УДК 537.5; УДК 531.594.22

Расчет гигантского восходящего атмосферного разряда, сопутствующих оптических явлений и проникающих излучений. I. Численная модель

Л. П. Бабич, А. Ю. Кудрявцев, М. Л. Кудрявцева, И. М. Куцык

Разработана двумерная численная модель гигантских восходящих атмосферных разрядов в самосогласованном электрическом поле. Учитывается кинетика вторичных электронов низких энергий и ионов, нарабатываемых в процессе развития лавины релятивистских электронов, фоновых электронов и ионов. Модель отличается многогрупповым описанием кинетики релятивистских электронов и детальным описанием кинетики оптического излучения.

Введение

Над крупномасштабными системами грозовых облаков со спутников, самолетов и земной поверхности неоднократно наблюдались высотные оптические явления "голубые струи" (Blue Jets), "красные духи" (Red Sprites) и др., происхождение которых связывают с гигантскими восходящими атмосферными разрядами (ВАР) (см. [1–3] и цитируемую там литературу). В отличие от обычной молнии ВАР развиваются как диффузионное свечение в объемах ~1000 км^3 и более. В корреляции с грозовой активностью в атмосфере регистрировалось усиление проникающей радиации [4–11] (о более ранних публикациях см. [12]). Для интерпретации этих явлений, развивая гипотезу Вильсона об ускорении (убегании) электронов в электрическом поле грозовых облаков [13], Гуревич, Милих и Рюссель-Дюпре предложили механизм, согласно которому ВАР развиваются в относительно слабом грозовом поле благодаря развитию лавин релятивистских убегающих электронов (ЛРУЭ), инициируемых космическим излучением [14]. Целью настоящей работы является развитие последовательной численной модели ВАР в рамках механизма Гуревича – Милиха – Рюсселя-Дюпре. Как и в статьях [15–21], за основу взята система уравнений в приближении сплошной среды, но существенно модифицированная, что делает ее более адекватной природным процессам.

- Принят многогрупповой подход для описания УЭ, позволяющий намного повысить точность расчетов их кинетики, "сшить" область УЭ с областью дрейфующих электронов низких энергий и получить распределение УЭ по энергиям.
- В отличие от [15–17], где скорость развития ЛРУЭ сильно завышена, использованы новые точные данные о зависимости характерного времени усиления ЛРУЭ от перенапряжения $\delta = eE/F_{\min}P$ [22]. Здесь eE – электрическая сила; $F_{\min}$ = 218 кэВ/(м·атм) – минимальная сила трения $F(\varepsilon)$, действующая на УЭ с энергией ε вследствие взаимодействия с молекулами; P – давление.
- В отличие от [19–21], где расчет оптического излучения ВАР выполнен в рамках 1,5-мерной модели, а многогрупповой подход реализован в рамках концепции трубок тока УЭ, моделирование кинетики всех заряженных частиц ведется в 2-мерной геометрии в рамках последовательного гидродинамического подхода.
- В отличие от всех предыдущих работ учтено движение положительных и отрицательных ионов.
- Приняты более адекватные модели включения поля над грозовым облаком.
- Блок модели, отвечающий за оптическое излучение, отличается детальным описанием возбуждения молекул и молекулярных ионов азота с учетом колебательной кинетики.

Кинетика заряженных частиц

Система многогрупповых уравнений для описания кинетики УЭ. Популяция УЭ разбивается на N энергетических групп в диапазоне $\left[\varepsilon_{\text{th}}, \varepsilon_{\max}\right]$, где $\varepsilon_{\max}$ задается условиями задачи, а ε_{th} – порог убегания (второй корень уравнения $F(\varepsilon) = eE$). Групповые уравнения неразрывности и баланса энергии записываются следующим образом:

$$\frac{\partial n_{\text{run}}^{(n)}}{\partial t} + \vec{\nabla}\left(n_{\text{run}}^{(n)} \vec{w}_{\text{run}}^{(n)}\right) = \delta_{n,1} R \sum_{i=n}^{N} n_{\text{run}}^{(i)} + S_{\text{run}} \delta_{\text{n},1} - \left|A_{\text{run}}^{(n)}\right| + \left|A_{\text{run}}^{(\text{neib})}\right|, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{\text{run}}^{(n)}}{\partial t} = -e\left(\vec{E}\vec{w}_{\text{run}}^{(n)}\right) - F^{(n)} \frac{\left(w_{\text{run}}^{(n)}\right)^2}{\upsilon_{\text{run}}^{(n)}}, \tag{2}$$

где $n \in [1, N]$ – номер группы; $n_{\text{run}}^{(n)}$ – концентрация; $\vec{\upsilon}_{\text{run}}^{(n)}$ – скорость и $\vec{w}_{\text{run}}^{(n)}$ – направленная скорость; R – полная скорость генерации УЭ самими УЭ; S_{run} – внешний источник УЭ; δ_{n1} – символ Кронекера; $A_{\text{run}}^{(n)} = \dfrac{\partial \varepsilon_{\text{run}}^{(n)}}{\partial t} \dfrac{n_{\text{run}}^{(n)}}{\varepsilon_n - \varepsilon_{n-1}}$ – оператор, отвечающий за отток электронов из группы n в группу $n-1$ или $n+1$, $A_{\text{run}}^{(\text{neib})} = \begin{cases} A_{\text{run}}^{(n+1)}, & A_{\text{run}}^{(n+1)} \le 0,\ 1 \le n \le N-1 \\ A_{\text{run}}^{(n-1)}, & A_{\text{run}}^{(n-1)} \ge 0,\ 2 \le n \le N \end{cases}$ – оператор, отвечающий за приток электронов в группу n из соседних групп.

В (1) учтено, что практически все вторичные УЭ, появляющиеся за счет ионизации самими УЭ и внешнего источника, попадают в первую группу. Уравнение движения n-й группы в координатном представлении имеет следующий вид:

$$m\left(\frac{\partial\gamma_n (w_i)_{\text{run}}^{(n)}}{\partial t}+\bar{\nabla}\gamma_n\left((w_i)_{\text{run}}^{(n)}\,\bar{w}_{\text{run}}^{(n)}\right)\right)=-eE_i-(F)_{\text{run}}^{(n)}\frac{(w_i)_{\text{run}}^{(n)}}{\upsilon_{\text{run}}^{(n)}}, \tag{3}$$

где m – масса электрона; $\gamma^{(n)}=1\Big/\sqrt{1-\left(\beta^{(n)}\right)^2}$ – множитель Лоренца. В силу аксиальной симметрии задача решается в цилиндрических координатах, т. е. $i=r,\,z$, где ось z направлена по вертикали от облака к ионосфере.

Система уравнений, описывающих кинетику вторичных (s) и фоновых (b) электронов низких энергий и положительных (+) и отрицательных (–) ионов.

В системе уравнений

$$\frac{\partial n_s}{\partial t}+\bar{\nabla}\left(n_s\bar{\upsilon}_s\right)=v_i n_s-b_{e+}n_S n_+-\eta n_s+R_s n_{\text{run}}+A_p^{(1)}; \tag{4}$$

$$\frac{\partial n_b}{\partial t}+\bar{\nabla}\left(n_b\bar{\upsilon}_b\right)=v_i n_b-b_{e+}n_b n_+-\eta n_b+S_b; \tag{5}$$

$$\frac{\partial n_+}{\partial t}+\bar{\nabla}\left(n_+\bar{\upsilon}_+\right)=\nu_i\left(n_s+n_b\right)+S_{\text{run}}+S_b+S_--b_{e+}\left(n_s+n_b\right)n_+-b_{-+}n_-n_++\left(R+R_s\right)n_{\text{run}}; \tag{6}$$

$$\frac{\partial n_-}{\partial t}+\bar{\nabla}\left(n_-\bar{\upsilon}_-\right)=\eta\left(n_s+n_b\right)-b_{-+}n_-n_++S_- \tag{7}$$

n_s, n_b, n_+ и n_-, – концентрации; $\bar{\upsilon}_s$, $\bar{\upsilon}_b$, $\bar{\upsilon}_+$ и $\bar{\upsilon}_-$ – соответствующие скорости дрейфа; v_i – частота ионизации молекул электронами низких энергий [22, 23]; b_{e+} и b_{+-} – коэффициенты рекомбинации электронов с положительными ионами, положительных и отрицательных ионов [24]; $\eta=\left(K_{\text{diss}}+K_{\text{thr}}N(z)\right)N_{O_2}(z)$ – коэффициент прилипания электронов к молекулам кислорода; K_{thr} и K_{diss} – коэффициенты тройного и диссоциативного прилипания [22, 23]; $N(z)$ и $N_{O_2}(z)=0{,}2N(z)$ – локальные концентрации молекул воздуха и кислорода; R_s – скорость наработки электронов низких энергий в соударениях УЭ с молекулами; S_b, S_- и S_{run} – источники фоновых электронов, отрицательных ионов и УЭ. Для $\bar{\upsilon}_s$ и $\bar{\upsilon}_b$ использованы данные [25], для подвижности ионов $\mu_{+,-}$ – данные [22, 24, 26].

Для скорости наработки УЭ принята аппроксимация

$$R(P,\upsilon_{\text{run}},E)=\upsilon_{\text{run}}P(\text{атм})/ct_{\text{run}}(\delta,P=1\,\text{атм}),$$

где для времени усиления лавины $t_{\text{run}}(\delta,P=1\,\text{атм})$ использованы результаты [27]. Для S_{run} выведена формула

$$S_{\text{run}}(\varepsilon)=1{,}5\cdot10^5\cdot\Phi(z)P(\text{атм})\left[\text{м}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}\right],\ \ \Phi(z)=\begin{cases}\exp\left((z_2-z)/H_2\right); & z>z_2;\\ 1, & z_1<z<z_2;\\ \exp\left((z-z_1)/H_1\right); & z<z_1\end{cases} \tag{8}$$

на основании данных [28]. Здесь z_1 = 10 км, z_2 = 15 км, H_1 = 2 км, H_2 = 6,3 км, P(атм) = $=\exp(-z/h_{\text{char}})$, где h_{char} = 7,1 км. Скорость генерации электронов низких энергий в ионизирующих соударениях УЭ выражается через "цену" образования электрон-ионной пары $\Delta\varepsilon_{\text{ion}}\approx32$ эВ

$$R_s(z) = F_{\min} P(z) c / \Delta\varepsilon_{\text{ion}} = 2{,}18 \cdot 10^{12} P\,(\text{атм}). \tag{9}$$

Источники фоновых электронов и отрицательных ионов

$$S_b = f(z)\left(b_{e+}\left(\frac{\sigma(z)}{e(\mu_+(z)+\mu_-(z))} + f(z) \right) + \eta \right); \tag{10}$$

$$S_- = b_{-+} \frac{\sigma(z)}{e(\mu_+(z)+\mu_-(z))}\left(\frac{\sigma(z)}{e(\mu_+(z)+\mu_-(z))} + f(z) \right) - \eta f(z), \tag{11}$$

где $\sigma(z) = \varepsilon_0 \cdot 10^{-(28-z\,(\text{км}))/30}$ [29], а $f(z) = 10^{4+(z\,(\text{км})-60)/6{,}7}$ получена на основании формулы для концентрации фоновых электронов работы [30].

Начальные условия: $n_p^{(n)}(t=0)=0$, $n_s(t=0)=0$, $n_b(t=0)=10^{4+(z\,(\text{км})-60)/6{,}7}$ для ночной атмосферы и $n_b(t=0)=10^{6+(z\,(\text{км})-60)/10}$ – для дневной (аппроксимации данных [30]), $n_+(t=0)=n_-(t=0)+n_b(t=0)$, $n_-(t=0)=\sigma(z)/e(\mu_+(z)+\mu_-(z))$.

Условие для n_- получено следующим образом. На больших высотах $n_b \gg n_-$, так что проводимость определяется фоновыми электронами. Но n_b быстро уменьшается с приближением к поверхности Земли, и ниже 60 км доминирует ионная проводимость: $\sigma(z) = e(n_b\mu_b + n_-\mu_- + n_+\mu_+)$, $n_b \ll n_{+,-}$. Тогда $n_- = n_+$ и получается формула для n_- (t = 0). В связи с отсутствием данных по ионной проводимости на больших высотах пользуемся той же формулой $\sigma(z) = \varepsilon_0 \times 10^{-(28-z\,(\text{км}))/30}$ для аппроксимации n_- для $z > 60$ км.

Напряженность самосогласованного электрического поля вычислялась в квазиэлектростатическом приближении. Реализован экономичный подход [15–21], в котором напряженность вычислялась интегрированием по времени уравнения непрерывности полного тока

$$\frac{\partial \overline{E}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{E}_{\text{int}}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{E}_{\text{ext}}}{\partial t} = -\frac{\overline{j}}{\varepsilon_0} + \frac{\partial \overline{E}_{\text{ext}}}{\partial t}, \tag{12}$$

где $\varepsilon_0 = 0{,}885 \cdot 10^{-11}$ Ф/м, $\overline{E}_{\text{int}}(z, r, t)$ и $\overline{E}_{\text{ext}}(z, r, t)$ – напряженности поля зарядов и внешнего поля, создаваемого зарядами грозового облака; плотность тока проводимости $\overline{j} = en_+\overline{\upsilon}_+ - en_-\overline{\upsilon}_- - en_s\overline{\upsilon}_s - en_b\overline{\upsilon}_b$.

Модель электрического поля грозового облака. Поле облака вначале экранировано поляризованной плазмой между вершиной облака и ионосферой. По мере того как положительный заряд облака уносится молнией, отрицательные поляризационные заряды вблизи вершины становятся некомпенсированными и над облаком появляется поле, равное в силу принципа суперпозиции полю зарядов облака в отсутствие экранировки.

Принята модель, в которой внешнее поле создается равномерно заряженным тонким диском (дисками) [31], расположенным вне расчетной области и отраженным относительно поверхности земли (z = 0 км) и относительно нижнего уровня электросферы (z = 60 км). В случае разряда на землю некомпенсированные отрицательные поляризационные заряды над облаком моделируются одним диском с растущим радиусом, ограниченным длительностью разряда молнии. В случае внутриоблачного разряда кроме отрицательных зарядов над облаком некомпенсированными остаются также положительные заряды под облаком. Они моделируются двумя дисками с постоянной плотностью заряда и растущим радиусом. Радиус дисков вычисляется по формуле

$$R_{\text{disk}}(t) = \begin{cases} \sqrt{q(t)/2\pi\varepsilon_0 E_{\max}}, & t \le t_{\text{disch}}; \\ \sqrt{Q_{\max}/2\pi\varepsilon_0 E_{\max}}, & t \ge t_{\text{disch}}, \end{cases} \tag{13}$$

где $q(t) = Q_{\max}(t/t_{\text{disch}})$ – мгновенное значение заряда диска ($t \le t_{\text{disch}}$); $Q_{\max}$ – его максимальная величина; $E_{\max}$ отвечает задаваемому перенапряжению на поверхности диска $\delta = eE_{\max}/F_{\min}P(z)$. Зависимость радиуса дисков от времени обеспечивает плавное нарастание поля в процессе разряда молнии.

Оптическое излучение

Флуоресценция обусловлена излучением в следующие полосы: система 1P в красном и инфракрасном диапазонах, обусловленная переходами $B^3\Pi_g \to A^3\Sigma_u^+$ молекулы N_2 (λ = 570–1040 нм) и система Мейнеля М, обусловленная переходами $A^2\Pi \to X^2\Sigma$ иона N_2^+ (λ = 500–2000 нм); системы 2P и 1N в ультрафиолетовой и синей частях спектра (λ = 290–530 нм), обусловленные переходами $C^3\Pi_u \to B^3\Pi_g$ молекулы N_2 и $B^2\Sigma_u \to X^2\Sigma_g^+$ иона N_2^+. Люминофор, использованный в работах [32–34], чувствителен к излучению с длинами волн 400–500 нм и 600–700 нм. В работе [35] чувствительность прибора составляла 77 % в интервале 390–870 нм. На основе результатов численного решения задачи газоразрядной кинетики, сформулированной выше, рассчитываются наблюдаемые пространственно-временное распределение яркости и цвета излучения ВАР в оптическом диапазоне. Это выполняется по следующей методике.

Флуоресценция, возбуждаемая непосредственно УЭ и релаксирующими вторичными электронами, обусловлена энергетическими потерями ЛРУЭ. Удельная мощность, идущая на прямое заселение электронным ударом подуровня с колебательным числом v_i и энергией возбуждения $\varepsilon_{\text{ex}}(v_i)$, оценивается как доля полных потерь: $n_e \nu_{\text{ex}}^i f(v_i)\varepsilon_{\text{ex}}(v_i) \approx R_s \Delta\varepsilon \kappa_i f(v_i)$, где ν_{ex}^i – частота и $\varepsilon_{\text{ex}}(v_i)$ – энергия возбуждения состояния с колебательным числом v_i, $f(v_i)$ – функция распределения по колебательным числам. Относительно малый вклад в заселение состояния $B^3\Pi_g(N_2)$ за счет переходов $C^3\Pi_u \to B^3\Pi_g$ включен в коэффициент κ_i. Тогда удельная скорость генерации фотонов со средней энергией $< h\nu_{i\to j} >$ вычисляется как

$$w_{\text{av}}(z) = \sum_{i\to j} w_{\text{av}}^{(i\to j)}(z) \approx R_s n_{\text{run}}(r,z)\Delta\varepsilon_{\text{ion}} \times \sum_{i\to j} \frac{\alpha_{i\to j}}{< h\nu_{i\to j} >},\ [1/(\text{м}^3\cdot\text{с})], \tag{14}$$

где i и j – электронные состояния молекулы N_2, суммирование ведется по переходам $C^3\Pi_u \to$ $\to B^3\Pi_g$, $B^3\Pi_g \to A^3\Pi_u^+$, $B^2\Sigma_u \to X^2\Sigma_g^+$, $\alpha_{i\to j} = \sum_{v_i,v_j} \chi_{i\to j}^{v_i,v_j} \Big/ \left(1+\beta_{i\to j}P\right)$ – эффективность флуоресценции, т. е. доля энергетических потерь пучка, обусловленных излучением фотонов с энергией $< h\nu_{i\to j} >$; $\chi_{i\to j}^{v_i,v_j}$ – доля от общего энергетического вклада УЭ, приходящаяся на данный переход; β_i (1/торр) – коэффициент тушения. В отличие от работ [19–21] $\chi_{i\to j}^{v_i,v_j}$ вычислены для всех колебательных состояний указанных выше переходов. Зависимости $\chi_{i\to j}^{v_i,v_j}$ и β_i от энергии фотона получены на основании данных работ [36, 37].

Флуоресценция, возбуждаемая электронами низких энергий. Для каждой системы линий построена матрица, элементы которой в отсутствие тушения суть отношение числа фотонов, излученных в данном электронно-колебательном переходе к числу молекул (ионов) азота, оказавшихся в результате возбуждения на верхнем электронном уровне: $R1P^{\mathrm{dir}}(m,n)$, $R1P^{\mathrm{cas}}(m,n)$ и $R2P(m,n)$ для 1-й и 2-й положительных систем N_2, $R1N(m,n)$ для 1-й отрицательной системы N_2 и $RM(m,n)$ для системы Мейнеля N_2^+. Индексы m и n соответствуют верхнему (столбцы матрицы) и нижнему (строки) уровню. В системе $1P$ верхний уровень может возбуждаться как в результате прямых переходов с основного молекулярного состояния ($1P^{\mathrm{dir}}(m,n)$), так и в результате каскадного процесса ($1P^{\mathrm{cas}}(m,n)$) в излучательном переходе $C^3\Pi_u \to B^3\Pi_g$. Элементы матриц через коэффициенты Франка – Кондона A выражаются следующим образом:

$$R1P^{\mathrm{dir}}(m,n) = A^{X^1\Sigma - B^3\Pi}(m)A^{B^3\Pi - A^3\Sigma}(m,n)\,; \tag{15}$$

$$R1P^{\mathrm{cas}}(m,n) = \left(\sum_k A^{X^1\Sigma - C^3\Pi}(k)A^{C^3\Pi - B^3\Pi}(k,m)\right)A^{B^3\Pi - A^3\Sigma}(m,n)\,; \tag{16}$$

$$R2P(m,n) = A^{X^1\Sigma - C^3\Pi}(m)A^{C^3\Pi - B^3\Pi}(m,n)\,; \tag{17}$$

$$R1N(m,n) = A^{X^1\Sigma - B^2\Sigma}(m)A^{B^2\Sigma - X^2\Sigma}(m,n)\,; \tag{18}$$

$$RM(m,n) = A^{X^1\Sigma - A^2\Pi}(m)A^{A^2\Pi - X^2\Sigma}(m,n)\,. \tag{19}$$

Удельная скорость излучения фотонов в точке (r, z) под действием фоновых и вторичных электронов низких энергий вычисляется по следующей формуле:

$$\begin{aligned} w_{b,s}(r,z) &= \left[N_2(z)\right]n_{s,b}(r,z)\times \\ &\times \sum_{m,n=0}^{9}\left(\frac{k_{B^3\Pi}(r,z)R1P(m,n)}{1+760P(z)\beta_{1P}} + \frac{k_{C^3\Pi}(r,z)R1P^{\mathrm{cas}}(m,n)}{\left(1+760P(z)\beta_{1P}\right)\left(1+760P(z)\beta_{2P}\right)} + \right. \\ &\left. + \frac{k_{C^3\Pi}(r,z)R2P(m,n)}{1+760P(z)\beta_{2P}} + \frac{k_{B^2\Sigma}(r,z)R1N(m,n)}{1+760P(z)\beta_{1N}} + \frac{k_{A^2\Pi}(r,z)RM(m,n)}{1+760P(z)\beta_{M}}\right)\left[\frac{1}{\text{м}^3\cdot\text{с}}\right], \end{aligned} \tag{20}$$

где в отличие от работ [19–21] суммирование ведется по отдельным колебательным состояниям, ответственным за системы линий $1P$, $2P$, $1N$, M. Формула (20) получена из решения стационарной системы заселения электронных и колебательных состояний молекулы N_2 и молекулярного иона N_2^+. Полагаем, что в основном состоянии молекул $X^1\Sigma$ колебательное число $v = 0$. Для долей молекул N_2, перешедших из основного состояния на m-й колебательный уровень состояний $B^3\Pi$ и

$C^3\Pi$ молекулы N_2 и $B^2\Sigma$ и $A^2\Pi$ молекулярного иона N_2^+, принята нормировка $\sum_m P_{X^1\Sigma \to B^3\Pi,\, C^3\Pi,\, B_3\Sigma,\, A^3\Pi}(0,m) = 1$. Нормировка для каскадных переходов из основного состояния N_2: $\sum_m P_{X^1\Sigma \to C^3\Pi \to B^3\Pi}(0,m) = \sum_k P_{X^1\Sigma \to C^3\Pi}(0,k) P_{C^3\Pi \to B^3\Pi}(k,m) = 1$. Нормировки для переходов с колебательного уровня m на нижний уровень n: $\sum_n P_{C^3\Pi \to B^3\Pi}(m,n) = 1$ и $\sum_n P_{B^3\Pi \to A^3\Sigma}(m,n) = 1$ соответственно для систем $2P$ и $1P$ молекулы N_2; $\sum_n P_{B^2\Sigma \to X^2\Sigma}(m,n) = 1$ и $\sum_n P_{A^2\Pi \to X^2\Sigma}(m,n) = 1$ соответственно для систем $1N$ и M молекулярного иона N_2^+. Номера колебательных уровней менялись от 0 до 9. Для вычислений матричных элементов использованы данные работ [38–40].

Использованы данные [22] для зависимостей скоростей возбуждения молекулярных состояний от E/N и данные [41] для скорости возбуждения электронных уровней ионов.

Мгновенная яркость изображения на больших расстояниях от эмитирующей точки (r_0, z_0) без учета поглощения равна

$$J(r_0, z_0) = 10^{-10} \int_{Y_{\min}}^{Y_{\max}} w\left(r = \sqrt{r_0^2 + y^2},\ z_0\right) dy \ \text{[рэлей]}, \tag{21}$$

где $w = w_{\text{av}} + w_b + w_s$; размерность w [1/(м^3·с)]; размерность r_0 и y [м]; $Y_{\max} - Y_{\min}$ есть поперечный размер излучающей области. Для сравнения с данными наблюдений выполнялось усреднение по длительности кадра телекамеры $T = 17$ мс [32, 33]:

$$J_{\text{aver}}(r_0, z_0) = \frac{1}{T} \int_0^T J(r_0, z_0, t)\, dt. \tag{22}$$

Численный алгоритм

Разностная схема для решения системы уравнений (1)–(8) получена методом контрольного объема и для i-й ячейки и может быть записана следующим образом:

$$\left(n_{\text{run}}^{(k)}\right)_i^{j+1} = \left(n_{\text{run}}^{(k)}\right)_i^j + \Delta t_j \left(\delta_{q,1} R_{\text{run}} \sum_{q=k}^{N} n_{\text{run}}^{(q)} + S_{\text{run}}^{(q)} - A_{\text{run}}^{(k)} + A_{\text{run}}^{(\text{neib})}\right)_i^{j+1} -$$
$$- \Delta t_j \frac{1}{V_i} \sum_{m=1}^{N_{\text{neib}}} \left(\left(\alpha_m n_{\text{run}_i}^{(k)} + (1-\alpha_m) n_{\text{run}_m}^{(k)}\right)^{j+1} \frac{\left(\bar{w}_{\text{run}_m}^{(k)} + \bar{w}_{\text{run}_i}^{(k)}\right)^{j+1}}{2}\right) \bar{S}_m; \tag{23}$$

$$\left(w_{x\text{run}}^{(k)}\right)_i^{j+1} = \left(w_{x\text{run}}^{(k)}\right)_i^j + \frac{\Delta t_j}{m\gamma}\left(-eE_{xi}^{j+1} - F^{(k)} \frac{\left(w_{x\text{run}}^{(k)}\right)_i^{j+1}}{\upsilon_{\text{run}}^{(k)}}\right), \tag{24}$$

где $x = r, z$;

$$\left(\varepsilon_{\text{run}}^{(n)}\right)_i^{j+1} = \left(\varepsilon_{\text{run}}^{(n)}\right)_i^j - \Delta t_j \left(e\bar{E}\bar{w}_{\text{run}}^{(n)} + F^{(n)}\upsilon_{\text{run}}^{(n)}\right)_i^{j+1}; \tag{25}$$

$$\left(A_{\text{run}}^{(n)}\right)_i^{j+1} = \left(\left|\frac{\partial\varepsilon_{\text{run}}^{(n)}}{\partial t}\right|\frac{n_{\text{run}}^{(n)}}{\Delta\varepsilon_n}\right)_i^{j+1}; \quad A_{\text{run}}^{(\text{neib})} = \begin{cases} A_{\text{run}}^{(n+1)}, \dfrac{\partial\varepsilon_{\text{run}}^{(n+1)}}{\partial t} \le 0, \ \ 1 \le n \le N-1; \\ A_{\text{run}}^{(n-1)}, \dfrac{\partial\varepsilon_{\text{run}}^{(n-1)}}{\partial t} \ge 0, \ \ 2 \le n \le N; \end{cases} \tag{26}$$

$$\left(n_s\right)_i^{j+1} = \left(n_s\right)_i^j + \Delta t_j\left(\left(\nu_i - b_{e+}n_+ - \eta\right)n_s + R_s n_{\text{run}} + A_{\text{run}}^{(1)}\right)_i^{j+1} -$$
$$-\frac{1}{V_i}\sum_{m=1}^{N_{\text{neib}}}\left(\left(\alpha_m n_{si}^{j+1} + \left(1-\alpha_m\right)n_{sm}^{j+1}\right)\frac{\left(\bar{\upsilon}_{sm} + \bar{\upsilon}_{si}\right)^{j+1}}{2}\right)\bar{S}_m; \tag{27}$$

$$\left(n_b\right)_i^{j+1} = \left(n_b\right)_i^j + \Delta t_j\left(\nu_i n_b - b_{e+}n_b n_+ - \eta n_b + S_b\right)_i^{j+1} -$$
$$-\frac{1}{V_i}\sum_{m=1}^{N_{\text{neib}}}\left(\left(\alpha_m n_b^{j+1}{}_i + \left(1-\alpha_m\right)n_b^{j+1}{}_m\right)\frac{\left(\bar{\upsilon}_{sm} + \bar{\upsilon}_{si}\right)^{j+1}}{2}\right)\bar{S}_m; \tag{28}$$

$$\left(n_+\right)_i^{j+1} = \left(n_+\right)_i^j +$$
$$+\Delta t_j\left(\nu_i\left(n_s + n_b\right) + S_{\text{run}} + S_b - b_{e+}\left(n_s + n_b\right)n_+ - b_{-+}n_-n_+ + \left(R_s + R_{\text{run}}\right)n_{\text{run}}\right)_i^{j+1}; \tag{29}$$

$$\left(n_-\right)_i^{j+1} = \left(n_-\right)_i^j + \Delta t_j\left(\eta\left(n_s + n_b\right) - b_{-+}n_-n_+\right)_i^{j+1}, \tag{30}$$

где α –коэффициент, принимающий значение 0 или 1 в зависимости от направления скорости, чтобы схема была противопоточной. Известно, что противопоточные схемы являются позитивными, т. е. значения концентрации электронов всегда остаются положительными, что и требуется при решении данной задачи. Недостатком таких схем является первый порядок точности по пространству. Устойчивость обеспечивается неявностью схемы [42], т. е. все слагаемые, отвечающие за перенос, наработку, рекомбинацию заряженных частиц и т. д. берутся с "верхнего" слоя по времени. Шаг по времени выбирается исходя из условия $dt < 0{,}25\sqrt{S_{\min}}/c$, где $S_{\min}$ – минимальная площадь ячейки в расчетной области, c – скорость света. Использовалась скорость света в связи с тем, что скорость УЭ близка к этой величине.

Для цилиндрически-симметричной двумерной задачи имеют смысл следующие величины: $\bar{S}_m = -\bar{n}_m S_m$; нормаль $\bar{n}_m$ направлена внутрь ячейки; $S_m = \varphi l(R_1 + R_2)/2$, где l – длина ребра; R_1 и R_2 – координаты концов ребра вдоль оси x; $V_i = \varphi R S_{\text{cell}}$, где R – геометрический центр ячейки. В случае $\varphi = 2\pi$ формула вырождается в формулу объема тора с площадью сечения S. В расчетах во всех формулах полагается $\varphi = 1$.

Разностная система является полностью консервативной: в результате сложения формул получатся аппроксимация уравнения для полного тока, являющаяся суммой исходных уравнений. Система решается методом простой итерации для обеспечения согласованности правых частей уравнений, т. е. все величины в правых частях берутся с одного слоя по времени и с одной итерации.

Заключение

В приближении сплошной среды для описания кинетики заряженных частиц разработана последовательная математическая модель ВАР, развивающихся в поле грозовых облаков, с учетом эволюции вторичных низкоэнергетических электронов и ионов, нарабатываемых в процессе развития ЛРУЭ, отличающаяся детальным учетом физических процессов и описанием кинетики релятивистских УЭ на основании точной зависимости длины усиления ЛРУЭ от напряженности поля и давления воздуха. Лавина моделируется в рамках многогруппового подхода к кинетике релятивистских электронов в квазистатическом самосогласованном электрическом поле, являющемся суперпозицией "внешнего" поля облака, поля поляризационных фоновых зарядов и поля зарядов плазмы, создаваемой самой лавиной. Принято двумерное описание кинетики заряженных частиц в локальном переменном электрическом поле. Собственное магнитное поле разряда и геомагнитное поле не учитываются. Электрическое поле над облаком включается разрядом молнии, уносящим или частично компенсирующим заряд облака. Разработанная модель является более последовательной в смысле описания кинетики частиц и эволюции электрического поля, чем модели, описанные в работах [15–21], позволяет лучше понять особенности электромагнитных явлений, связанных с развитием ВАР: флуоресценции над облаками, мощных ЭМИ, импульсов жесткого γ-излучения и др. Модель включает детальное описание кинетики оптического излучения и пригодна для получения результатов, адекватных натурным наблюдениям высотных оптических явлений. Недостатком модели является пренебрежение эффектами собственного магнитного поля ВАР и геомагнитного поля, вклад которых можно оценить только после выполнения расчетов.

Список литературы

1. Кудрявцев А. Ю., Кудрявцева М. Л., Куцык И. М. Расчет гигантского восходящего атмосферного разряда и кинетики оптического излучения. Препринт № 98. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2005.

2. Кудрявцев А. Ю. Развитие механизма восходящих атмосферных разрядов на основе генераций лавин релятивистских электронов: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2005.

3. Sprites, Elves and Intense Lightning Discharges / M. Fullekrug et al. (eds.). Springer. Netherlands, 2006.

4. Parks G. E., Mauk B. H., Spiger R., Chin J. X-ray enhancements detected during thunderstorm and lightning activities // Geophys. Res. Lett. 1981. Vol. 8. P. 1176–1179.

5. McCarthy M. P., Parks G. K. Further Observations of X-ray inside Thunderstorms // Geophys. Res. Lett. 1985. Vol. 12. P. 393–396.

6. Shah G. N., Razdan H., Bhat G. L., Ali G. M. Neutron generation in lightning bolts // Nature. 1985. Vol. 313. P. 773–775.

7. Fishman G. J., Bhat P. N., Mallozzi R. et al. Discovery of intense gamma-ray flashes of atmospheric origin // Science. 1994. Vol. 264. P. 1313–1316.

8. Eack K. B., Beasley W. B., Rust W. D. et al. X-ray pulses observed above a mesoscale convective system // Geophys. Res. Lett. 1996. Vol. 23. P. 2915–2918.

9. Nemiroff R. J., Bonnell J. T., Norris J. P. Temporal and spectral characteristics of terrestrial gamma flashes // Ibid. 1997. Vol.102. P. 9659–9665.

10. Eack K. B., Beasley W. B., Suszcynsky D. M. et al. Gamma-ray emissions observed in a thunderstorm anvil // Ibid. 2000. Vol. 27. P. 185–188.

11. Smith D. M., Lopez L. I., Lin R. P., Barrington-Leigh C. P. Terrestrial gamma-ray flashes observed up to 20 MeV // Science. 2005. Vol. 307. P. 1085–1088.

12. Babich L. P. High-energy phenomena in electric discharges in dense gases: theory, experiment and natural phenomena. Arlington, Virginia, USA: Futurepast Inc., 2003.

13. Wilson C. T. R. The acceleration of β-particles in strong electric fields such as those of thunderclouds // Proc. Cambridge Phil. Soc. 1924. Vol.22. P. 534–538.

14. Gurevich A. V., Milikh G. M., Roussel-Dupre R. A. Runaway electron mechanism of air breakdown and preconditioning during a thunderstorm // Phys. Lett. A. 1992. Vol. 165. P. 463–468.

15. Roussel-Dupre R. A., Symbalisty E., Taranenko Y., Yukhimuk V. Simulations of high-altitude discharges initiated by runaway breakdown // J. Atmospheric and Terrestrial Phys. 1994. Vol. 60. P. 917–940.

16. Yukhimuk V., Roussel-Dupre R. A., Symbalisty E. M. D., Taranenko Y. J. Optical characteristics of Red Sprites produced by runaway air breakdown // J. Geophys. Res. 1998. Vol. 103. P. 11,473–11,482.

17. Yukhimuk V., Roussel-Dupre R. A., Symbalisty E. M. D., Taranenko Y. J. Optical characteristics of Blue Jets produced by runaway air breakdown, simulation results // Geophys. Res. Lett. 1998. Vol. 25. P. 3289–3292.

18. Kutsyk I. M., Babich L. P. Spatial structure of optical emissions in the model of gigantic upward atmospheric discharges with participation of runaway electrons // Phys. Lett. 1999. A. Vol. 253. P. 75–82.

19. Бабич Л. П., Бахов К. И., Куцык И. М. Самосогласованный расчет атмосферного разряда, развивающегося в режиме лавины релятивистских убегающих электронов // Саров: Труды РФЯЦ-ВНИИЭФ. 2001. Вып. 1. С. 440–455.

20. Бабич Л. П., Бахов К. И., Илькаев Р. И. и др. Расчет высотных оптических явлений над облаками на основе механизма с участием лавины релятивистских электронов // Докл. РАН. 2003. Т. 388. С. 383–386.

21. Бабич Л. П., Бахов К. И., Илькаев Р. И. и др. Самосогласованный расчет восходящего атмосферного разряда, развивающегося в режиме лавин релятивистских убегающих электронов // Геомагнетизм и аэрономия. 2004. Т. 44. С. 254–265.

22. Александров Н. Л., Высикайло Ф. И., Исламов Р. Ш. и др. Функция распределения электронов в смеси $N_2 : O_2 = 4 : 1$ // Теплофизика высоких температур. 1981. Т. 19. С. 22–27.

23. Александров Н. Л., Высикайло Ф. И., Исламов Р. Ш. и др. Расчетная модель разряда в смеси $N_2 : O_2 = 4 : 1$ // Там же. 1981. Т. 19. С. 485–490.

24. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. Raizer Yu. P. Gas Discharge Physics. Berlin: Springer, 1991.

25. Голубев А. И., Ивановский А. В., Соловьев А. А. и др. Одномерная модель для описания быстрых волн пробоя в длинных разрядных трубках // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 1985. Вып. 2. С. 17–27.

26. McDaniel E.W. Collision phenomena in ionized gases. New York, London, Sidney: John Wiley and Sons, 1964.

27. Бабич Л. П., Донской Е. Н., Илькаев Р. И. и др. Фундаментальные характеристики лавины релятивистских убегающих электронов в воздухе // Физика плазмы. 2004. Т. 30. С. 666–674.

28. Daniel R. R., Stephens S. A. Cosmic-ray-produced electrons and gamma rays in the atmosphere // Rev. Geophysics and Space Physics. 1974. Vol. 12. P. 233–258.

29. Roussel-Dupre R. A., Gurevich A. V. On runaway breakdown and upward propagating discharges // J. Geophys. Res. 1996. Vol. 101. N A2. P. 2297.

30. Taranenko Yu. N., Inan U. S., Bell T. F. The interaction with the lower ionosphere of electromagnetic pulses from lightning: excitation of optical emissions // Geophys. Res. Lett. 1993. Vol. 20. P. 2675–2678.

31. Мучник В. М. Физика грозы. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1974.

32. Sentmen D. D., Wescott E. M., Osborn D. L. et al. Preliminary results from the Sprite 94 Aircraft Campaign. 1. Red Sprites // Geophys. Res. Lett. 1995. Vol. 22. P. 1205–1208.

33. Wescott E. M., Sentmen D. D., Osborn D. L. et al. Preliminary results from the Sprite 94 Aircraft Campaign. 2. Blue Jets // Ibid. P. 1209–1212.

34. Sentman D. D., Wescott E. M. Red sprites and blue jets: Thunderstorm-excited optical emissions in the stratosphere, mesosphere, and ionosphere // Phys. Plasmas. 1995. Vol. 2. P. 2514–2522.

35. Pasko V. P., Stenley M., Mathews J. D. et al. Electrical discharge from a thundercloud top to the lower ionosphere // Nature. 2002. Vol. 416. P. 152–154.

36. Davidson G., Neil R. Optical radiation from nitrogen and air at high pressure excited by energetic electrons // J. Chem. Phys. 1964. Vol. 41. P. 3946–3955.

37. Hartman P. L. New measurement of the fluorescence efficiency of air under electron bombardment // Planet. Space Sci. 1968. Vol. 16. P. 1315–1340.

38. Benesch W., Vanderslice G. T., Tilford S. G., Wilkinson P. G. Franck-Condon factors for observed transitions in N_2 above 6 eV // Astrophys. Journ. 1966. Vol. 143. P. 236–252.

39. Nicholls R. W. Franck-Condon factors to high vibrational quantum numbers I: N_2 and N_2^+ // J. Research National Bureau of Standards – A. Physics and Chemistry. 1966. Vol. 65A. P. 451–460.

40. Piper L. G., Holtzclaw K. W., Green B. D., Blumberg W. A. M. Experimental determination of the Einstein coefficients for the N_2 (B–A) transition // J. Chem. Phys. 1989. Vol. 90. P. 5337–5345.

41. Pasko V. P., Inan U. S., Bell T. F., Taranenko Y. N. Sprites produced by quasi-electrostatic heating and ionization in the lower ionosphere // J. Geophys. Res. 1997. Vol. 102. P. 4529–4561.

42. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир., 1980.

Calculation of Giant Ascending Atmospheric Discharge, Accompanying Optical Phenomena and Penetrating Radiations. I. Numerical Model

L. P. Babich, A. Yu. Kudryavtsev, M. L. Kudryavtseva, I. M. Kutsyk

A 2D numerical model describing giant ascending atmospheric discharges in self-consistent electric field has been developed. The kinetics of secondary low-energy electrons and ions produced in the evolving avalanche of relativistic electrons, background electrons and ions is taken into account. The model provides the multigroup description of relativistic electron kinetics and the detailed description of optical radiation kinetics.