УДК 514.83; 539.1.01

Некоторые следствия конформно-инвариантного обобщения уравнений Эйнштейна[1]

М. В. Горбатенко

Рассматриваются новые возможности в решении проблем общей теории относительности, возникающих при конформно-инвариантном обобщении уравнений Эйнштейна. Приводятся свойства конформно-инвариантных уравнений и их решений: 1) задача Коши ставится без связей на данные Коши; 2) допускаются решения с разрывами на пространственноподобных гиперповерхностях; 3) появляется сохраняющийся вектор тока; 4) появляется новая функция состояния, аналогичная энтропии; 5) калибровочный вектор и λ-член могут быть проинтерпретированы в терминах степеней свободы частиц со спином $\frac{1}{2}$.

Представлено краткое описание этих свойств и возможных способов их использования для решения проблем общей теории относительности.

Введение

В 1984 г. при рассмотрении динамики пространства аффинной связности были выведены уравнения, обеспечившие конформную инвариантность уравнений Эйнштейна простейшим образом [1]. В 1996 г. уравнения были дополнены λ-членом [2]. В результате уравнения приобрели вид

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} R = T_{\alpha\beta}, \tag{1}$$

где

$$T_{\alpha\beta} \equiv -2A_\alpha A_\beta - g_{\alpha\beta} A^2 - 2g_{\alpha\beta} A^\nu{}_{;\nu} + A_{\alpha;\beta} + A_{\beta;\alpha} + g_{\alpha\beta}\lambda . \tag{2}$$

Уравнения (1) с правой частью (2) сохраняют вид при конформных преобразованиях, если одновременно с метрикой преобразовываются и величины A_α, λ по следующим правилам:

$$g_{\alpha\beta} \to g_{\alpha\beta} e^{2\sigma}, \quad A_\alpha \to A_\alpha - \sigma_{;\alpha}, \quad \lambda \to \lambda e^{-2\sigma}. \tag{3}$$

Уравнения (1) с тензором $T_{\alpha\beta}$ вида (2) будем называть уравнениями конформно-инвариантной геометродинамики (уравнениями КГД), а тензор $T_{\alpha\beta}$ – геометродинамическим тензором энергии-импульса.

Уравнения (1) с тензором $T_{\alpha\beta}$ вида (2), как оказалось, приводят к решениям, качественно отличающимся от решений уравнений общей теории относительности (ОТО). Эти отличия состоят

[1] Сокращенная версия статьи M. V. Gorbatenko. Some Consequences of the Conformally Invariant Generalization of Einstein's Equations // General Relativity and Gravitation. 2005. Vol. 37, No 1. P. 81–98.

в следующем: 1) постановка задачи Коши без связей на начальные данные; 2) возможность существования решений с разрывами на пространственноподобных гиперповерхностях; 3) появление сохраняющегося вектора тока; 4) появление энтропии как функции состояния; 5) возможность интерпретации дополнительных степеней свободы в терминах частиц со спином $\frac{1}{2}$.

Целью работы является краткое изложение перечисленных свойств и обсуждение новых возможностей, которые предоставляют уравнения КГД с точки зрения решения проблем ОТО.

Уравнения КГД, Баха, Бранса – Дикке

Уравнения (1) с тензором $T_{\alpha\beta}$ вида (2) являются динамическими уравнениями для пространства Вейля. Для доказательства заметим, что риманово пространство, дополненное вектором A_α с приведенными выше правилами преобразования, является пространством Вейля; вектор A_α называется калибровочным. Связность в пространстве Вейля $\Gamma_\alpha{}^\lambda{}_\beta$ выражается через символы Кристоффеля $\left(\begin{smallmatrix}\lambda\\ \alpha\beta\end{smallmatrix}\right)$ и вектор A_α с помощью соотношения

$$\Gamma_\alpha{}^\lambda{}_\beta = \left(\begin{smallmatrix}\lambda\\ \alpha\beta\end{smallmatrix}\right) + \delta^\lambda_\alpha A_\beta + \delta^\lambda_\beta A_\alpha - g_{\alpha\beta} g^{\lambda\tau} A_\tau . \tag{4}$$

Показано, что уравнения (1) с правой частью (2) описывают динамику пустого пространства Вейля. Но с точки зрения римановой геометрии они представляют собой уравнения ОТО с ненулевым тензором энергии-импульса. Мы имеем дело с классическим типом геометродинамики.

Наиболее известным альтернативным способом конформно-инвариантного обобщения уравнений Эйнштейна является способ, основанный на использовании в уравнениях квадратичных выражений по тензорам Римана и Риччи и вторых производных от них. Полученные этим способом в результате вариационной процедуры в обычной формулировке уравнения имеют вид

$$B_{\alpha\beta} \equiv B^{(1)}_{\alpha\beta} + B^{(2)}_{\alpha\beta} = 0 . \tag{5}$$

Здесь

$$B^{(1)}_{\alpha\beta} \equiv -\Box R_{\alpha\beta} + R_\alpha{}^\nu{}_{;\beta;\nu} + R_\beta{}^\nu{}_{;\alpha;\nu} - \frac{2}{3} R_{;\alpha;\beta} + \frac{1}{6} g_{\alpha\beta} \Box R ; \tag{6}$$

$$B^{(2)}_{\alpha\beta} \equiv \frac{2}{3} R R_{\alpha\beta} - 2 R_{\alpha\nu} R^\nu{}_\beta - \frac{1}{6} R^2 g_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} . \tag{7}$$

Уравнения (5) известны под названием уравнений Баха. В [3] установлено, что все причинные решения уравнений (5) содержатся в множестве решений уравнений (1) с правой частью (2). Поэтому уравнения (1) с правой частью (2) являются не менее общим подходом к конформно-инвариантному обобщению уравнений Эйнштейна, чем подход, основанный на уравнениях Баха.

Известно, что наряду с ОТО существует альтернативная теория гравитации – так называемая скалярно-тензорная схема Бранса – Дикке [4]. Альтернативная теория является параметрической, причем только при одном значении содержащегося в теории параметра $\omega = 3/2$ она становится конформно-инвариантной. При этом уравнения схемы Бранса – Дикке совпадают с уравнениями КГД, если в последних положить $\lambda = 0$, а вектор A_α равным градиенту от некоторой скалярной функции.

Вариационный принцип для уравнений КГД

Вариационная процедура, в результате которой получаются уравнения (1) с правой частью (2), предполагает использование неголономных связей между вариациями связностей в таком виде, который позволяет получать уравнения экстремалей без операции обращения к границам 4-мерного объема. Введение неголономных связей с помощью неопределенных множителей Лагранжа в вариацию действия производится по известному в математике методу (см., например, [5]). После использования предположения о симметричности связности получаются уравнения (1) с правой частью (2). В [1] это сделано для плотности лагранжиана вида $\sqrt{-g}\left(g^{\mu\nu}\Re_{\mu\nu}\right)$, где $\Re_{\mu\nu}$ – тензор Риччи для пространства аффинной связности. В [2] это сделано для плотности лагранжиана вида $\sqrt{-\det\left(\Re_{\mu\nu}\right)}$. Вид лагранжевой плотности использован в форме, предложенной Шредингером в [6]. В [1] варьировалась метрика и связность, в [2] – только связность. В первом случае неголономная связь между вариациями связности имела вид

$$g^{\alpha\beta}\left(\delta\Gamma_{\beta}{}^{\lambda}{}_{\alpha}\right)-g^{\lambda\beta}\left(\delta\Gamma_{\sigma}{}^{\sigma}{}_{\beta}\right)=0. \tag{8}$$

Во втором случае –

$$\Re^{\alpha\beta}\left(\delta\Gamma_{\beta}{}^{\lambda}{}_{\alpha}\right)-\Re^{\lambda\beta}\left(\delta\Gamma_{\sigma}{}^{\sigma}{}_{\beta}\right)=0. \tag{9}$$

Одна из особенностей процедуры, изложенной в [2], состоит в том, что появляющаяся в этой процедуре функция $\lambda(x)$ не может обращаться в нуль, поскольку с помощью $\lambda(x)$ определяется метрика.

Вопрос о согласованности используемой в [1] вариационной процедуры с принципом причинности рассмотрен в [7]. Отмечено, что операция обращения к границам 4-мерного объема, которая неизбежно присутствует во всех обычных вариационных процедурах, предполагает использование информации о поведении пробных полевых историй в будущие моменты времени. Это телеологичность (термин М. Планка) вариационной процедуры противоречит принципу причинности, согласно которому будущее не может влиять на прошедшее. Вариационный принцип в форме [1, 2] исключил телеологичность и поэтому он, в отличие от вариационных принципов в обычных формулировках, согласуется с принципом причинности.

Связи на данные Коши

Для корректной постановки задачи Коши необходимо выбрать систему отсчета и условие калибровки. Для определенности будем использовать синхронную систему отсчета, в которой $g_{00}=-1;\, g_{0k}=0$, и условие калибровки Лоренца $A^{\alpha}{}_{;\alpha}=0$. При этих предположениях в работе [8] показано, что данными Коши являются:

$$g_{mn},\, \dot{g}_{mn},\, A_0,\, A_k\,. \tag{10}$$

Уравнения для определения других функций:

Функция	Уравнение
$\ddot{g}_{mn}$	$R_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} R = T_{mn}$
$\dot{A}_0$	Любое условие калибровки, позволяющее определить $\dot{A}_0$ по данным (10) (например, условие Лоренца $A^{\alpha}{}_{;\alpha} = 0$)
$\dot{A}_k$	$R_k^0 = T_k^0$
λ	$R_0^0 - \frac{1}{2} R = T_0^0$ (алгебраическое уравнение)

В [8] показано, что при постановке задачи Коши указанным образом на данные Коши (10) не возникает никаких связей.

В принципе при постановке задачи Коши может быть использована любая другая система отсчета и калибровочное условие. Например, без ограничения общности исследование решений уравнений КГД может проводиться в предположении, что свобода калибровочных преобразований ограничена условиями

$$\lambda = \lambda_0 = \text{const} . \tag{11}$$

При этом автоматически выполняется и условие Лоренца

$$A^{\alpha}{}_{;\alpha} = 0 . \tag{12}$$

Условие (11) будем использовать в последующем изложении. В связи с этим заметим, что калибровочное условие (11) не может быть использовано одновременно с синхронными координатами, но оно совместимо с сопутствующими координатами, отличающимися от синхронных тем, что вместо $g_{00} = -1$ компонента g_{00} является функцией $g_{00}(x)$.

Разрыв, но без нарушения непрерывности T_0^{α}

Будем называть разрывными такие решения уравнений КГД, у которых некоторые из данных Коши испытывают разрыв на пространственноподобной гиперповерхности (ППГ). Будем считать, что координаты выбраны так, что эта ППГ описывается уравнением $x^0 = \text{const}$. Существует три подхода к решению вопроса о том, какие возможны разрывы.

1. Допускается любой разрыв при условии, что скачки в левой и правой частях уравнений КГД и калибровочном условии компенсируют друг друга.

2. В дополнение к требованиям первого подхода компоненты T_0^{α} должны быть непрерывными (обычно принимается при рассмотрении ударных волн в релятивистской гидродинамике [9, 10]).

3. В дополнение к требованиям первого подхода не должна нарушаться аксиоматика риманова пространства (не допускаются разрывы компонент метрики и символов Кристоффеля). Нами установлено, что:

1. Первый подход является наиболее общим, однако он может приводить к нарушению требований как физического характера (непрерывность T_0^{α}), так и математического характера (аксиоматика риманова пространства).

2. Второй и третий подходы ведут к одним и тем же минимально необходимым классам гладкости геометрических объектов. Эти классы указаны в таблице.

В данной работе мы будем исходить из второго и третьего подходов.

Минимальные классы гладкости

Объект	Класс гладкости в целом на многообразии	Класс гладкости на картах (кусках), границы между которыми являются поверхностями разрывов
Компоненты метрики $g_{\alpha\beta}$	$\mathbf{C}^1$	$\mathbf{C}^2$
Кристоффели $\left(\begin{smallmatrix}\lambda\\ \alpha\beta\end{smallmatrix}\right)$	$\mathbf{C}^0$	$\mathbf{C}^1$
Компоненты калибровочного вектора A_α	Кусочно-непрерывны	$\mathbf{C}^0$
Функция $\sigma(x)$	$\mathbf{C}^2$	$\mathbf{C}^3$
Функция λ	Кусочно-непрерывна	$\mathbf{C}^0$
Допустимые преобразования координат $x'^\alpha(x^\beta)$	$\mathbf{C}^3$	$\mathbf{C}^3$

Заметим, что сама возможность существования разрывных решений некоторой системы нелинейных уравнений в частных производных является нетривиальным фактом. Достаточно, например, в уравнениях КГД положить функцию $\lambda(t)$ тождественно равной нулю, и появляющаяся после этого связь на данные Коши исключит возможность появления центрально-симметричных статических решений с разрывами на ППГ.

Из сказанного следует, что уравнения КГД допускают существование решений, у которых на поверхностях разрыва могут претерпевать разрыв инварианты Петрова, вторые производные от метрики, компоненты вектора A_α и скаляр λ.

Строго сохраняющийся заряд в КГД

Если динамика полевых функций подчиняется уравнениям (1) с правой частью (2), то тензор $F_{\alpha\beta} \equiv A_{\beta,\alpha} - A_{\alpha,\beta}$ удовлетворяет уравнению

$$F_\alpha{}^\nu{}_{;\nu} = \lambda_{;\alpha} - 2\lambda A_\alpha . \qquad (13)$$

Из (13) следует, что вектор $j_\alpha \equiv \lambda_{;\alpha} - 2\lambda A_\alpha$ удовлетворяет уравнению непрерывности

$$j^\alpha{}_{;\alpha} = 0 . \qquad (14)$$

Рассмотрим пространственно-временную область, в которой вектор j^α является времениподобным. В этой области он может быть представлен в виде

$$j^\alpha \equiv \rho u^\alpha , \qquad (15)$$

где u^α – единичный времениподобный вектор. При сигнатуре $(-+++)$

$$u^2 = -1 . \qquad (16)$$

Появление в схеме времениподобного вектора j^α означает, что схема автоматически содержит в себе некоторую строго сохраняющуюся субстанцию, плотность которой ρ определяется, как следует из (15), соотношением $\rho = \sqrt{-\left(j^\alpha j_\alpha\right)}$.

Под сохраняющейся субстанцией будем понимать какой-нибудь заряд, который в теории элементарных частиц считается строго сохраняющимся. Например, барионный заряд. Размерность ρ в этом случае будет $b/\text{см}^3$ (b – барионный заряд). Удельный объем V определяется как величина, обратная ρ,

$$V = 1/\rho. \tag{17}$$

С помощью вектора u^α обычным путем могут быть построены два оператора проектирования: $-u^\alpha u^\beta$, $s^{\alpha\beta} \equiv g^{\alpha\beta} + u^\alpha u^\beta$.

Описание КГД в терминах простой вязкой теплопроводной жидкости

Тензор $T_{\alpha\beta}$ может быть представлен в виде

$$T_{\alpha\beta} = U u_\alpha u_\beta + \left(u_\alpha q_\beta + u_\beta q_\alpha\right) + W_{\alpha\beta}, \tag{18}$$

где величины U, q_α, $W_{\alpha\beta}$ определяются соотношениями

$$U \equiv (u^\mu T_{\mu\nu} u^\nu), \quad q_\alpha \equiv -s_\alpha{}^\mu T_{\mu\nu} u^\nu, \quad W_{\alpha\beta} \equiv s_\alpha{}^\mu s_\beta{}^\nu T_{\mu\nu}. \tag{19}$$

В последующем используется обычная трактовка величин (19), а именно: U – плотность энергии; q_α – вектор плотности потока энергии; $W_{\alpha\beta}$ – тензор напряжений. Обычно (см., например, [10, 11]) тензор $W_{\alpha\beta}$ представляется в виде суммы двух слагаемых

$$W_{\alpha\beta} = P s_{\alpha\beta} - \tau_{\alpha\beta}, \tag{20}$$

где P – давление, а $\tau_{\alpha\beta}$ – тензор вязких напряжений, удовлетворяющий условию

$$\tau^\nu{}_\nu = 0. \tag{21}$$

Условие (21) означает, что тензор $\tau_{\alpha\beta}$ не содержит членов со второй вязкостью. При выполнении условия (21) представление (20) однозначно.

Явный вид введенных величин U, q_α, $W_{\alpha\beta}$, P, $\tau_{\alpha\beta}$ зависит от выбора калибровки. Если в качестве калибровочного использовать условие (11), то автоматически будет выполняться условие Лоренца (12) и выражения для введенных величин могут быть записаны в ковариантной форме:

$$U = -\frac{3}{4}\frac{\rho^2}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda}\left(u^\nu \rho_{;\nu}\right) - \lambda; \tag{22}$$

$$q_\alpha = s_\alpha{}^\beta \left[\frac{V_{;\beta}}{2\lambda V^2} + \frac{1}{2\lambda V} w_\beta\right]; \tag{23}$$

$$W_{\alpha\beta} = -\frac{\rho}{2\lambda}\left[u_{\alpha;\beta} + u_{\beta;\alpha}\right] - \frac{\rho^2}{4\lambda^2} s_{\alpha\beta} + \lambda s_{\alpha\beta} + \frac{\rho}{2\lambda}\left[u_\alpha w_\beta + u_\beta w_\alpha\right]; \tag{24}$$

$$P = \frac{\rho^2}{4\lambda^2} + \lambda + \frac{1}{3\lambda}\left(u^\nu \rho_{;\nu}\right); \tag{25}$$

$$\tau_{\alpha\beta} = \frac{\rho}{2\lambda} s_\alpha{}^\mu s_\beta{}^\nu \left[u_{\mu;\nu} + u_{\nu;\mu} - \frac{2}{3} s_{\mu\nu} (u^\sigma{}_{;\sigma})\right]. \tag{26}$$

Входящий в выражения (23), (24) вектор w_α определяется соотношением $w_\alpha \equiv u^\sigma u_{\alpha;\sigma}$, т. е. является 4-мерным вектором ускорений.

Из (22), (25) следует, что между величинами U, P, V имеется следующая связь:

$$P = \frac{1}{3}U + \frac{4}{3}\lambda + \frac{1}{2V^2\lambda^2}. \tag{27}$$

Это соотношение является ничем иным, как уравнением состояния геометродинамической сплошной среды. Уравнение не привносится извне, а получается как следствие исходных уравнений КГД. Это является одним из уникальных свойств уравнений КГД. Оно сохраняется и при любой другой калибровке, отличной от (11), но принимает более сложный вид.

Тензор $\tau_{\alpha\beta}$ (26) по определению совпадает с тензором вязких напряжений, используемым в гидродинамике [10]. Отличие состоит лишь в том, что коэффициент вязкости не является произвольным, он имеет такой вид, какой следует из уравнений КГД. Это также одно из уникальных свойств уравнений КГД.

Выяснение смысла вектора q_α вида (23) начнем с того, что следуя [12, 13], докажем, что в самом общем случае решения уравнений КГД допускают введение функции состояния $s(P,V)$, имеющей смысл энтропии. Предположим, что такая функция существует. Тогда должно быть справедливым второе начало термодинамики

$$d(UV) = Tds - PdV. \tag{28}$$

Подставим в (28) выражение для U, которое следует из уравнения состояния (27). Для дифференциала энтропии получаем выражение

$$ds \to \frac{3V}{T}dP + \frac{dV}{T}\left(4P - 4\lambda + \frac{3}{2V^2\lambda^2}\right), \tag{29}$$

которое будет полным дифференциалом только в том случае, если будет выполняться перекрестное соотношение

$$\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right) = \frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{\partial s}{\partial V}\right). \tag{30}$$

После использования (29) соотношение (30) принимает вид уравнения для T

$$\left(4P - 4\lambda + \frac{3}{2V^2\lambda^2}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = T + 3V\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P. \tag{31}$$

В [12, 13] найдено общее решение уравнений (31); наиболее простым частным решением является:

$$T(V,P) = \frac{\mathrm{const}_1}{V^{1/3}}; \tag{32}$$

$$s(V,P) = \frac{1}{\mathrm{const}_1}\left(3V^{4/3}\left[P - \lambda - \frac{3}{4\lambda^2V^2}\right] + \mathrm{const}_2\right). \tag{33}$$

Полученный результат означает, что для любого решения уравнений КГД в самом общем случае существует функция $s(P,V)$ вида (33), которая входит в (28), как и должна входить энтропия.

Энтропия как локальная функция состояния, с одной стороны, является одним из нетривиальных свойств уравнений КГД, а с другой стороны, позволяет пользоваться стандартным определением других термодинамических величин. Так, выражение для изэнтропической скорости звука c_s, определяемой как $c_s^2 = -V^2\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_s$, имеет вид $c_s^2 = \frac{4}{3}V\left(P-\lambda\right)+\frac{1}{2\lambda^2 V}$. Выражение (23) для вектора плотности потока энергии q_α приводится к комбинации градиента температуры и 4-мерного ускорения w_α:

$$q_\alpha = -\left(\frac{3T^3}{2\lambda \mathrm{const}_1^3}\right)s_\alpha{}^\beta\left[\frac{T_{;\beta}}{T}-\frac{1}{3}w_\beta\right]. \tag{34}$$

Коэффициент теплопроводности, входящий в (34), однозначен и диктуется выбором решения уравнений КГД. Это также уникальное свойство уравнений КГД.

Уравнение для "производства" энтропии получается с использованием метода [11]. В этом методе исходными являются два соотношения. Первое соотношение следует из

$$u^\alpha\left(T_\alpha{}^\nu{}_{;\nu}\right)=0, \tag{35}$$

если в него подставить $T_{\alpha\beta}$ в виде (18) и воспользоваться определением P и $\tau_{\alpha\beta}$ в виде (20), (21). Получаем соотношение

$$u^\sigma U_{;\sigma}+\frac{1}{V}\left[Uu^\sigma V_{;\sigma}+Pu^\sigma V_{;\sigma}\right]+q^\sigma{}_{;\sigma} = -q^\alpha u^\beta u_{\alpha;\beta}+\tau^{\alpha\beta}u_{\alpha;\beta}. \tag{36}$$

Второе соотношение есть не что иное, как второе начало термодинамики (29), записанное в терминах субстанциональных производных, т. е. соотношение

$$Vu^\sigma U_{;\sigma}+Uu^\sigma V_{;\sigma}+Pu^\sigma V_{;\sigma}=Tu^\sigma s_{;\sigma}. \tag{37}$$

Заметим, что соотношением (37) мы имеем право пользоваться, поскольку выше доказано существование энтропии как функции состояния.

Возникающее в результате уравнение для "производства" энтропии имеет вид:

$$\begin{gathered}\rho u^\sigma s_{;\sigma}+\left(\frac{q^\sigma}{T}\right)_{;\sigma} = \\ = 2\frac{T^2}{\lambda}\left(\frac{T_{;\alpha}}{T}\right)s^{\alpha\beta}\left(\frac{T_{;\beta}}{T}\right)+\frac{\lambda}{T^4}\tau_{\alpha\beta}\tau_{\mu\nu}s^{\alpha\mu}s^{\beta\nu}-\frac{T^2}{2\lambda}\left[T_{;\alpha}-Tw_\alpha\right]s^{\alpha\beta}\left[T_{;\beta}-Tw_\beta\right].\end{gathered} \tag{38}$$

Все три слагаемых в правой части (38) являются знакоопределенными. Два первых слагаемых при $\lambda>0$ дают возрастание энтропии, они связаны с теплопроводностью и вязкостью. Третий член при $\lambda>0$ (именно такие значения λ и рассматриваются в последующем) дает уменьшение энтропии.

Третий член в правой части (38), дающий уменьшение энтропии, указывает на потенциальную неприятность для геометродинамики – возможность существования конечных 4-мерных областей, в которых превалирует член со стоком энтропии. Появление в теории таких решений – это сигнал к возможному нарушению принципа причинности (например, к появлению замкнутых времениподобных геодезических, т. е. траекторий для пробных частиц). Это соображение, изложенное в [12], подтверждается и результатами других исследований (см., например, [14]).

Таким образом, имеет место конфликт между возможным существованием точных решений уравнений КГД, которые содержат области со стоком энтропии, и требованиями принципа причинности о невозможности существования таких областей. Для уравнений КГД конфликт решается в соответствии с утверждением: "не всякое решение уравнений движения, даже если оно является точным, может реально осуществиться в природе..." ([10], § 26). В случае решений уравнений КГД превалирование стока энтропии означает неустойчивость полевой конфигурации в процессе временной эволюции. Если конформно-инвариантную геометродинамику рассматривать как основу единой теории всех взаимодействий, то динамика пространства в любом состоянии последнего не может быть ничем иным, как одним из решений уравнений КГД. Поэтому и возникающее новое решение – тоже решение уравнений КГД, но, возможно, разрывное.

Заключение

Рассмотрим новые возможности, которые могут содержать в себе уравнения КГД и их решения.

Прежде всего обратим внимание на то, что в конформно-инвариантной геометродинамике уравнения состояния материи (27) не привносятся извне, а генерируются самими решениями уравнений КГД в процессе эволюции последних. То же самое относится к коэффициенту теплопроводности в (34) и коэффициенту вязкости в (26). В случае, например, решения Фридмана [15] это приводит к тому, что уравнение состояния имеет аномальный с точки зрения обычной материи характер. Аномальность состоит в том, что давление отрицательно, а плотность энергии положительна. Уравнение состояния такого типа интенсивно исследуется в связи с открытием во Вселенной темной энергии [17, 18]. Из изложенного следует, что конформно-инвариантная геометродинамика обладает уникальными свойствами – в рамках КГД можно ставить вопрос об объяснении зафиксированных в последнее время важных наблюдательных данных.

Другой отличительной особенностью уравнений КГД является то, что их решения могут быть разрывными на пространственноподобных гиперповерхностях. Алгоритм построения таких решений для центрально-симметричных статических решений продемонстрирован в [13].

На уровне феноменологии разрывные решения дают новый подход, по крайней мере, к проблеме сингулярностей. Так, в случае центрально-симметричных решений поверхность разрыва формируется на радиусах, заведомо превышающих радиусы Шварцшильда. Сингулярности, конечно, никуда не исчезают. Но если принять концепцию эволюционного формирования любого решения, то решение с сингулярностью в центре в принципе не сможет возникнуть. Происходит это потому, что эволюция внутренней части решения уравнений КГД с необходимостью приводит на некотором радиусе к возникновению поверхности разрыва. Условием возникновения поверхности разрыва является условие совпадения скорости звука со скоростью света. Такой режим формирования решения носит общий характер и может существенно изменить концепцию черных дыр в ОТО и судьбу коллапсаров.

В рамках современных единых теорий вопрос о происхождении асимметрий типа барион-антибарион, лептон-антилептон и т. п. может быть поставлен лишь с привлечением какой-нибудь дополнительной экзотической гипотезы (например, гипотезы типа [19]). В рамках уравнений КГД решение этого вопроса может быть найдено на пути исследования вакуумной поляризации в областях, где происходит интенсивное образование и рост флуктуаций плотности энергии. Локальные неоднородности согласно [15] нарушают барион-антибарионную симметрию, что и могло привести к наблюдаемому сейчас превалированию барионов во Вселенной.

Автор благодарит А. Б. Балакина, М. Б. Голубева и А. А. Толстопятова за дискуссии по проблеме энтропии на III Международном семинаре по космологии (Ульяновск, сентябрь 2003 г.).

Список литературы

1. Горбатенко М. В., Пушкин А. В. // ВАНТ. Сер. ТПФ. 1984. Вып. 2/2. С. 40.

2. Романов Ю. А. // Там же. 1996. Вып. 3. С. 55.

3. Gorbatenko M. V., Pushkin A. V., Schmidt H. -J. // General Relativity and Gravitation. 2002. Vol. 34, No 1. P. 9–22.

4. Brans C., Dicke R. H. // Phys. Rev. 1961. Vol. 124. P. 925.

5. Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Динамика неголономных систем. М.: Наука, 1967.

6. Schrödinger E. Space-Time Structure. Cambridge. England, 1963.

7. Gorbatenko M. V., Pushkin A. V. // General Relativity and Gravitation. 2002. Vol. 34, No 2. P. 175; p. 1131.

8. Горбатенко М. В., Романов Ю. А. // ВАНТ. Сер. ТПФ. 1997. Вып. 2. С. 34.

9. Петров А. З. Новые методы в общей теории относительности. М.: Наука, 1965.

10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.

11. Eckart C. // Phys. Rev. 1940. Vol. 58. P. 919.

12. Горбатенко М. В., Пушкин А. В. // ВАНТ. Сер. ТПФ. 1992. Вып. 2. С. 17.

13. Горбатенко М. В. // Там же. 2002. Вып. 1–2. С. 9. [gr-qc/0306117].

14. Maartens R. Causal thermodynamics in relativity. Lectures at the Hanno Rund Workshop, 1996. [astro-ph/9609119].

15. Горбатенко М. В. // ВАНТ. Сер. ТПФ. 2003. Вып. 3. С. 31.

16. Starobinsky A. A. Theoretical overview of cosmology // IX International Conference on Particles, Strings and Cosmology. January 3–8, 2003 (TIFR, Mumbai).

17. Чернин А. Д. Космический вакуум // УФН. 2001. Т. 171. № 11.

18. Сахаров А. Д. // Письма в ЖЭТФ. 1967. Т. 5. С. 32.

19. Горбатенко М. В. // ВАНТ. Сер. ТПФ. 2001. Вып. 3. С. 28. [gr-qc/0206031].

Some Consequences of the Conformally Invariant Generalization of Einstein Equations

M. V. Gorbatenko

New possibilities in the solution to the general relativity problems appearing in the conformally invariant generalization of Einstein equations are addressed. The conformally invariant equations and their solutions possess the following properties: (1) The Cauchy problem is posed without any connections to the Cauchy data. (2) Solutions with discontinuities on space-like hypersurfaces are admitted. (3) A lasting current vector appears. (4) A new function of state similar to entropy appears. (5) The gauge vector and the lambda term can be interpreted in terms of degrees of freedom of $\frac{1}{2}$-spin particles.

The paper briefly describes these properties and discusses possible methods to use them for the solution of general relativity problems.