

УДК 519.6

ЧИСЛЕННАЯ МЕТОДИКА РАСЧЕТА В СЕКТОРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ СПЕКТРАЛЬНОГО ПЕРЕНОСА РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И ЛАЗЕРНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ В БОКСЕ-КОНВЕРТОРЕ РЕНТГЕНОВСКОЙ МИШЕНИ (ПРОГРАММА СНД-ЛИРА)

С. В. Бондаренко, Г. В. Долголева, Е. А. Новикова
(РФЯЦ-ВНИИЭФ)

Представлена численная методика СНД-ЛИРА, которая на основе секторного приближения сквозным образом в трехмерной постановке позволяет рассчитывать распространение и поглощение лазерного излучения с учетом многократного отражения от внутренней поверхности бокса, генерацию и перенос рентгеновского излучения с учетом спектральности и неравновесности среды.

Введение

Методика СНД-ЛИРА разработана для расчета в многосекторном приближении переноса рентгеновского излучения внутри вакуумных (либо заполненных низкоплотной малопоглощающей средой) полостей. Интересной и важной областью применения численной методики такого рода является описание процессов генерации и распространения рентгеновского излучения в боксе-конверторе рентгеновской мишени в экспериментах по инерциальному синтезу. Такие эксперименты на сегодняшний день проводятся на крупнейших в мире лазерных установках: NOVA в США, ГЕККО-12 в Японии и др. В России эксперименты по инерциальному синтезу в течение длительного времени проводятся в РФЯЦ-ВНИИЭФ на лазерной установке ИСКРА-5 [1]. В настоящее время во ВНИИЭФ построена установка ЛУЧ, являющаяся прообразом модуля установки следующего поколения ИСКРА-6 [2].

В мишенях, используемых в экспериментах по инерциальному синтезу, рентгеновское излучение генерируется при нагреве внутренней поверхности бокса-конвертора в результате поглощения лазерного излучения, вводимого в бокс через отверстия для ввода излучения (рис. 1, 2). Воздействие интенсивного рентгеновского излучения приводит к сжатию и нагреву термоядерного горючего, заключенного внутри капсулы, расположенной в центре бокса. Для численного моделирования работы таких мишеней в одномерном случае в настоящее время активно используется методика СНД (счет неравновесной диффузии) [3].

При численном моделировании экспериментов по инерциальному синтезу необходимо учитывать неравновесный характер рентгеновского излучения, генерируемого внутри полости бокса-конвертора рентгеновской мишени. Помимо спектральных характеристик, важным параметром таких мишеней является достигаемая степень симметрии поля рентгеновского излучения на поверхности капсулы с термоядерным горючим, определяющая однородность ее сжатия. К примеру, в экспериментах со сферическими боксами-конверторами на установке ИСКРА-5 внутренняя поверхность бокса освещается 12 лазерными пучками (см. рис. 1), вводимыми в бокс через 6 отверстий. В такой системе неоднородность генерируемого во внутреннем объеме бокса поля рентгеновского излучения носит трехмерный характер.

В целом ряде статей (см., например, [4–6]) динамика генерации рентгеновского излучения в вакуумных полостях определяется на основе автомодельных решений, полученных в [7].

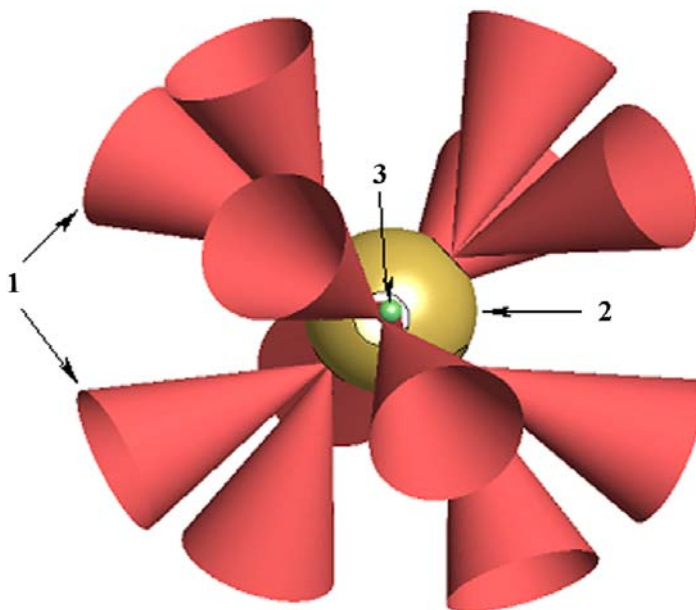


Рис. 1. Схема проведения экспериментов с рентгеновскими мишенями со сферическими боксами-конверторами на установке ИСКРА-5: 1 — лазерные пучки; 2 — сферический бокс; 3 — капсула, заполненная смесью дейтерия и трития

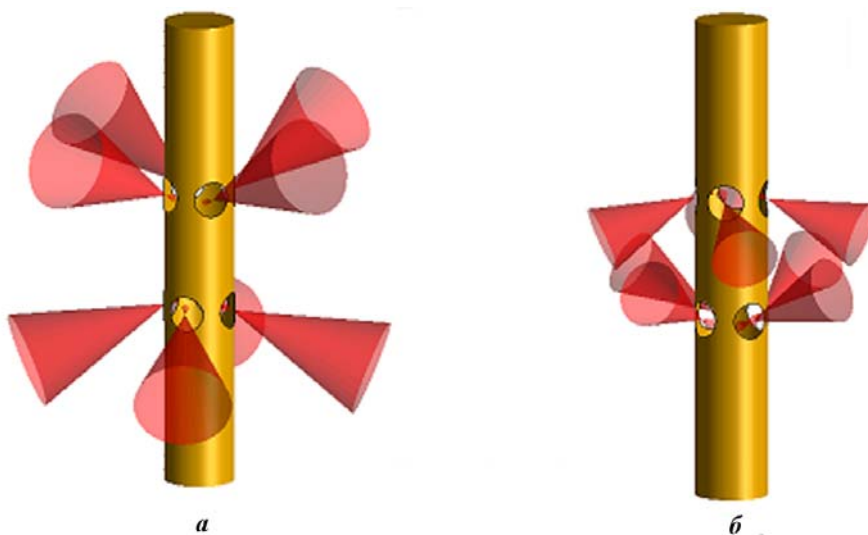


Рис. 2. Схема ввода лазерных пучков в экспериментах с рентгеновскими мишенями с цилиндрическими боксами-конверторами, проведенными на лазерной установке ИСКРА-5: *а* — в направлении капсулы; *б* — в направлении торцов цилиндра

Проведение прямого трехмерного численного моделирования экспериментов по инерциальному синтезу — довольно трудная задача. Целесообразным представляется использование ряда обоснованных упрощающих предположений, которые дали бы возможность получать достаточно точные результаты.

Физико-математическая модель методики СНД-ЛИРА

В методике СНД-ЛИРА разработан подход, базирующийся на проведении серии секторных расчетов по программе СНД. (Идея секторного приближения была ранее реализована в комплексах

программ КИО и КИВ [8, 9].) В рамках этого подхода поверхность бокса разбивается на некоторое количество областей — секторов. Каждая из таких секторных задач рассчитывается независимо, а взаимодействие между ними организуется путем постановки граничных условий по падающему на их поверхность излучению.

Граничные потоки рентгеновского и лазерного излучений вычисляются по программе ЛИРА (лазерная и рентгеновская анизотропия). Программа ЛИРА также позволяет выполнять трехмерное численное моделирование поглощения лазерного излучения при возможном его многократном отражении от внутренней поверхности бокса, расчет неоднородной генерации рентгеновского излучения во внутреннем объеме бокса и дает возможность рассчитать степень однородности облучения поверхности капсулы, содержащей термоядерное горючее (смесь дейтерия и трития), этим рентгеновским излучением.

В программе СНД рассчитывается следующая система уравнений в частных производных:

- уравнение движения с учетом физической вязкости

$$\frac{du}{dt} = -r^\vartheta \frac{\partial (P_e + P_i + P_{izl} + \varepsilon)}{\partial m} + r^\vartheta \frac{\partial}{\partial m} \left(\rho \beta \frac{\partial (r^\vartheta u)}{\partial m} \right) - \frac{3}{2} \vartheta r^{\vartheta-1} \frac{\partial \beta}{\partial m} u;$$

- уравнение непрерывности

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial m} (r^\vartheta u);$$

- уравнение пересчета эйлеровой координаты

$$\frac{dr}{dt} = u;$$

- уравнения для изменения энергии электронного и ионного компонентов

$$\frac{dE_e}{dt} = -P_e \frac{\partial}{\partial m} (r^\vartheta u) + \frac{c}{\rho} \int_0^\infty (\chi_\omega^{abs} U_\omega - \tilde{J}_\omega) d\omega + \frac{1}{\ell_0 \rho} \int_0^\infty J_\omega d\omega + C_{rel} (T_i - T_e) - \frac{\partial W_e}{\partial m} + Q_{лаз} + Q_{ee};$$

$$\frac{dE_i}{dt} = -(P_i + \varepsilon) \frac{\partial}{\partial m} (r^\vartheta u) + \rho \beta \left(\frac{\partial}{\partial m} (r^\vartheta u) \right)^2 - \frac{3}{2} \theta \beta \frac{\partial}{\partial m} (r^{\vartheta-1} u^2) + C_{rel} (T_e - T_i) - \frac{\partial W_i}{\partial m} + Q_{ii};$$

- уравнение переноса излучения

$$\frac{1}{c} \frac{\partial U_\omega}{\partial t} + \frac{1}{r^\vartheta} \frac{\partial}{\partial r} (r^\vartheta S_\omega) + \frac{P_{wizl}}{c} \frac{\partial}{\partial r} (r^\vartheta u) = \frac{\omega}{\ell_0} \frac{\partial}{\partial \omega} J_\omega - \chi_\omega^{abs} U_\omega + \tilde{J}_\omega + Q_{rr},$$

где $J_\omega = b(\omega, T_e) \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{U_\omega}{\omega^3} \right) + a(\omega, T_e) \frac{U_\omega}{\omega^3}$; $S_\omega = -\frac{1}{\chi_\omega} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{3} U_\omega \right) \right)$; $P_{wizl} = \frac{U_\omega}{\rho}$;

- уравнения ионизационной кинетики в приближении среднего иона [10]

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{dt} (\rho P_n^{(i)}) = R_n^{(i)} G_n^{(i)} N_e - I_n^{(i)} P_n^{(i)} N_e + \sum_{m>n} \left[A_{mn}^{(i)} P_m^{(i)} G_n^{(i)} + N_e \left(C_{mn}^{D(i)} P_m^{(i)} G_n^{(i)} - C_{nm}^{U(i)} P_n^{(i)} G_m^{(i)} \right) \right] - \sum_{m<n} \left[A_{nm}^{(i)} P_n^{(i)} G_m^{(i)} + N_e \left(C_{nm}^{D(i)} P_n^{(i)} G_m^{(i)} - C_{mn}^{U(i)} P_m^{(i)} G_n^{(i)} \right) \right], \quad i = \overline{1, K_{ion}}, \quad n = \overline{1, N_{max}};$$

- уравнения состояния, дополняющие систему дифференциальных уравнений,

$$\begin{aligned} E_e &= E_e(\rho, T_e, P_n^{(i)}); & E_i &= E_i(\rho, T_i, P_n^{(i)}); \\ P_e &= P_e(\rho, T_e, P_n^{(i)}); & P_i &= P_i(\rho, T_i, P_n^{(i)}). \end{aligned}$$

В формулах использованы следующие обозначения: t — время; ϑ — показатель симметрии ($\vartheta = 0$ — плоская симметрия, $\vartheta = 1$ — цилиндрическая симметрия, $\vartheta = 2$ — сферическая симметрия); u — га-
зодинамическая скорость вещества; ρ — плотность вещества; $m = \int_0^r r^\vartheta \rho dr$ — масса (r — лагранжев
радиус); $E_e, E_i, T_e, T_i, P_e, P_i$ — внутренние удельные энергия, температура и давление соответ-
ственно электронов и ионов; β, ε — коэффициенты физической и математической вязкости; C_{rel} —
коэффициент релаксации между ионами и электронами; $Q_{лаз}$ — энергия, выделяемая лазерным излу-
чением; Q_{ee}, Q_{ii}, Q_{rr} — энерговклад в электроны, ионы и фотоны соответственно от различных
источников; W_e, W_i — потоки соответственно электронной и ионной теплопроводности; c — скорость
света; ω — переменная по частоте; U_ω — спектральная плотность излучения; J_ω — спектральный
источник неравновесного излучения; χ_ω^{abs} — спектральный коэффициент поглощения; $\chi_{\omega s}$ — спек-
тральный коэффициент рассеяния; $\chi_\omega = \chi_{\omega s} + \chi_\omega^{abs}$ — спектральный коэффициент ослабления; ℓ_0 —
областная константа; $a(\omega, T_e), b(\omega, T_e)$ — коэффициенты перехода фотонов одной энергетической
группы в другую [10]; $P_n^{(i)}$ — населенность уровня n ($n = \overline{1, N_{max}}$) i -го сорта иона ($i = \overline{1, K_{ion}}$),
 N_{max} — количество рассматриваемых электронных оболочек, K_{ion} — количество сортов атомов; $R_n,$
 $I_n, C_{mn}^U, C_{nm}^D, A_{mn}$ — скорости рекомбинации, ионизации, ударного возбуждения и тушения, ради-
ационного распада; N_e — плотность электронов; $G_n^{(i)} = 1 - P_n^{(i)}/g_n$ — число вакансий на уровне $n,$
 g_n — статистический вес уровня n .

Методика ЛИРА расчета поглощения лазерного излучения на стенках бокса-конвертора базируется
на использовании метода Монте-Карло (см., например, [11]). В основе этого подхода лежит пред-
ставление о лазерном пучке как о статистической совокупности большого числа отдельных лучей,
каждый из которых распространяется по законам геометрической оптики. Общая картина лазерной
освещенности внутренней поверхности бокса-конвертора представляет собой в этом случае результат
независимого поглощения и отражения отдельных лучей [12]. Для ускорения сходимости интеграль-
ных сумм в программе используются псевдослучайные точки $LP\tau$ -последовательности [11].

Собственное излучение поверхности каждого из секторов находится из решения стационарного
уравнения переноса излучения [13]

$$\left(\vec{\Omega}\nabla\right) I_\omega = j_\omega - \kappa'_\omega I_\omega, \quad (1)$$

где $I_\omega(\vec{\Omega})$ — интенсивность рентгеновского излучения в направлении, определяемом единичным
ортом $\vec{\Omega}$; κ'_ω — коэффициент поглощения; j_ω — излучательная способность вещества. В условиях
термодинамического равновесия излучательная способность определяется равновесной (для данной
температуры) интенсивностью: $j_\omega = \kappa'_\omega I_{\omega p}$; в отсутствие равновесия $j_\omega \neq \kappa'_\omega I_\omega$.

Решение уравнения (1) в квадратурах может быть записано в виде

$$I_\omega = \int_0^s j_\omega(s') \exp\left(-\int_{s'}^s \kappa'_\omega(s'') ds''\right) ds'. \quad (2)$$

Интегрирование здесь проводится по координате s вдоль направления распространения излучения
от граничной точки $s_0 = 0$ светящегося тела.

Граничные потоки рентгеновского излучения для каждого из секторов вычисляются в программе
ЛИРА методом интегралов видимости [8] по вычисленной собственной рентгеновской светимости
всех остальных секторов (а также определяются заданными в задаче внешними источниками излу-
чения). Интенсивность рентгеновского излучения в точке \vec{r}_i , приходящего со стороны поверхности
сектора j , есть

$$I_{\omega ij}^{пад}(\vec{r}_i) = \int \frac{I_{\omega j}(\vec{\Omega}_{ij}) \mu_i \mu_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2} dA_j = \int_{2\pi} I_{\omega j}(\vec{\Omega}_{ij}) \mu_i d\vec{\Omega}_j, \quad (3)$$

где $\mu_i = \cos(\theta_i)$, $\mu_j = \cos(\theta_j)$ — косинусы углов, образуемых вектором $\vec{r}_i - \vec{r}_j$ с нормальями к
поверхности в точках \vec{r}_i, \vec{r}_j соответственно; $\vec{\Omega}_{ij}$ — единичный вектор в направлении вектора $\vec{r}_i - \vec{r}_j$;
 dA_j — элемент поверхности; $d\Omega_j$ — элемент телесного угла.

Для вычисления граничного потока рентгеновского излучения необходимо в формуле (3) усреднить интенсивность по поверхности каждого из секторов. Тогда интенсивность рентгеновского излучения, падающего на i -й участок поверхности со стороны j -го, будет определяться интегралом

$$S_{\omega ij} = \frac{1}{A_i} \int I_{\omega ij}^{\text{пад}}(\vec{r}_i) dA_i = \frac{1}{A_i} \int dA_i \int \frac{I_{\omega j}(\vec{\Omega}_{ij}) \mu_i \mu_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2} dA_j = \frac{1}{A_i} \int dA_i \int_{2\pi} I_{\omega j}(\vec{\Omega}_{ij}) \mu_i d\vec{\Omega}_j, \quad (4)$$

где A_i — площадь поверхности сектора i .

Созданная численная методика СНД-ЛИРА расчета генерации и переноса рентгеновского излучения в полости бокса-конвертора в секторном приближении отвечает требованиям, предъявляемым к программам для проведения численного анализа экспериментов по инерциальному синтезу. Методика учитывает:

- спектральный характер переноса рентгеновского излучения с учетом неравновесности;
- эффекты многократного отражения лазерного излучения от внутренней поверхности бокса;
- трехмерный характер неоднородности рентгеновского излучения в полости бокса.

Критерий контроля скорости изменения граничных потоков рентгеновского излучения

Пересчет граничных потоков в расчетах по программе СНД-ЛИРА изначально осуществлялся через фиксированное число счетных шагов, задаваемое в начальных данных секторного расчета. Но возможны такие расчеты (например, распространения излучения по цилиндрическому каналу), в которых для обеспечения необходимой точности вычислений указанного условия по пересчету граничных данных недостаточно. В этих расчетах скорость изменения граничных потоков рентгеновского излучения может быть настолько высока, что необходимо ограничивать счетный шаг задачи.

Чтобы предусмотреть подобные ситуации, в программе СНД-ЛИРА реализован критерий контроля скорости изменения граничных потоков рентгеновского излучения. В этом критерии изменение граничных (интегральных по спектру) потоков рентгеновского излучения анализируется по каждому секторному расчету:

$$\varepsilon_{\max} = \max_{j=1, KSND} \frac{|S^{n+1}(j) - S^n(j)|}{|S^n(j)|},$$

где $KSND$ — число секторных расчетов; $S^n(j)$, $S^{n+1}(j)$ — соответственно предыдущее и вновь пересчитанные значения граничных потоков для j -го сектора.

Следует заметить, что в начальный момент задается первоначальное и в то же время максимальное число шагов (N_{\max}), через которое пересчитываются граничные потоки лазерного и рентгеновского излучений. В зависимости от скорости изменения граничных потоков ε_{\max} определяется частота пересчета граничных потоков N_{gr} .

Если относительное изменение потоков падающего на поверхность секторов рентгеновского излучения превышает заданный порог: $\varepsilon_{\max} > N_{\max} \cdot 10^{-2}$, то происходит сброс счетного шага секторных задач до установленного минимального значения и вычисление граничных потоков проводится на следующем шаге ($N_{gr} = 1$).

Если относительное изменение потоков падающего на поверхность секторов рентгеновского излучения мало ($\varepsilon_{\max} < 10^{-2}$), то пересчет граничных потоков осуществляется через N_{\max} счетных шагов ($N_{gr} = N_{\max}$).

В противном случае частота пересчета граничных потоков рассчитывается по формуле

$$N_{gr} = \left[\frac{0,01}{\varepsilon_{\max}} N_{\max} \right] + 1.$$

Тестирование методики СНД-ЛИРА и производственно-методические расчеты

Тестирование методики СНД-ЛИРА проводилось по трем направлениям:

- 1) проверка на тестах программы ЛИРА;

- 2) проверка совпадения результатов независимого секторного расчета по программе СНД-ЛИРА и аналогичного расчета по программе СНД [3];
- 3) проведение специальных тестов для методики СНД-ЛИРА.

Совпадение результатов независимых секторных расчетов по программе СНД-ЛИРА с результатами аналогичных расчетов по программе СНД подтвердило достоверность учета в программе СНД-ЛИРА граничных условий по лазерному и рентгеновскому излучениям, правильность организационной структуры программы СНД-ЛИРА и передачи данных между блоками.

Тестирование разработанной методики проводилось на задачах с разной геометрической формой вакуумной полости (квазизамкнутая полость сферического бокса-конвертора рентгеновской мишени, цилиндрические каналы и цилиндрические боксы-конверторы, плоские зазоры). В этих расчетах определялись правильность и достигаемая точность вычисления поглощения лазерного излучения, факторов видимости и потоков рентгеновского излучения, временного шага между моментами пересчета потоков излучения на поверхности каждого из секторов и т. д.

Проведенные исследования продемонстрировали сходимость используемых алгоритмов, основанных на методе Монте-Карло с применением специальных методов ускорения сходимости вычислений: использования псевдослучайных точек $LP\tau$ -последовательности, обладающих существенно более высокой скоростью сходимости. Проверялись также методы обработки результатов расчетов, позволяющие получать дополнительную информацию, необходимую для анализа результатов (например, спектр пространственной неоднородности поля рентгеновского излучения на поверхности капсулы с термоядерным топливом).

При разработке и эксплуатации численных методик всегда актуальной является проверка правильности получаемых по ним решений. Такая проверка возможна при сравнении результатов численных расчетов с известными аналитическими решениями.

Тест расчета интенсивности собственного свечения плоского слоя. Был выполнен тест по расчету интенсивности собственного свечения плоского слоя под разными углами $\mu = \cos \theta$ к его поверхности (θ — угол с нормалью к поверхности) по формуле (2). Если толщина слоя многократно превышала длину пробега кванта излучения, вычислялось значение интенсивности, не зависящее от угла θ , что соответствует предельному случаю чернотельного излучения.

На рис. 3 приведен результат для случая, когда толщина слоя меньше длины пробега. Совпадение результатов расчета с аналитическими решениями, приведенными в [13], доказало правильность

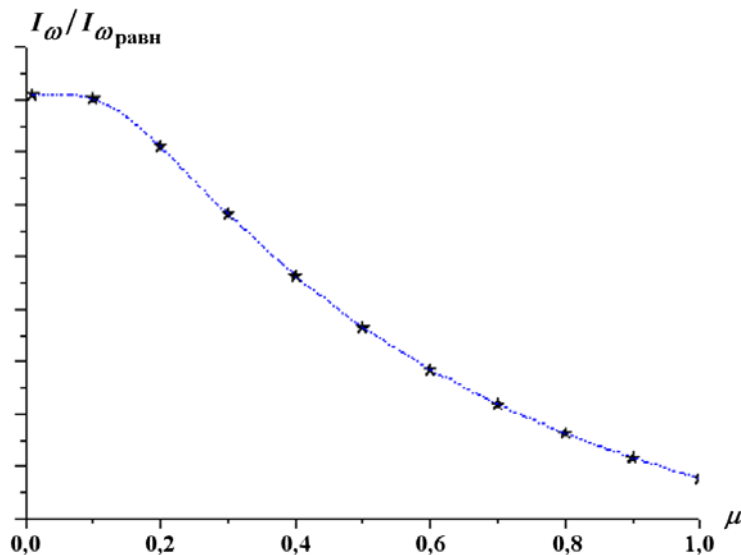


Рис. 3. Собственная угловая светимость (1) (в единицах равновесной интенсивности $I_{\omega_{\text{равн}}}$) плоского слоя малой оптической толщины под различными углами $\mu = \cos(\theta)$ к его поверхности: — — — аналитическая зависимость; \star — расчет

вычисления собственной рентгеновской светимости, которую необходимо знать для нахождения граничных рентгеновских потоков.

Сравнение результатов расчетов с аналитическими решениями для некоторого класса задач распространения рентгеновского излучения. Рассмотрим результаты расчетов по численной методике СНД-ЛИРА передачи тепла излучением между стенками вакуумной полости в постановке, допускающей сравнение с результатами, полученными при теоретическом рассмотрении. Пусть стенки полости излучают, как источник чернотельного излучения, т. е. $I^{\text{изл}}(\vec{r}_2, \mu_2) = \frac{\mu_2}{\pi} I(\vec{r}_2)$. Баланс энергии в некоторой точке \vec{r}_1 на стенках полости можно записать в форме интегрального оператора:

$$\frac{\partial E(\vec{r}_1)}{\partial t} = \frac{1}{\pi} \int I(\vec{r}_2) \frac{\mu_1 \mu_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2} dA_2 - I(\vec{r}_1), \quad (5)$$

где E — энергия единицы поверхности стенки полости.

Уравнение (5) заметно упрощается, если предположить, что теплоемкость стенки полости пропорциональна кубу температуры и не зависит от времени, т. е. $E = C_0 T^3$ (C_0 — теплоемкость единицы поверхности). Тогда вместо (5) получаем линейное уравнение для интенсивности излучения:

$$\tau_0 \frac{\partial I(\vec{r}_1)}{\partial t} = \int I(\vec{r}_2) K(\vec{r}_1, \vec{r}_2) dA_2 - I(\vec{r}_1), \quad (6)$$

где τ_0 — характерный масштаб времени, $\tau_0 = C_0 / (4\sigma)$ (σ — постоянная Стефана—Больцмана). Ядро интегрального оператора K определяется формой поверхности полости.

Решения линейного уравнения (6) доступнее для аналитического исследования. Для сферической полости $K(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = 1/(4R^2)$, где R — радиус полости. В этом случае структура решения определяется, очевидно, лишь имеющимися различиями в начальных условиях и расположением источников тепла (например, лазерных пятен).

На рис. 4 показаны результаты численного расчета по программе СНД-ЛИРА охлаждения внутренней поверхности сферического бокса через отверстия с угловым размером (относительно центра бокса) $\Omega_0 / (4\pi) = 0,023$. Начальная температура стенок сферического бокса была различной:

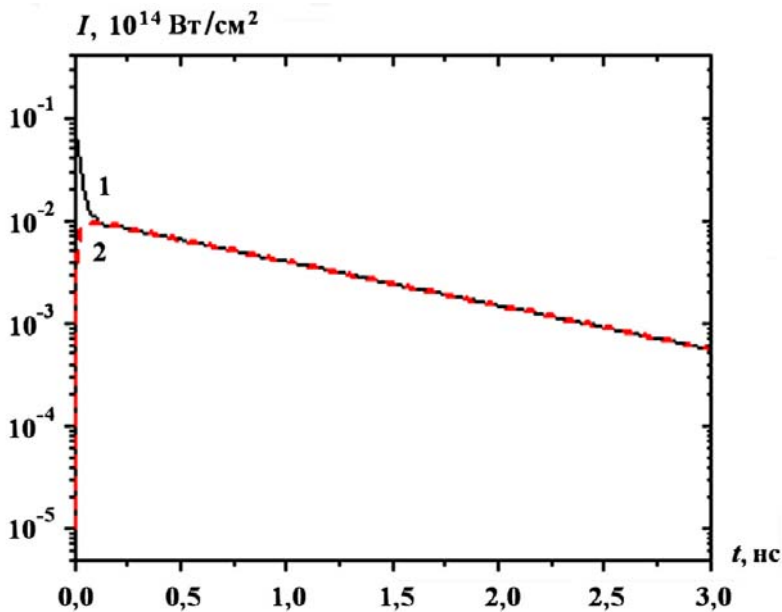


Рис. 4. Интенсивность энергии, излучаемой с единицы поверхности области, нагретой до температуры $T = 100$ эВ (1), и остальной части внутренней поверхности сферического бокса (2), имевшей начальную температуру $T = 10$ эВ

область размером $\Omega_1/(4\pi) = 0,025$ была нагрета до температуры $T = 100$ эВ, в то время как остальная часть бокса имела температуру $T = 10$ эВ.

Видно, что на первой стадии (до момента $t \approx 0,1$ нс) происходит быстрое выравнивание температур и светимостей этих областей. На второй стадии ($t \geq 0,1$ нс) происходит охлаждение обеих областей с одинаковым темпом. Изменение светимости имеет экспоненциальный характер в силу линейности уравнения (6) (т. е. $I = ce^{-\lambda t}$, λ — декремент).

Декремент интенсивности светимости горячей области по данным расчета на первой стадии составляет $\lambda_1 \approx 39$ нс⁻¹. На второй стадии падение общей светимости стенок бокса происходит существенно медленнее с декрементом $\lambda_0 \approx 0,98$ нс⁻¹. Характерный масштаб времени задачи для выбранных характеристик вещества стенок бокса (плотности, толщины стенки бокса и его теплоемкости) составляет $\tau_0 = 23,5$ пс. Следовательно, согласно полученным аналитическим результатам ($\lambda_0 = -\Omega_0/(4\pi\tau_0)$, $\lambda_1 = -1/\tau_0$) $\lambda_1 = 42$ нс⁻¹, а декремент остывания $\lambda_0 = 0,98$ нс⁻¹, что согласуется со значениями, полученными в расчете по программе СНД-ЛИРА.

Структура решения для режима охлаждения стенок цилиндрического канала и плоского зазора сложнее в силу того, что ядро интегрального оператора зависит от положения точек \vec{r}_1 и \vec{r}_2 . В рамках одномерной задачи для цилиндрического вакуумного канала было получено

$$K_c(u) = \frac{1}{4\pi R^2} \left[1 - \frac{u^3 + 6u}{(4 + u^2)^{3/2}} \right]; \quad u = \frac{|z_1 - z_2|}{R},$$

а для плоского зазора (в расчете на единицу поверхности)

$$K_p(u) = \frac{1}{2} \frac{1}{(1 + u^2)^{3/2}}; \quad u = \frac{|x_1 - x_2|}{D}.$$

Решения уравнения (6) можно найти, рассматривая его как систему большого числа линейных уравнений вида

$$\tau_0 \frac{\partial I_i}{\partial t} = \sum_j A_{ij} I_j. \quad (7)$$

Решение (7) имеет для режима остывания вид $\vec{I} = \sum_k \vec{C}_k e^{-\lambda_k t}$; $\vec{J}_k = \vec{C}_k e^{-\lambda_k t}$ — собственная мода, соответствующая собственному числу λ_k системы (7). Следовательно, в структуре решения появляется набор собственных мод, связанных с перераспределением тепла по поверхности вакуумной полости. Эти моды обладают различной пространственной структурой и различными декрементами затухания. Мода, обладающая наименьшим темпом затухания, связана, очевидно, с охлаждением поверхности полости в результате выхода излучения из объема вакуумной полости. Этой моде соответствует пространственное распределение интенсивности светимости стенки полости, равномерно убывающее от центральной части цилиндрического канала (или плоского зазора) к его краям. Мода с наименьшим темпом затухания может быть найдена из численного решения системы (7) на поздние моменты времени, когда остальные собственные моды охлаждения стенок цилиндрического канала (плоского зазора) станут пренебрежимо малы.

В численных расчетах по программе СНД-ЛИРА по моделированию режима охлаждения стенок цилиндрического канала и плоского зазора начальная температура составляла 100 эВ в центре и 10 эВ на краях.

На рис. 5,а показана динамика охлаждения двух различных участков поверхности цилиндрического канала относительной длины $L/R = 3$. Декремент основной моды светимости стенок канала составил в расчете $\lambda_0 = 12,0$ нс⁻¹. Аналитическое рассмотрение дает значение $\lambda_0 = 12,2$ нс⁻¹.

На рис. 5,б показана динамика падения интенсивности свечения стенок плоского зазора относительной длины $L/D = 3$ в результате его радиационного охлаждения. В этом расчете поперечный размер зазора W много больше его ширины $D = 20$ мм (результаты приведены для $W = 200$ мм). Декремент интенсивности излучения для основной моды охлаждения составил в расчете по программе СНД-ЛИРА $\lambda_0 = 11,7$ нс⁻¹. Аналитическое решение дает значение $\lambda_0 = 11,3$ нс⁻¹.

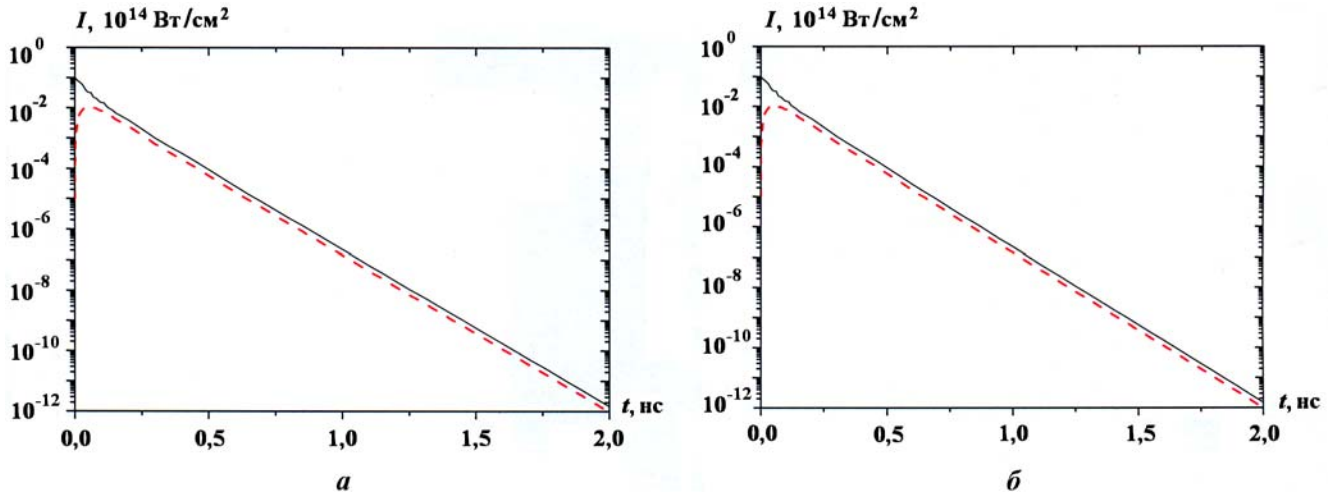


Рис. 5. Динамика изменения интенсивности светимости для цилиндрического канала (а) и плоского зазора (б): — — в центре; - - - - на конце

На рис. 6,а (см. также цветную вкладку) проведено сравнение результатов численного расчета по программе СНД-ЛИРА пространственного распределения светимости для основной моды охлаждения стенок цилиндрического канала, нормированной на светимость в его центре, с результатами, полученными при численном интегрировании системы (7). На рис. 6,б — аналогичное сравнение для плоского зазора.

Было проведено исследование сходимости численного решения. На рис. 7,а,б (см. также цветную вкладку) сопоставлены профили основной моды охлаждения стенок цилиндрического канала и плоского зазора, полученные в расчетах с различным числом секторов N_s . Видно, что достигается хорошая сходимость решения.

Таким образом, в проведенных по программе СНД-ЛИРА расчетах охлаждения стенок вакуумной полости различной геометрической формы были воспроизведены теоретические результаты. Расчетные значения декрементов радиационного охлаждения стенки полости через отверстия совпадают с аналитическими. Полученное в расчетах пространственное распределение светимости стенки цилиндрического канала и плоского зазора также совпадает с результатами аналитических решений.

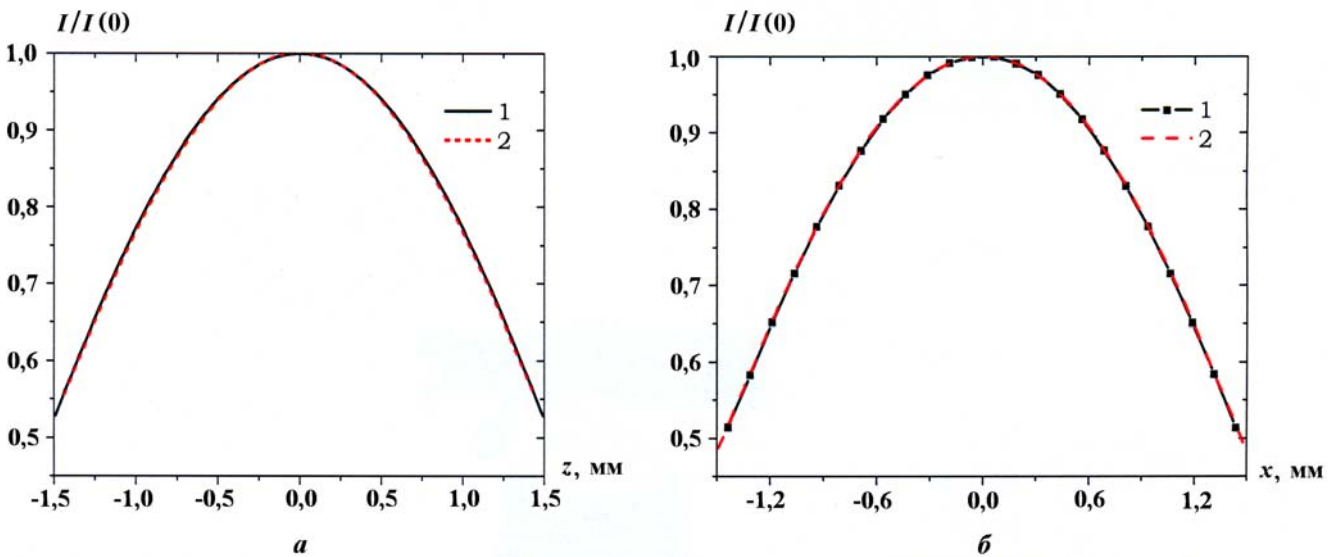


Рис. 6. Пространственный профиль основной моды охлаждения стенок цилиндрического канала (а) и плоского зазора (б): 1 — аналитическое решение; 2 — расчет по программе СНД-ЛИРА

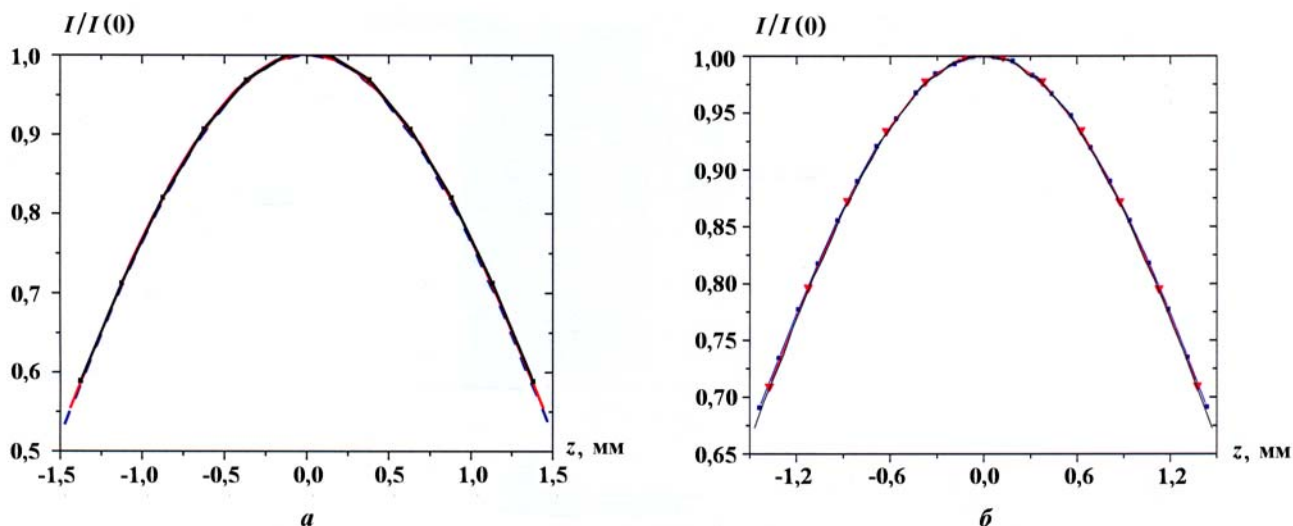


Рис. 7. Исследование сходимости численного решения в расчетах с различным числом секторов N_s : *a* — для цилиндрического канала: - - - - $N_s = 48$; — — — $N_s = 24$; - · - · - $N_s = 12$; *b* — для плоского зазора: - ▽ — — $N_s = 24$; - ■ — — $N_s = 48$; — — — $N_s = 96$

Результаты симметричного тестового расчета. При тестировании программы и проведении конкретных расчетов по программе СНД-ЛИРА авторы ориентировались на физические условия, характерные для реальных экспериментов с рентгеновскими мишенями на крупных установках (масштабы времени, длительность импульса лазерного драйвера, объемная концентрация энергии, температура вещества и излучения, характерные размеры мишеней и т. д.).

По программе СНД-ЛИРА были выполнены расчеты переноса рентгеновского излучения в сферическом боксе-конверторе рентгеновской мишени (рис. 8) диаметром 2 мм при симметричном расположении (в центрах граней воображаемого куба) 6 отверстий диаметром 600 мкм и 6 пучков лазерного излучения (с раствором конуса излучения 20°). При таких параметрах мишени на отверстия приходится 13,8 % площади поверхности сферы, на лазерные пятна — 56,4 %, на оставшуюся неосвещенную часть внутренней поверхности бокса — 29,8 %. При симметричной форме бокса поле излучения внутри него также будет обладать высокой степенью симметрии, и по наблюдающимся отклонениям от симметрии можно легко судить о достижимой в расчетах степени точности.

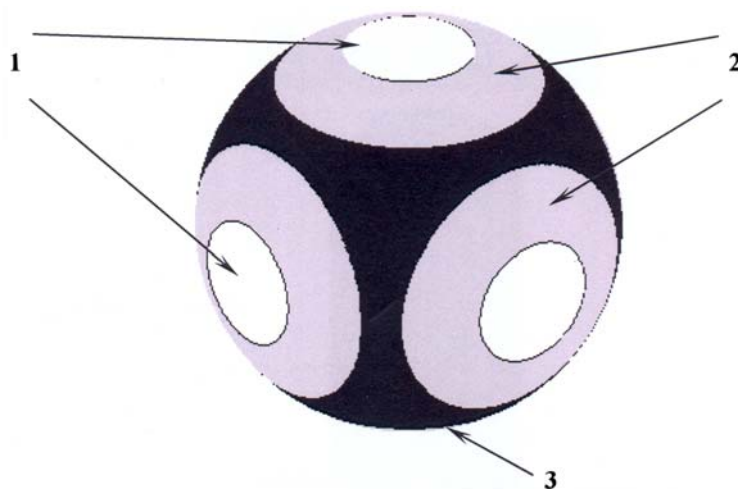


Рис. 8. Схема расположения секторов в симметричном тестовом расчете переноса рентгеновского излучения в полости сферического бокса: 1 — отверстия; 2 — сектора, освещаемые лазерным излучением; 3 — неосвещенная часть поверхности бокса

Суммарная энергия поглощенного лазерного излучения составила 5,6 кДж при длительности импульса на полувысоте $\tau_{0,5} = 0,35$ нс. При выбранной длине волны ($\lambda = 0,35$ мкм) все лазерное излучение поглотилось в области лазерных пятен.

Были проведены два расчета с различным числом секторов. В первом из них были выделены 7 секторов: один сектор на неосвещенную часть поверхности бокса и по одному сектору на область каждого лазерного пятна. Во втором случае неосвещенная поверхность бокса была разделена на 8 секторов равной площади, а каждое из лазерных пятен — на 4 одинаковых сектора (всего 32 сектора). Разбиение было проведено таким образом, чтобы геометрия задачи по-прежнему обладала симметрией куба.

Для исследования достижимой точности расчета рентгеновских потоков в интегралах (3), (4) методом Монте-Карло при выбранной симметричной постановке задачи достаточно сравнить между собой значения потоков излучения в секторах 2—7 для 7-секторного расчета и в секторах 1—8 и 9—32 в 32-секторном расчете. Максимальное различие в потоках рентгеновского излучения в 7-секторном расчете не превышало 0,4 %, а в расчете с 32 секторами — 0,8 %. Увеличение разброса объясняется уменьшением площадей секторов и, следовательно, ухудшением статистики при вычислении интегралов (3), (4) для каждого сектора. При проведении расчетов использовалось $2^{20} \approx 10^6$ псевдослучайных точек $LP\tau$ -последовательности.

Вопрос о точности вычислений рентгеновских потоков является важным для проведения численного моделирования облучения капсулы с термоядерным горючим, которая располагается внутри бокса рентгеновской мишени в экспериментах по инерциальному синтезу. В таких экспериментах геометрическую форму бокса и расположение мишени выбирают таким образом, чтобы обеспечить высокую однородность поля рентгеновского излучения на поверхности капсулы.

В проведенных расчетах вычислялась интенсивность рентгеновского излучения (3) на поверхности капсулы радиусом $R_c = 140$ мкм, расположенной в центре сферического бокса, изображенного на рис. 8. (При этом в расчете рентгеновских потоков на поверхности самого бокса влияние капсулы не учитывалось вследствие малости отношения ее радиуса к радиусу бокса: $(R_c/R_b)^2 \approx 0,02$.) Среднеквадратичная неоднородность рентгеновского излучения на капсуле за время действия импульса излучения составила 0,3—0,4 %. Столь малая неоднородность обусловлена выбранным расположением отверстий и пятен лазерной засветки.

Заключение

Создана методика СНД-ЛИРА, позволяющая рассчитывать в многосекторном приближении распространение и поглощение лазерного излучения, а также генерацию неравновесного рентгеновского излучения в полости боксов-конверторов рентгеновских мишеней в экспериментах по инерциальному синтезу. Результаты проведенных по программе СНД-ЛИРА методических расчетов показали, что достигается хорошая точность вычислений.

По данной методике уже выполнен ряд расчетов численного моделирования экспериментов, проводимых на лазерной установке ИСКРА-5, для различных физических параметров (энергия, характерные размеры). Моделирование экспериментов с цилиндрическими боксами-конверторами, проведенных в 1996-97 гг. в РФЯЦ-ВНИИЭФ на лазерной установке ИСКРА-5, предоставило хорошую возможность проверить применимость численной методики СНД-ЛИРА на достаточно сложных для численного расчета задачах. По численной методике СНД-ЛИРА были выполнены расчеты экспериментов, схемы которых приведены на рис. 1, 2. Часть полученных результатов представлена в [14], остальные предполагается опубликовать в ближайшее время.

Проведенные методические и производственные расчеты доказали хорошую применимость численной методики СНД-ЛИРА. Созданный комплекс является перспективным инструментом для производственного использования при численном моделировании экспериментов по инерциальному синтезу. Эта программа может быть использована как для анализа уже выполненных к настоящему времени экспериментов на установке ИСКРА-5, так и для моделирования экспериментов на установках следующего поколения, функционирующих вблизи порога зажигания (например, на проектируемой во ВНИИЭФ установке ИСКРА-6).

Список литературы

1. Абзаев Ф. М., Бельков С. А., Бессараб А. В., Бондаренко С. В. и др. Сжатие и нагрев сферических термоядерных мишеней при непрямом (рентгеновском) облучении на установке "ИСКРА-5" // ЖЭТФ. 1998. Т. 14. Вып. 1(7). С. 155–170.
2. Бондаренко С. В., Гаранин С. Г., Ерошенко В. А. и др. Система облучения мишени мощной лазерной установки "Искра-6" // Квантовая электроника. 1999. Т. 26, № 3. С. 237–242.
3. Долголева Г. В. Методика расчета движения двухтемпературного излучающего газа (Программа СНД) // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики. 1983. Вып. 21(13). С. 29–33.
4. Murakami M., Meyer-ter-Vehn J. // Nuclear Fusion. 1991. Vol. 31. P. 1315.
5. Tsakiris G. D. // Phys. Fluids. 1992. В 4 (4).
6. Srivatsava M. K., Kumar Vinod, Menon S. V. G. // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. No 6. P. 2616–2661.
7. Pakula R., Sigel R. // Phys. Fluids. 1985. 28 (1).
8. Бабаев Н. Н., Баженов С. В., Базин А. А. и др. Методики и программы ВНИИЭФ для решения двумерных и трехмерных нестационарных задач лучистого энергопереноса в областях сложной формы с использованием коэффициентов видимости. Проблемы конверсионных приложений // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1995. Вып. 4. С. 3–8.
9. Софронов И. Д., Тихомиров Б. П., Баженов С. В. и др. Приближенные методы расчета лучистого энергопереноса в оптически неоднородных областях сложной формы // Там же. 1999. Вып. 4. С. 68–75.
10. Бельков С. А., Долголева Г. В. Модель среднего иона для расчета кинетики ионизации, населенностей возбужденных уровней и спектральных коэффициентов переноса излучения в программе СНДП // Там же. 1992. Вып. 1. С. 59–61.
11. Соболев И. М. Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973.
12. Bondarenko S. V., Kochetasov G. G. Numerical investigation of X-flux asymmetry over DT-capsule in the spherical hohlraum experiments on the Iskra-5 facility // Proc. of the First Int. Conf. on Inertial Fusion Science and Application (IFSA'99). Bordeaux, France, 1999. P. 166.
13. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных газодинамических явлений. М.: Наука, 1966. С. 116.
14. Бондаренко С. В., Долголева Г. В., Новикова Е. А. Численное моделирование трехмерной неоднородности полей излучения (рентгеновского и лазерного) в экспериментах со сферическими боксами-конверторами на установке ИСКРА-5 // Квантовая электроника. 2007. № 3. С. 37.

Статья поступила в редакцию 19.06.07.
