\,(1)}^{(\text{strong})}$, т. е. часть (34), остающаяся после замены нижнего предела интегрирования по энергиям на $2\varepsilon+\varepsilon_{\text{ion}}^{(\text{i})}$, как в (3).

Полный оператор столкновений

Объединяя формулы (21), (26), (27), (33) и (34) в пренебрежении членами $\sim(1-\xi)^2$, получим следующее представление полного оператора столкновений

$$St\{f(p,\mu,t)\}=\frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}p^2\left(F_{\text{ex}(1)}(p)+\frac{m}{M}N_{\text{at}}\frac{p^2}{m}\sigma_{\text{tr}}(p)\right)f(p,\mu,t)+$$
$$+\left[N_{\text{at}}\frac{v}{2}\left(\sigma_{\text{tr}}(p)+\sigma_{\text{ex,tr}}(p)\right)\right]\hat{L}_{\mu}f(p,\mu,t)+$$
$$+N_{\text{at}}v\sum_{\text{i}}\int\limits_{\varepsilon+\varepsilon_{\text{ion}}^{(\text{i})}}^{\infty}d\varepsilon'\,\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon',\varepsilon))_{\text{ion}}^{(\text{i})}\frac{\gamma'^2-1}{\gamma^2+1}\int\limits_{0}^{2\pi}\frac{d\alpha}{2\pi}f(p',\mu',t)-N_{\text{at}}v\sigma_{\text{tot}}(\varepsilon)f(p,\mu,t)\,, \tag{41}$$

где $\mu'=\mu'(\varepsilon',\varepsilon,\mu,\alpha)$ определяется формулами (31) и (32).

Если использовать редуцированную форму ионизационного интеграла с выделенными слабыми взаимодействиями, то полный оператор принимает вид

$$St\{f(p,\mu,t)\}=\frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}p^2\left(F(p)+\frac{m}{M}N_{\text{at}}\frac{p^2}{m}\sigma_{\text{tr}}(p)\right)f(p,\mu,t)+$$
$$+\left[N_{\text{at}}\frac{v}{2}\left(\sigma_{\text{tr}}(p)+\sigma_{\text{ex,tr}}(p)\right)+\frac{F_{\text{ion}}(p)}{2\gamma p}\right]\hat{L}_{\mu}f(p,\mu,t)+$$
$$+N_{\text{at}}v\sum_{\text{i}}\int\limits_{2\varepsilon+\varepsilon_{\text{ion}}^{(\text{i})}}^{\infty}d\varepsilon'(\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon',\varepsilon))_{\text{ion}}^{(\text{i})}\frac{\gamma'^2-1}{\gamma^2+1}\int\limits_{0}^{2\pi}\frac{d\alpha}{2\pi}f(p',\mu',t)\,, \tag{42}$$

в ионизационном интеграле которого нижний предел, как и в формуле (3), равен $2\varepsilon+\varepsilon_{\text{ion}}^{(\text{i})}$.

Оператор (41) имеет широкую область применимости. Получим более удобное для численных расчетов представление (41) для энергий электронов $\varepsilon \gg \varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}$. С этой целью обсудим описание элементарных процессов и оценим их вклады.

Упругие взаимодействия. Если использовать формулу Резерфорда с множителем Мотта для $\sigma_{\text{el}}(p,\psi)$ [15, 16] и $\psi_{\min} = 0{,}0153 Z_{\text{at}}^{1/3}/\beta\gamma$ [15, 16], то для обратной транспортной длины получается следующая зависимость от γ или $\varepsilon = \gamma mc^2$:

$$N_{\text{at}}\sigma_{\text{tr}}(\gamma) = \frac{4\pi N_{\text{at}}\ Z_{\text{at}}^2\ e^4\gamma^2}{(mc^2)^2(\gamma^2-1)^2}\left(\ln\frac{131\gamma\beta}{Z_{\text{at}}^{1/3}} - \frac{\beta^2}{2}\right). \tag{43}$$

В газе молекул, состоящих из двух одинаковых атомов, (41) выражается следующим образом через молекулярные величины: $N_{\text{at}}Z_{\text{at}}^2 = N_{\text{mol}}Z_{\text{mol}}^2/2$.

Ионизация. Для $\sum_i (\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon',\varepsilon))_{\text{ion}}^{(i)}$ целесообразно использовать умноженную на Z_{mol} формулу Мёллера $\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon',\varepsilon)_{\text{M}}$ для сечения рассеяния электрона на покоящемся свободном электроне [11, 12]. При использовании формул Мёллера и Бете следует опускать $\varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}$ в нижнем пределе ионизационного интеграла и суммирование по i. Учет $\varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}$ приводит к превышению точности, а суммирование заменяется умножением $\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon',\varepsilon)_{\text{M}}$ на Z_{mol}.

Выразим $F_{\text{ex}(1)}(p)$ и $F_{\text{ion}}(p)$ в формулах (41) и (42) через эффективное торможение κ. В области малых передач импульса [12]

$$\kappa^{(\text{small})} = \frac{2\pi\ Z_{\text{mol}}e^4}{mc^2}\frac{\gamma^2}{\gamma^2-1}\ln\left(q\frac{m^2c^4(\gamma^2-1)}{2{,}73I^2} + \frac{1}{\gamma^2}\right). \tag{44}$$

Сюда включены процессы возбуждения и ионизации. Произведение $N_{\text{mol}}\kappa^{(\text{small})}$ дает сумму всей $F_{\text{ex}}(p)$ и части $F_{\text{ion}}(p)$. В области больших передач импульса q [12]

$$\kappa^{(\text{large})} = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon/2} \varepsilon_s\sigma_\varepsilon(\varepsilon,\varepsilon_s)_{\text{M}}\,d\varepsilon_s, \tag{45}$$

где $\varepsilon_1 = q_1^2/m$, $I \ll q_1^2/m \ll mc^2$, а I – эффективная энергия "ионизации".

Полная сила трения является "силой трения Бете" $F(\gamma)$ [11 ,12]

$$F(p) = (\kappa^{(\text{small})} + \kappa^{(\text{large})})N_{\text{mol}} = F_{\text{ex}}(p) + F_{\text{ion}}(p)\ . \tag{46}$$

Связанно - связанные переходы учитываются посредством $F_{\text{ex}(1)}(p)$ и $\sigma_{\text{ex,tr}}(p)$. Так как $\sigma_{\text{el}}(p,\psi) \sim Z^2$ и $\sigma_{\text{ex}}(p,\psi) \sim Z$, причем в области малых углов оба сечения описываются формулой Резерфорда [15], то $\sigma_{\text{ex,tr}}(p)$ в (41) и (42) для достаточно больших Z можно пренебречь. Отмстим, что $F_{ex(1)}(p)$ в операторс (42) включена в $F(p)$. $F_{ion}(p)$ в множителе перед $\hat{L}_\mu$ в (42) можно заменить на $F(p)$, так как основной вклад в $F(p)$ дает ионизация [15].

Для молекул, состоящих из двух одинаковых атомов, выражение $N_{at}\sigma_{tr}(\gamma)v/2$ может быть записано согласно результатам [16] через $F(\gamma)$ следующим образом:

$$\frac{v}{2}N_{at}\sigma_{tr}(\gamma)=\frac{v}{2}\frac{2(Z_{mol}/2)}{mc^2(\gamma^2-1)}F(\gamma)\Gamma(\gamma)=\frac{Z_{mol}}{2\gamma p}F(\gamma)\Gamma(\gamma), \tag{47}$$

где использовано обозначение [16]

$$\Gamma(\gamma)=\frac{\dfrac{(mc^2)^2(\gamma-1)(\gamma^2-1)}{2I^2}-\left(\dfrac{2}{\gamma}-\dfrac{1}{\gamma^2}\right)\ln 2+\dfrac{1}{\gamma^2}+\dfrac{1}{8}(1-\dfrac{1}{\gamma})^2}{\ln\left(131\cdot Z_{at}^{-1/3}\sqrt{\gamma^2-1}\right)}. \tag{48}$$

Функция Г слабо зависит от γ, увеличиваясь для воздуха от 0,262 до 0,271 для $\varepsilon = 51\div1530$ кэВ [16]. В отчете [16] вклад множителя Мотта отсутствует. По-видимому, в работах [3, 4] $\Gamma = 0{,}25$, так как там (47) имеет следующий вид: $\frac{v}{2}N_{at}\sigma_{tr}(\gamma)=\frac{Z_{mol}}{8\gamma p}F(\gamma)$. Если принять $F(p)=F_{ion}(p)$ и $(\gamma-1)mc^2 >> \varepsilon_{ion,\,max}$, то $N_{at}\frac{v}{2}\sigma_{tr}(p)+\frac{F_{ion}(p)}{2\gamma p}$ в (42) сводится к выражению $\frac{(Z_{mol}/2+2)F(\varepsilon)}{4\gamma p}$, отличному от (2).

Составляющая (42), ответственная за упругие потери, гораздо меньше $F(p)$:

$$\frac{m}{M}N_{at}\frac{p^2}{m}\sigma_{tr}(p)/F(\gamma)=\frac{m}{M}\frac{p^2 Z}{m\gamma\, vp}\Gamma(\gamma)F(\gamma)/F(\gamma)=\frac{Z_{mol}}{A_{mol}}\frac{m}{m_{nucl}}\Gamma(\gamma)\approx 10^{-4}. \tag{49}$$

Здесь $Z_{mol}/A_{mol}\approx 1/2$ – отношение числа электронов к числу нуклонов, $m/m_{nucl}\approx 1/1840$ – отношение масс электрона и нуклона.

Опуская, согласно приведенной выше аргументации, упругие потери энергии в первой компоненте (42) и $\sigma_{ex,\,tr}(p)$ – во второй, получаем оператор

$$St\{f(p,\mu,t)\}=\frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}p^2F(p)f(p,\mu,t)+\left(N_{at}\frac{v}{2}\sigma_{tr}(p)+\frac{F_{ion}(p)}{2\gamma p}\right)\hat{L}_\mu f(p,\mu,t)+$$
$$+N_{at}v\sum_{i}\int\limits_{2\varepsilon+\varepsilon_{ion}^{(i)}}^{\infty}d\varepsilon'(\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon',\varepsilon))_{ion}^{(i)}\frac{\gamma'^2-1}{\gamma^2+1}\int\limits_0^{2\pi}\frac{d\alpha}{2\pi}f(p',\mu',t), \tag{50}$$

который отличается от (1)–(3) только второй компонентой, отвечающей за угловое рассеяние. Эту функцию выполняет оператор (2), объединяющий описание углового рассеяния на ядре и атомных электронах.

Ионизационный интеграл в выражении (41) получен без каких бы то ни было ограничений, кроме тех, которые накладываются законами сохранения. Точность определяется дифференциальным сечением и зависимостью $\mu_0(\varepsilon',\varepsilon)$. При использовании формулы (32) для $\mu_0(\varepsilon',\varepsilon)$ и формулы Мёллера применимость интеграла ограничена условием $\varepsilon', \varepsilon, \varepsilon_s >> \varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}$. Для описания кинетики в области $\varepsilon \sim \varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}$ необходимо использовать соответствующий набор $(\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon', \varepsilon))_{\text{ion}}^{(i)}$ и точную формулу для $\mu_0(\varepsilon', \varepsilon)$ с учетом связи атомных электронов.

Так как $F_{\text{ex}(1)}(p) + \frac{m}{M} N_{\text{at}} \frac{p^2}{m} \sigma_{\text{tr}}(p) \ll F(p)$ в области больших энергий, то в выражении (41) первым членом, единственным содержащим $F_{\text{ex}(1)}$, можно пренебречь. Действительно, процессы возбуждения дают малый вклад в первую компоненту (50), а так как слабые ионизующие соударения, за которые она отвечает, содержатся в ионизационном интеграле оператора (41), то пренебрежение оправдано с высокой точностью. Пренебрегая согласно приведенной аргументации $\sigma_{\text{ex, tr}}(p)$ во второй компоненте (50), получаем оператор

$$St\{f(p,\mu,t)\} = N_{\text{at}} \frac{v}{2} \sigma_{\text{tr}}(p) \hat{L}_\mu f(p,\mu,t) +$$
$$+ N_{\text{at}} v \sum_i \int_{\varepsilon+\varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}}^{\infty} d\varepsilon' \left(\sigma_{\varepsilon'}(\varepsilon', \varepsilon)\right)_{\text{ion}}^{(i)} \frac{\gamma'^2 - 1}{\gamma^2 + 1} \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{2\pi} f(p', \mu', t) - N_{\text{at}} v \sigma_{\text{tot}}(\varepsilon) f(p,\mu,t), \tag{51}$$

который оказывается проще, чем (1)–(3). В отличие от (1)–(3), где угловое рассеяние на ядрах и атомных электронах искусственно объединены посредством $\frac{(Z_{\text{mol}}/2+1)F(\varepsilon)}{4\gamma p}$, в формуле (51) рассеяние на ядрах описывается транспортным сечением, а рассеяние на атомных электронах осталось в ионизационном интеграле. Во второй компоненте (50) угловое рассеяние на ядрах доминирует над рассеянием на атомных электронах: $N_{\text{at}} \sigma_{\text{tr}}(p) v >> F/\gamma p$. Поэтому в полном операторе с нередуцированным ионизационным интегралом (51) первой компонентой пренебрегать нельзя. В кинетике ЛРУЭ она увеличивает порог убегания электронов и уменьшает скорость усиления лавины.

Последовательная процедура редуцирования ионизационного интеграла позволила не только выполнить сравнение с (1)–(3), но, сравнив вклад компонент полного оператора столкновений, исключить некоторые из них (ср. формулы (41) и (51)). Выделение слабых ионизующих взаимодействий в отдельный дифференциальный оператор нецелесообразно, так как понижает точность описания, не давая никаких вычислительных преимуществ.

Заключение

Получен оператор столкновений электронов в средах с доминированием взаимодействий с нейтральными атомарными частицами, учитывающий упругое рассеяние на ядрах, возбуждение атомарных частиц и их ионизацию.

Оператор в форме (51) предназначен для описания кинетики электронов больших энергий. Ограничения накладываются требованием малости угла рассеяния. Доминирующими в выражении (51) являются упругое рассеяние на ядрах и ионизация атомов. Оператор существенно проще, чем (1)–(3).

В результате последовательной процедуры выделения "слабых" взаимодействий из ионизационного интеграла получена компонента оператора, отвечающая за угловое рассеяние, отличающаяся от (2) множителем перед $\hat{L}_{\mu}$ и увеличенным вкладом ионизующих соударений в угловое рассеяние электронов.

Оператор (51) можно использовать не только в исследованиях пробоя планетарных атмосфер в грозовых полях, которая, будучи фундаментальной для физики атмосферы, все же является частной задачей. КУ с оператором (51) применимо в задачах транспорта электронов больших энергий через плотные среды как в присутствии внешних полей, так и без них: описание электронно-позитронного компонента космических ливней; расчеты высоковольтных разрядов в плотных газах с убегающими электронами и несамостоятельных газовых разрядов, поддерживаемых пучком электронов, в том числе предназначенных для накачки мощных газовых лазеров; расчеты распространения пучков релятивистских электронов в атмосфере; описание кинетики комптоновских электронов, образующихся при ядерном взрыве в атмосфере.

Список литературы

1. Gurevich A. V., Milikh G. M., Roussel-Dupré R.A. Runaway electron mechanism of air breakdown and preconditioning during a thunderstorm // Phys. Lett. A. 1992. Vol. 165. P. 463.

2. Gurevich A. V., Milikh G. M., Roussel-Dupré RA. Non - uniform Runaway Air Breakdown // Phys. Lett. A. 1994. Vol. 187. P. 197.

3. Gurevich A. V., Milikh G. M., Tunnell T., Roussel-Dupré R.A. Kinetic Theory of Runaway Air Breakdown and the Implications for Lightning Initiation // Los Alamos National Laboratory Report LA-12601-MS. 1993.

4. Roussel-Dupré R. A., Gurevich A. V., Tunnell T., Milikh G. M. Kinetic theory of runaway air breakdown // Phys. Rev. E 1994. Vol. 49. P. 2257.

5. Symbalisty E., Roussel-Dupre R., Babich L. P., Kutsyk I. M., Donskoy E. N., Kudryavtsev A. Yu. Reevaluation of electron avalanche rates for runaway and upper atmospheric discharge phenomena // Eos Transaction of American Geophysical Union. 1997. Vol. 78. P. 4760.

6. Solovyev A. A., Terekhin V. A., Tikhonchuk V. T., Altgilbers L. L. Electron kinetic effects in atmosphere breakdown by an intense electromagnetic pulse // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60. P. 7360.

7. Терехин А. В. Численные исследования некоторых моделей кинетики электронов в газах во внешнем однородном электрическом поле: Дипломная работа. Саров: СарФТИ, 1999.

8. Соловьев А. А., Терехин А. В., Терехин В. А., Тихончук В. Т. О спектрально- угловых распределениях убегающих электронов // Тр. шестой Всероссийской конференции "Малые примеси в атмосфере. Атмосферное электричество". Нижний Новгород. 2000.

9. Babich L. P., Donskoy E. N., Kutsyk I. M., Kudryavtsev A. Yu., Roussel-Dupre R. A., Shamraev B. N., Symbalisty E. M. D. Comparison of Relativistic Runaway Electron Avalanche Rates Obtained from Monte Carlo Simulations and from Kinetic Equation Solution // IEEE Transactions on Plasma Science. 2001. Vol. 29. P. 430–438.

10. Кудрявцев А. Ю. Развитие механизма восходящих атмосферных разрядов на основе генераций лавин релятивистских электронов: Дис. … канд. физ.-мат. наук. РФЯЦ- ВНИИЭФ, 2005.

11. Bethe H., Ashkin U. in: Experimental Nuclear Physics. Vol. 1. Part 2. Ed. by E. Segre. New York – London, 1953.

12. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика // Теоретическая физика. Т. 4. М.: Наука, 1989.

13. Holstein T. Energy distribution of electrons in high frequency gas discharges // Phys. Rev. 1946. Vol. 70. P. 367.

14. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. Теоретическая физика. Т. 2. М.: Наука, 1988.

15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Теоретическая физика. Т. 3. М.: Наука, 1989.

16. Longmire C. L., Longley H. J. Improvements in the treatment of Compton current and air conductivity in EMP problems. Defense Nuclear Agency Report no. 3192T. 1973.

Operator of Relativistic Electrons Collision in Cold Gas of Atomic Particles

L. P. Babich, M. L. Kudryavtseva

An operator of collision between relativistic electrons and cold atomic particles gas has been sequentially derived taking into account elastic interactions, electronic shell excitation and ionization. Production of secondary electrons has been exactly described. In the energy range far higher than the binding energy of atomic electrons this operator comprises angular scattering by nuclei and ionization integral, which automatically takes into account scattering by atomic electrons. The collision operator earlier used to study the kinetics of relativistic runaway electron avalanches has been analyzed. Exacter operator obtained in this work is formally simpler and requires less time for computation.