

УДК 519.6

## ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ФРАГМЕНТАЦИИ ТОНКИХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

В. Ю. Мельцас, Г. Ф. Портнягина  
(РФЯЦ-ВНИИЭФ)

Приводится описание модели разрушения тонких металлических сферических оболочек под действием интенсивных нагрузок с образованием двух фракций фрагментов и расчетом их спектра по массе. Дальнейший расчет движения фрагментов ведется по модели гетерогенной среды, состоящей из газа и твердых частиц. Приведены примеры расчетов пространственной сепарации осколков в зависимости от их размеров.

*Ключевые слова:* тонкие металлические оболочки, детонация, разрушение, осколки, спектр осколков, гетерогенная среда *газ—частица*, численные расчеты.

### Введение

Разрушению металлических оболочек под действием интенсивных нагрузок посвящено достаточно много работ, как экспериментальных, так и теоретических [1–3]. Среди них много работ по моделям разрушения тонких оболочек [4–7]. В дальнейшем термин *разрушение* будем употреблять наряду с термином *фрагментация*, подразумевая, что при разрушении возникает достаточно большое (несколько тысяч) число осколков, или фрагментов.

В данной работе описана одна из моделей фрагментации оболочек [6–8], которая была реализована в методике расчета двумерных задач газодинамики ДИАДА-2D [9]. Численная схема, используемая в методике ДИАДА-2D, основана на методе С. К. Годунова, широко применяемом в России и, особенно, за рубежом [10]. Расчет течения газа проводится в криволинейной эйлеровой подвижной системе координат, что позволяет при необходимости выделять контактные границы, ударные и детонационные волны [9].

Основные положения модели фрагментации оболочек [6] следующие:

- толщина оболочки намного меньше ее радиуса ( $h/R_0 \ll 1$ );
- время действия нагрузки существенно больше времени прохождения волны по толщине оболочки ( $\tau \gg h/c$ );
- материал оболочки является упруговязкопластическим;
- откольное разрушение отсутствует.

Модель фрагментации была дополнена численной моделью разрушения оболочки с образованием двух фракций осколков — крупных и мелких — с расчетом их спектра по массе [7]. Под крупными осколками подразумеваются осколки, имеющие обе поверхности оболочки, под мелкими — одну или ни одной.

После фрагментации оболочки дальнейший расчет движения осколков в потоке газа, состоящего в рассматриваемом случае из воздуха и продуктов взрыва (ПВ), проводится по модели гетерогенной среды *газ—частицы*. Уравнения движения частиц представляются в лагранжевом виде, движения газа — в эйлеровом. Таким образом, задача решается в два этапа. На первом этапе рассчитывается фрагментация оболочки и определяется спектр осколков по массе. На втором этапе из всей совокупности осколков формируются ансамбли, или пакеты частиц. Считается, что в пакете находятся частицы одинакового размера с равными начальными скоростями и координатами. Взаимодействием частиц между собой пренебрегается.

### Расчет движения неразрушенной оболочки

Будем считать, что оболочку определяют следующие параметры:

$(x_i^H, r_i^H), (x_i^B, r_i^B)$  — соответственно координаты ее наружной и внутренней поверхностей;

$d_0$  — начальный диаметр;

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \text{— цилиндрическая оболочка;} \\ 2 & \text{— сферическая оболочка;} \end{cases}$$

$\rho_0$  — плотность материала оболочки [г/см<sup>3</sup>];

$\mu$  — модуль сдвига материала оболочки [ГПа];

$\eta$  — динамическая вязкость [ГПа·10<sup>-5</sup>с];

$J_0$  — статический предел упругости при растяжении [ГПа];

$D^*$  — константа предельной удельной диссипации [кДж/г];

$\gamma$  — удельная энергия на образование единицы свободной поверхности [кДж/см<sup>2</sup>].

Все вычисляемые величины будем относить к середине интервала  $(i + 1/2)$  срединной линии оболочки, вычисляемой по координатам наружной и внутренней ее сторон:

$$x_{i+1/2}^H = \frac{x_i^H + x_{i+1}^H}{2} - \frac{r_{i+1}^H - r_i^H}{2} \frac{\sin \Theta_{i+1/2}}{1 + \cos \Theta_{i+1/2}}; \quad r_{i+1/2}^H = \frac{r_i^H + r_{i+1}^H}{2} - \frac{x_{i+1}^H - x_i^H}{2} \frac{\sin \Theta_{i+1/2}}{1 + \cos \Theta_{i+1/2}},$$

где  $\Theta$  — половина центрального угла. Аналогично вычисляются  $x_{i+1/2}^B, r_{i+1/2}^B$ . Полагаем

$$x_{i+1/2}^s = \frac{x_{i+1/2}^H + x_{i+1/2}^B}{2}; \quad r_{i+1/2}^s = \frac{r_{i+1/2}^H + r_{i+1/2}^B}{2}.$$

Следуя работам [6–8], приведем расчетные формулы.

Ускорение элемента оболочки вычисляется по формуле

$$\ddot{\overline{W}}_{i+1/2}^n = \frac{\Delta P_{i+1/2}}{\rho_{i+1/2} h_{i+1/2}} - \frac{\alpha \sigma_{i+1/2}}{r_{i+1/2}^s \rho_{i+1/2}}.$$

Здесь  $\Delta P_{i+1/2}$  — перепад давления на оболочке;  $\rho_{i+1/2}$  — текущая плотность оболочки;  $h_{i+1/2}$  — толщина оболочки;  $r_{i+1/2}^s$  — эффективный радиус оболочки,  $r_{i+1/2}^s = \min \{ R_{\Theta_{i+1/2}}, R_{i+1/2} \}$ , где  $R_{\Theta_{i+1/2}}$  — локальный радиус кривизны:

$$R_{\Theta_{i+1/2}} = \begin{cases} \frac{\sqrt{(x_i^s - x_{i+1}^s)^2 + (r_i^s - r_{i+1}^s)^2}}{2 \sin \Theta_{i+1/2}}, & \text{если } |\Theta_{i+1/2}| > \varepsilon_2; \\ \infty, & \text{если } |\Theta_{i+1/2}| \leq \varepsilon_2; \end{cases}$$

$h_{i+1/2} \rho_{i+1/2} (r_{i+1/2}^s)^\alpha = h_0 \rho_0 r_0^\alpha$ ;  $\sigma_{i+1/2}$  — напряжение.

Нормальная скорость элемента оболочки вычисляется по формуле

$$\overline{\overline{W}}_{i+1/2}^n = W_{i+1/2}^n + \overline{\overline{W}}_{i+1/2}^n \tau,$$

где  $\tau$  — временной шаг.

Скорость кольцевой деформации —  $\dot{\overline{\varepsilon}}_{\Theta_{i+1/2}} = \overline{\overline{W}}_{i+1/2}^n / r_{i+1/2}^s$ , а величина кольцевой деформации —  $\overline{\overline{\varepsilon}}_{\Theta_{i+1/2}} = \varepsilon_{\Theta_{i+1/2}} + \dot{\overline{\varepsilon}}_{\Theta_{i+1/2}} \tau$ .

Текущая плотность элемента оболочки —  $\overline{\rho}_{i+1/2} = \rho_{i+1/2} \exp(-\alpha \overline{\overline{\varepsilon}}_{\Theta_{i+1/2}})$ .

Скорость изменения девиатора касательного напряжения

$$\dot{\bar{S}}_{\Theta_{i+1/2}} = \frac{1}{\alpha} \frac{4}{3} \mu \dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}} - \frac{\mu}{\eta} \frac{S_{\Theta_{i+1/2}}}{|S_{\Theta_{i+1/2}}|} X H(X),$$

где  $X = |S_{\Theta_{i+1/2}}| - \frac{1}{\alpha} \frac{2}{3} J_0$ ;  $H(X) = \begin{cases} 1 & X > 0; \\ 0 & X \leq 0 \end{cases}$  — функция Хэвисайда.

Полное напряжение в элементе —  $\bar{\sigma}_{\Theta_{i+1/2}} = \alpha \frac{3}{2} \bar{S}_{\Theta_{i+1/2}}$ .

Скорость упругой деформации —  $\dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}}^e = \frac{\dot{\bar{S}}_{\Theta_{i+1/2}}}{2\mu} + \frac{\alpha}{3} \dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}}$ .

Скорость пластической деформации —  $\dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}}^p = \dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}} - \dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}}^e$ .

Накопленная удельная (на единицу массы) упругая энергия равна  $\bar{E}_{i+1/2} = E_{i+1/2} + \alpha \frac{\bar{\sigma}_{\Theta_{i+1/2}}}{\bar{\rho}_{i+1/2}} \dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}}^e \tau$ .

Суммарная по времени пластическая диссипация энергии  $\bar{D}_{i+1/2} = D_{i+1/2} + \alpha \frac{\bar{\sigma}_{\Theta_{i+1/2}}}{\bar{\rho}_{i+1/2}} \dot{\bar{\epsilon}}_{\Theta_{i+1/2}}^e \tau$ .

Всюду величины с двумя чертами относятся к  $(n+1)$ -му временному слою, а точка над величиной означает дифференцирование по времени.

### Расчет движения разрушенной оболочки

Если выполняется условие  $\bar{D}_{i+1/2} > D^*$ , то элемент оболочки объявляется разрушенным и вычисляется среднее количество осколков от этого элемента:

$$\langle N \rangle = \begin{cases} \left[ \frac{\pi \rho_0 2R_0 \bar{E}}{\gamma} \right] & \text{для цилиндрической оболочки } (\alpha = 1); \\ \left[ \pi k \left( \frac{\rho_0 2R_0 \bar{E}}{\gamma} \right)^2 \right] & \text{для сферической оболочки } (\alpha = 2), \end{cases}$$

где  $\langle N \rangle$  — количество фрагментов на полную сферическую или цилиндрическую оболочку;  $k = 0,2 \approx S/P^2$  — коэффициент формы,  $S$  — площадь фрагмента,  $P$  — полупериметр фрагмента;  $\bar{E}$  — накопленная упругая энергия.

Количество осколков для элемента принимается пропорциональным его площади в случае сферической оболочки или длине в случае цилиндрической оболочки, т. е.

$$\langle N \rangle_{i+1/2} = \begin{cases} \frac{S_{i+1/2}}{4\pi R_{i+1/2}^2} \langle N \rangle & \text{для сферической оболочки;} \\ \frac{l_{i+1/2}}{2\pi R_{i+1/2}} \langle N \rangle & \text{для цилиндрической оболочки,} \end{cases}$$

где  $l_{i+1/2} = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (r_{i+1} - r_i)^2}$ .

Размеры фрагментов определяются по формуле

$$l_f = \begin{cases} \frac{\pi d_0}{N} & \text{для цилиндрической оболочки;} \\ 4d_0 \sqrt{\frac{\pi k}{N}} & \text{для сферической оболочки.} \end{cases}$$

На момент  $t^*$  фрагментации элемента запоминаются значения текущего радиуса  $R_{i+1/2}^*$  и толщины оболочки  $h_{i+1/2}^*$ .

Для дальнейшего расчета разлета разрушенной оболочки вычисляются следующие величины. Степень перфорации вычисляется по формуле

$$\alpha_p = \begin{cases} 1 - \frac{R_{i+1/2}^*}{r_{i+1/2}} & \text{для цилиндрической оболочки;} \\ 1 - \left( \frac{R_{i+1/2}^*}{r_{i+1/2}} \right)^2 & \text{для сферической оболочки.} \end{cases}$$

Скорость фрагментов разрушенного элемента оболочки вычисляется по формуле

$$\overline{W}_{i+1/2}^n = W_{i+1/2}^n + \frac{\Delta P_{i+1/2}}{\rho_{i+1/2}^* h_{i+1/2}^*} (1 - \alpha_p) \tau.$$

### Математическая модель взрывного разрушения оболочек с образованием двух фракций осколков

В [7] изложена математическая модель разрушения тонких сферических оболочек с образованием двух фракций осколков — крупных фрагментов типа  $L$ , образованных магистральными сквозными трещинами и содержащих обе исходные поверхности оболочки, и сопутствующих мелких откольных фрагментов типа  $S$ , содержащих одну исходную поверхность. В качестве критерия разрушения принимается критерий предельной удельной диссипации накопленной упругой энергии. Считается, что разрушение оболочки происходит за счет расхода упругой энергии, накопленной в оболочке на момент  $t = t^*$  при выполнении критерия разрушения  $D(t) \geq D^*$ , где  $D(t)$  — текущее значение упругой энергии,  $D^*$  — ее критическое значение. Число фрагментов, на которое разрушится оболочка, находится из условия баланса упругой энергии, накопленной в оболочке, и работы по отрыву и сдвигу материала. Для описания распределения фрагментов по массе при взрывном дроблении оболочек используется распределение Вейбулла [11]

$$N(< m) = N_0 \left( 1 - \exp \left( - \left( \frac{m}{m_*} \right)^\Lambda \right) \right),$$

где  $N(< m)$  — число осколков с массой, меньшей  $m$ ;  $N_0$  — полное число осколков;  $m_*$  — характерная масса осколка;  $\Lambda > 0$  — показатель качества дробления.

Пусть из всего спектра крупных осколков типа  $L$  нужно выделить  $K_L$  ансамблей фрагментов с массами  $m_1^L, m_2^L, \dots, m_{K_L}^L$ :  $m_{\min}^L < m_1^L < m_2^L < \dots < m_{K_L}^L < m_{\max}^L$ , где  $m_{\min}^L$  и  $m_{\max}^L$  — некоторые предельные минимальная и максимальная массы элементов фракции крупных осколков. При условии  $\gamma S_j^L / 2 = k_E E_* m_j^L$  ( $\gamma$  — удельная энергия, необходимая для создания единицы поверхности разрушения;  $S_j^L$  — площадь поверхности, возникающей при разрушении *предварительного* крупного фрагмента, масса которого после отрыва от него мелких осколков равна  $m_j^L$ ;  $k_E$  — доля упругой энергии, затрачиваемой на фрагментацию оболочки (как правило,  $k_E = 1$ );  $E_*$  — удельная упругая энергия, накопленная на момент разрушения) полное число крупных фрагментов  $N_0^L$  определяется по формуле

$$N_0^L = \frac{k_M^L M}{\sum_{i=1}^{K_L} m_j^L (\beta_j^L - \beta_{j+1}^L)},$$

где  $k_M^L$  — массовая доля осколков крупной фракции ( $0 < k_M^L \leq 1$ ; при  $k_M^L = 1$  распределение осколков по массе будет однокомпонентным);  $M$  — масса оболочки;  $\beta_j^L = \exp \left( - \left( \frac{\sqrt{m_{j-1}^L - m_j^L - m_{\min}^L}}{m_*^L} \right)^{\Lambda_L} \right)$ ;

$m_0^L = m_{\min}^L$ ;  $m_{K_L+1}^L = m_{\max}^L$ ;  $m_*^L$  — характерная масса крупных фрагментов. Число фрагментов ансамбля  $m_j^L$  ( $j = 1, 2, \dots, K_L$ ) составляет для крупных фрагментов

$$N_j^L = N_0^L(\beta_j^L - \beta_{j+1}^L), \quad j = 1, 2, \dots, K_L.$$

Аналогично рассчитывается распределение осколков в мелкой (откольной) фракции. Пусть из всего спектра мелких фрагментов типа  $S$  нужно выделить  $K_S$  ансамблей фрагментов с массами  $m_1^S, m_2^S, \dots, m_{K_S}^S$ :  $m_{\min}^S < m_1^S < m_2^S < \dots < m_{K_S}^S < m_{\max}^S$ ,  $m_{\min}^S$  и  $m_{\max}^S$  — некоторые предельные минимальная и максимальная массы элементов фракции мелких осколков. Тогда в предположении, что энергия, расходуемая на отрыв мелкого фрагмента от предварительного крупного фрагмента, в точности равна энергии, запасенной в этом мелком фрагменте ( $\gamma S_j^S = k_E E_* m_j^S$ ), полное число мелких фрагментов  $N_0^S$  определяется по формуле

$$N_0^S = \frac{(1 - k_M^L)M}{\sum_{i=1}^{K_S} m_i^S (\beta_i^S - \beta_{i+1}^S)},$$

где  $\beta_j^S = \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{m_{j-1}^S m_j^S} - m_{\min}^S}{m_*^S}\right)^{\Lambda_S}\right)$ ;  $m_0^S = m_{\min}^S$ ;  $m_{K_S+1}^S = m_{\max}^S$ ;  $m_*^S$  — характерная масса мелких фрагментов. Число фрагментов ансамбля  $m_j^S$  ( $j = 1, 2, \dots, K_S$ ) составляет для мелких фрагментов

$$N_j^S = N_0^S(\beta_j^S - \beta_{j+1}^S), \quad j = 1, 2, \dots, K_S.$$

Полное число фрагментов

$$N_0 = N_0^L + N_0^S.$$

Ограничения на минимальные допустимые массы фрагментов:

$$m_{\min}^L \geq \frac{36\pi}{\rho_0^2} \alpha_1^3 \left(\frac{\gamma}{k_E E_*}\right)^3; \quad m_{\min}^S \geq \frac{9\pi}{2\rho_0^2} \alpha_1^3 \left(\frac{\gamma}{k_E E_*}\right)^3,$$

где  $0 < \alpha_1 \leq 1$ ;  $\rho_0$  — плотность оболочки.

### Математическая модель движения двухфазной среды, состоящей из газа и частиц, в эйлерово-лагранжевом представлении

Рассматривается движение двухфазной среды, состоящей из газа и частиц, для случая их малого объемного содержания. В свою очередь, будем считать газ двухкомпонентной гомогенной смесью, состоящей из воздуха и ПВ.

**Система уравнений для газа.** Система уравнений для двухкомпонентного газа в двумерной осесимметричной или плоской геометрии имеет вид [10]

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Q\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(Q\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(Q\rho v)}{\partial y} &= 0; \\ \frac{\partial(\rho u Q)}{\partial t} + \frac{\partial((\rho u^2 + P)Q)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv Q)}{\partial y} &= -F_x \rho Q; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(\rho v Q)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v Q)}{\partial x} + \frac{\partial((\rho v^2 + P)Q)}{\partial y} = -F_y \rho Q + Q'(y)P; \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon Q)}{\partial t} + \frac{\partial((\varepsilon + p)uQ)}{\partial x} + \frac{\partial((\varepsilon + p)vQ)}{\partial y} = -uF_x \rho Q - vF_y \rho Q - Q_T;$$

$$\frac{\partial(\rho \alpha Q)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \alpha Q)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \alpha Q)}{\partial y} = 0,$$

где  $Q = \begin{cases} 1 & \text{— плоская задача;} \\ y & \text{— осесимметричная задача;} \end{cases}$   $\alpha$  — массовая концентрация воздуха;  $\varepsilon = \rho \left( E + \frac{u^2 + v^2}{2} \right)$ ;

$Q_T$  — тепловой поток. Правые части в (1) будут конкретизированы ниже. Система (1) дополняется уравнением состояния газа, представляющего собой смесь воздуха и ПВ [12].

**Система уравнений для частиц.** Совокупность всех частиц разобьем на ансамбли или пакеты. Будем считать, что в каждом конкретном пакете — частицы одного размера с одинаковыми параметрами. Систему уравнений движения частиц из  $m$ -го пакета имеем в виде

$$\frac{dx_m}{dt} = u_m; \quad \frac{dy_m}{dt} = v_m; \quad \frac{du_m}{dt} = f_{x_m}; \quad \frac{dv_m}{dt} = f_{y_m}; \quad \frac{dE_m}{dt} = q_{m_T}. \quad (2)$$

Здесь  $m = 1, \dots, N$  ( $N$  — количество пакетов);  $f_{x_m} = f_{x_s} + f_{x_A} + f_{x_p} + f_{x_\mu}$ ;  $f_{y_m} = f_{y_s} + f_{y_A} + f_{y_p} + f_{y_\mu}$ ;  $f_{x_s}, f_{y_s}$  — компоненты силы сопротивления;  $f_{x_A}, f_{y_A}$  — компоненты силы Архимеда;  $f_{x_p}, f_{y_p}$  — компоненты силы за счет присоединенной массы;  $f_{x_\mu}, f_{y_\mu}$  — компоненты силы вязкого трения;  $q_{m_T}$  — тепловой поток от газа к частице. Тепловой поток  $Q_T$  из правой части четвертого уравнения (1) определяется по формуле  $Q_T = S\beta(T - T_{m_{гр}})$ , где  $\beta$  — коэффициент теплоотдачи, для сферической формы частицы  $\beta = \frac{\lambda Nu}{d_P}$  ( $\lambda$  — коэффициент теплоотдачи частицы;  $d_P$  — диаметр частицы;  $Nu$  — число Нуссельта);  $S$  — площадь поверхности частицы;  $T$  — температура газа;  $T_{m_{гр}}$  — температура поверхности частиц. Формулы для вычисления сил, действующих на частицу, и теплообмена между газом и частицей приведены в работе [13].

Решение систем (1) и (2) проводится поэтапно, путем разбиения по физическим процессам. На первом этапе решается система уравнений для газа с нулевыми правыми частями методом Годунова. Получаются значения величин  $\bar{\rho}, \bar{u}, \bar{v}, \bar{E}, \bar{\alpha}$ . По полученным значениям вычисляются правые части системы уравнений (2) для частиц, и эта система решается методом Эйлера. Далее по полученным значениям уточняются газодинамические параметры в ячейках. Это достигается путем решения уравнений для газа

$$\frac{du}{dt} = 0; \quad \frac{d(\rho u)}{dt} = -F_x \rho; \quad \frac{d(\rho v)}{dt} = -F_y \rho; \quad \frac{d(E\rho)}{dt} = -Q_T, \quad (3)$$

где  $F_x = \frac{\sum V_m f_{x_m}}{V_{ij}}$ ,  $F_y = \frac{\sum V_m f_{y_m}}{V_{ij}}$  — компоненты объемной силы;  $Q_T = \frac{\sum V_m q_{m_T}}{V_{ij}}$ ;  $V_m$  — суммарный объем частиц. Здесь суммирование ведется по пакетам, попавшим в ячейку с объемом  $V_{ij}$ . Во всех приведенных ниже расчетах теплообмен между газом и фрагментами не учитывался. Из всех сил учитывалась только сила сопротивления.

## Численные примеры

**Расчеты в одномерной постановке.** Здесь проводится сравнение количества осколков и их скоростей, полученных в экспериментах [5] и в расчетах, при взрыве шаровых зарядов различной массы, окруженных металлическими оболочками из алюминия или стали.

В опытах для взрывного нагружения оболочек использовались литые заряды взрывчатых веществ (ВВ) сферической формы ТГ 50/50, различающиеся по массе примерно в 20 раз. Однако отношения массы оболочки к массе заряда отличались незначительно. В качестве металлической оболочки, окружающей заряд ВВ сферической формы, использовались прилегающие к поверхности ВВ и состыкованные между собой полусферические оболочки постоянной толщины из стали или алюминиевого сплава, масса которых составляла  $\approx 30\%$  от массы ВВ. Инициирование заряда ВВ производилось детонатором, установленным либо на поверхности заряда ВВ, либо в центре. В эксперименте для определения количества осколков и их поражающего действия на расстояниях  $L \approx (4,5 \div 4,9)R_{ВВ}$  от центра заряда устанавливались преграды (экраны).

В табл. 1 приведены основные параметры при постановке опытов и расчетов, а также полученные результаты — скорость и количество осколков. Здесь  $M_{ВВ}$  — масса заряда ВВ;  $R_{ВВ}$  — радиус заряда ВВ;  $M_{ин}$  — масса оболочки;  $V_1$  — экспериментальная скорость осколков;  $N_1$  — экспериментальное количество осколков;  $V_2$  — расчетная скорость осколков;  $N_2$  — расчетное количество осколков;  $m_*^L = m_*^S$  — характерная масса осколков, принятая в расчете.

В проведенных расчетах детонация ВВ начиналась из центра. Для оболочки из стали в расчетах принимались следующие параметры:  $\rho_0 = 7,85 \text{ г/см}^3$ ;  $\gamma = 0,09 \text{ кДж/см}^2$ ;  $D^* = 0,3 \text{ кДж/г}$ ;  $\mu = 77 \text{ кПа}$ ;  $\eta = 9,2 \text{ ГПа} \cdot 10^{-5} \text{ с}$ ;  $J_0 = 2,3 \text{ ГПа}$ ;  $\alpha_1 = 1$ ,  $k_E = 1$ ; для алюминиевой оболочки  $\rho_0 = 2,7 \text{ г/см}^3$ ;  $\gamma = 0,04 \text{ кДж/см}^2$ ;  $D^* = 0,03 \text{ кДж/г}$ ;  $\mu = 27,7 \text{ кПа}$ ;  $\eta = 10 \text{ ГПа} \cdot 10^{-5} \text{ с}$ ;  $J_0 = 0,29 \text{ ГПа}$  [7];  $\alpha_1 = 1$ ;  $k_E = 1$ .

На рис. 1, 2 приведены графики распределения осколков по их массе. Из рисунков видно, что в расчетах с  $M_{ВВ} = 0,248 \text{ кг}$  масса осколков не превышает 0,2 г, для  $M_{ВВ} = 0,935 \text{ кг}$  масса осколков менее 1 г, а для  $M_{ВВ} = 5,17$  — менее 2 г. Количество осколков при разлете стальных оболочек больше, чем при разлете оболочек из алюминия, за счет более мелких осколков.

Важным параметром в расчетах определения количества осколков и их спектра является характерная масса осколков. Так, например, в расчете с зарядом массой 0,935 кг и алюминиевой оболочкой массой 0,3085 кг число получаемых осколков колеблется от 14568 при  $m_*^L = m_*^S = 0,01 \text{ г}$  до 242 при  $m_*^L = m_*^S = 1 \text{ г}$ .

Характерные массы осколков, приведенные в табл. 1, выбраны по экспериментальным данным. Если реальные осколки заменить осколками, имеющими форму диска диаметром  $d$  и толщиной, равной толщине оболочки, то характерный размер крупного осколка  $d_{exp}$  находится из его площади, которая равна площади оболочки, деленной на количество осколков, полученных по экспериментальным данным. Для стали значения  $d_{exp}$  приведены в [5]. Зная  $d_{exp}$  и толщину оболочки, можно определить характерную массу осколков. Из табл. 1 видно, что при взятых характерных массах экспериментальное и рассчитанное количества осколков отличаются друг от друга менее чем на 10 %.

В работе [5] количество осколков, образующихся при взрыве, рассчитывали по количеству краев на преградах. Там же приведена формула для определения характерного размера осколков  $d_{calc}$  из баланса упругой энергии и работы разрушения при дроблении оболочек из стали:

$$d = \frac{8\lambda E}{Y^2}, \quad (4)$$

Таблица 1

Основные параметры и результаты экспериментов из [5] и расчетов

Номер опыта	$M_{ВВ}$ , кг	$R_{ВВ}$ , см	Материал оболочки	$M_{ин}$ , кг	$V_1$ , км/с	$N_1$	$V_2$ , км/с	$N_2$	$m_*^L = m_*^S$ , г
1	5,17	9,0	Сталь	1,666	2,89	4970	2,94	4758	0,337
2	5,17	9,0	Алюминий	1,771	2,84	4500	2,68	4264	0,367
3	0,935	5,1	Сталь	0,3085	3,0	3804	2,91	3600	0,082
4	0,935	5,1	Алюминий	0,3085	2,73	3070	2,82	2830	0,094
5	0,248	3,3	Сталь	0,0564	3,01	3350	3,39	3132	0,017
6	0,248	3,3	Алюминий	0,0725	2,87	2800	2,99	2504	0,024

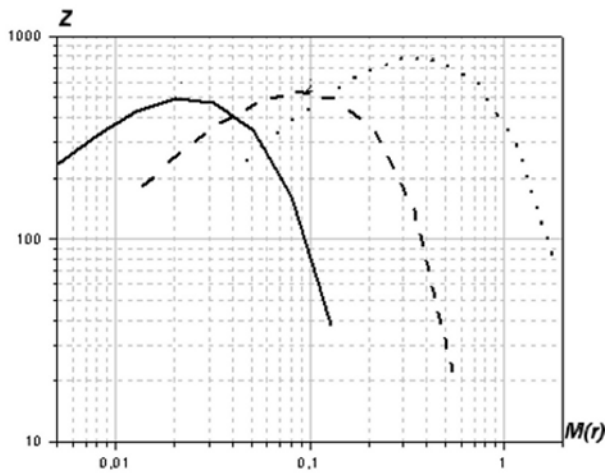


Рис. 1. Распределение осколков по спектру массы в расчетах разлета оболочки из алюминия: — —  $M_{BV} = 0,248$  кг; - - - -  $M_{BV} = 0,935$  кг; . . . .  $M_{BV} = 5,17$  г

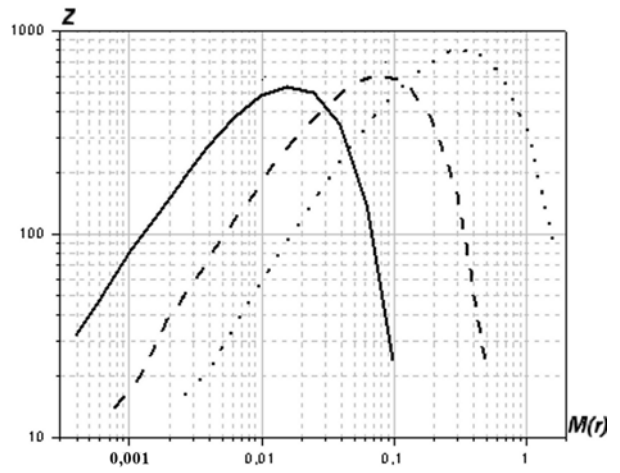


Рис. 2. Распределение осколков по спектру массы в расчетах разлета стальной оболочки: — —  $M_{BV} = 0,248$  кг; - - - -  $M_{BV} = 0,935$  кг; . . . .  $M_{BV} = 5,17$  г

где  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup> — модуль продольной упругости;  $Y$  — динамический предел текучести;  $\lambda$  — работа разрушения после пластической деформации.

Динамический предел текучести для стали Ст.3 определялся из зависимости

$$Y = Y_0 [1 + (0,05\dot{\epsilon})^{0,23}],$$

где  $Y_0 = 2,35 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup> — статический предел текучести стали Ст.3;  $\dot{\epsilon}$  — скорость деформации.

Удельная работа разрушения при дроблении материала в области пластических деформаций оценивалась по формуле

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n},$$

где  $\lambda_0 = 6 \cdot 10^4$  Дж/м<sup>2</sup> — удельная работа разрушения при отколе,  $n = 10$ .

В табл. 2 приведены характерные размеры осколков для стали  $d_{calc}$  и  $d_{exp}$ , взятые из [5], и полученные по ним авторами характерные массы осколков  $m_{calc}^*$  и  $m_{exp}^*$ , а также рассчитанное общее число осколков  $N_{calc}$  и  $N_{exp}$ . Во всех дальнейших расчетах характерный размер стальных осколков вычислялся по формуле (3), в которой скорость деформации бралась из расчета на момент фрагментации.

Из табл. 2 видно, что, несмотря на незначительное отличие  $d_{calc}$  и  $d_{exp}$ , совпадения по числу и спектру получаемых осколков с удовлетворительной точностью ( $\approx 10\%$ ) имеются только в случае  $M_{BV} = 0,935$  кг. Для  $M_{BV} = 0,238$  кг при  $m_{calc}^*$  получено приблизительно на 26% меньше осколков, чем при  $m_{exp}^*$ , и их спектр сдвинут в сторону осколков большей массы. Для случая  $M_{BV} = 5,17$  кг при  $m_{calc}^*$  получено на 60% больше осколков, чем при  $m_{exp}^*$ , и их спектр сдвинут в сторону осколков меньшей массы.

Для алюминия оценка характерного размера осколков по формуле (3) в [5] не приводится из-за отсутствия данных по  $Y$  и  $\lambda$  при высоких скоростях.

Таблица 2

**Характерные размеры и массы осколков из стали Ст.3 и количества осколков, полученные в расчетах**

$M_{BV}$ , кг	$d_{calc}$ , мм	$m_{calc}^*$ , г	$N_{calc}$	$d_{exp}$ , мм	$m_{exp}^*$ , г	$N_{exp}$
0,248	2,68	0,023	2306	2,34	0,017	3132
0,935	3,19	0,074	4016	3,37	0,82	3600
5,17	4,05	0,206	7846	5,18	0,337	4758



После разрушения оболочек расчеты с  $M_{ВВ} = 5,17$  кг были продолжены по модели гетерогенной среды *газ—частицы*. Расчет разлета фрагментов стальной оболочки был продолжен с момента времени  $t = 28,9$  мкс, скорость фрагментов оболочки на этот момент составила  $2,96$  км/с. Всего было сформировано 442 пакета из 4 758 сферических частиц. Коэффициент сопротивления для сферических частиц брался в виде  $C_D = 0,48 + 28\text{Re}^{-0,85}$ , где  $\text{Re}$  — число Рейнольдса [14]. Использование других формул из [14] для коэффициента сопротивления практически не меняет результатов расчета.

На рис. 3 приведены зависимости скорости частиц различной массы от времени и от радиуса, полученные в расчете со стальной оболочкой. До момента  $t = 100$  мкс скорость ударной волны выше, чем скорость частиц. В ПВ происходит доразгон частиц. Затем частицы обгоняют ударную волну и тормозятся в воздухе, при этом легкие частицы теряют скорость быстрее, чем тяжелые. Происходит так называемая *сепарация частиц* по скоростям.

На рис. 4–9 (см. также цветную вкладку) приведены поля давления (в ГПа) и концентраций ( $\alpha = 1$  — воздух,  $\alpha = 0$  — ПВ), а также положение пакетов частиц на отдельные моменты времени, иллюстрирующие полученную картину течения. Отметим, что закон падения скорости ударной волны в зависимости от расстояния — квадратичный, а скорости фрагментов — близок к линейному.

Расчет с алюминиевой оболочкой был проведен до разлета частиц на радиус  $\sim 10$  м ( $t = 4,3$  мс). Всего в этом случае сформировано 268 пакетов из 4 264 частиц. Частицы от алюминиевой оболочки в среднем более тяжелые, чем от стальной, хотя начальные массы оболочек близки. При одинаковой массе алюминиевые частицы имеют радиус в 2,9 раза больше, чем стальные, и, следовательно, сильнее тормозятся.

На рис. 10 приведены зависимости от времени и от радиуса скорости сферических частиц различной массы, полученные в расчете с алюминиевой оболочкой. Так как спектр частиц менее разбросан, частицы из алюминия летят более кучно, чем стальные (см. рис. 9, 11, а также цветную вкладку). Сепарация их по скоростям происходит в более поздние времена.

Расчет с алюминиевой оболочкой был повторен с представлением полученных фрагментов в виде кубиков. Уравнения движения кубика массой  $m$  имеют вид [3]

$$m \frac{dV_x}{dt} = -\rho_r \frac{|\vec{V} - \vec{V}_r| (V_x - V_{xr})}{2} S C_D; \quad m \frac{dV_y}{dt} = -\rho_r \frac{|\vec{V} - \vec{V}_r| (V_y - V_{yr})}{2} S C_D,$$

где  $\rho_r$  — плотность газа;  $V_x, V_y$  — компоненты скорости кубика;  $V_{xr}, V_{yr}$  — компоненты скорости газа;  $S$  — площадь миделя по диагонали кубика ( $S = h^2\sqrt{2}$ ,  $h$  — длина ребра кубика);  $C_D$  — коэффициент сопротивления, взятый из [3] для призм.

На рис. 12 приведены зависимости от времени и от радиуса скорости частиц в виде кубиков различной массы, полученные в расчете. При сравнении их с зависимостями для сферических частиц той же массы видно, что частицы в виде кубиков разгоняются больше в ударной волне и

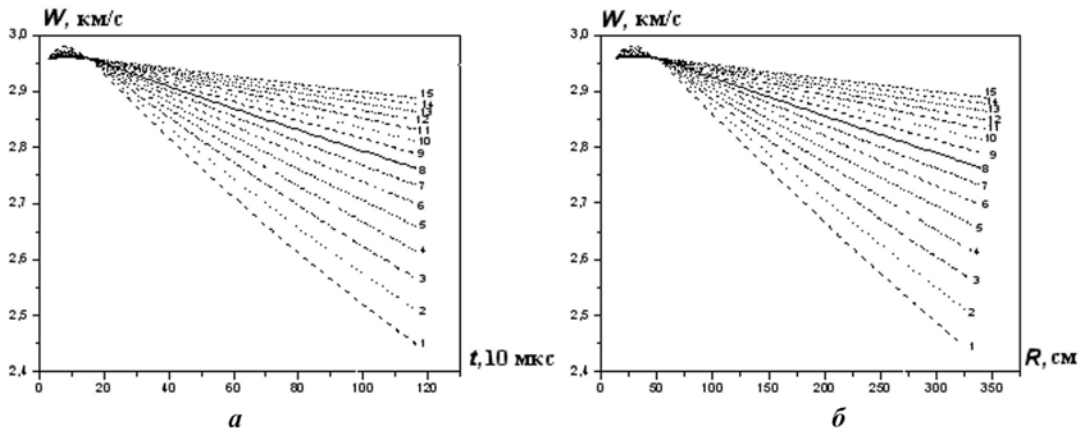


Рис. 3. Зависимости от времени (а) и от радиуса (б) скорости сферических стальных частиц для различных значений их массы: 1 —  $m = 0,00261$  г; 2 —  $m = 0,00414$  г; 3 —  $m = 0,00653$  г; 4 —  $m = 0,01040$  г; 5 —  $m = 0,01648$  г; 6 —  $m = 0,02612$  г; 7 —  $m = 0,04141$  г; 8 —  $m = 0,06563$  г; 9 —  $m = 0,1040$  г; 10 —  $m = 0,1648$  г; 11 —  $m = 0,2613$  г; 12 —  $m = 0,4141$  г; 13 —  $m = 0,6563$  г; 14 —  $m = 1,0401$  г; 15 —  $m = 1,6484$  г

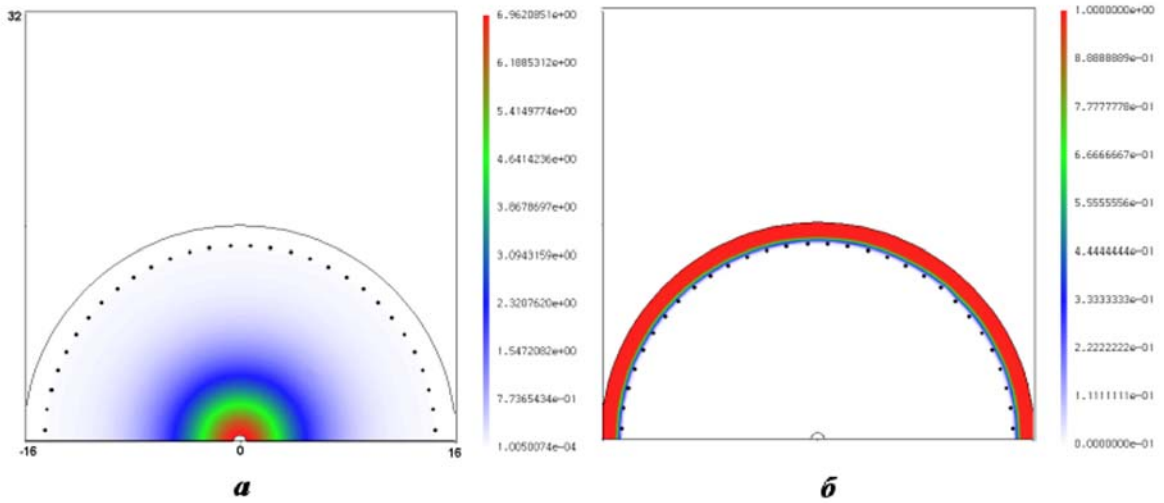


Рис. 4. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из стали,  $t = 32,4$  мкс

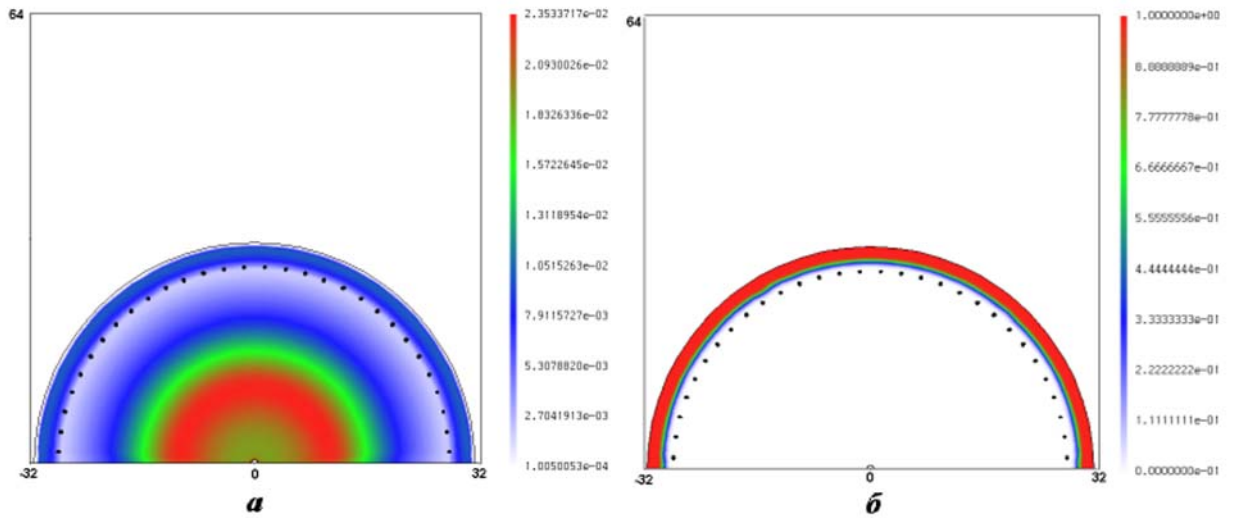


Рис. 5. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из стали,  $t = 77,5$  мкс

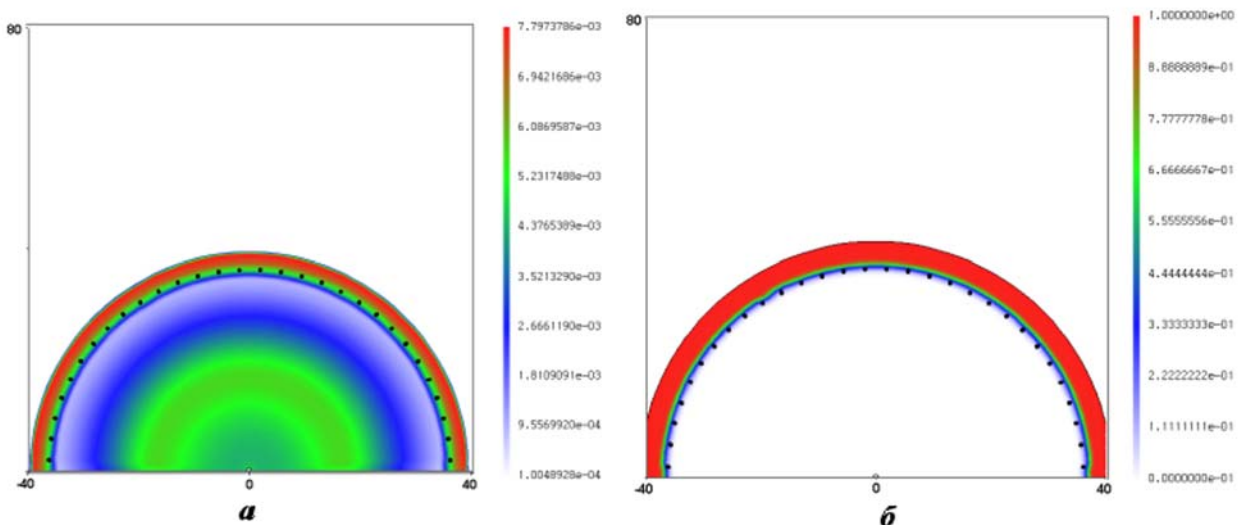


Рис. 6. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из стали,  $t = 106,1$  мкс

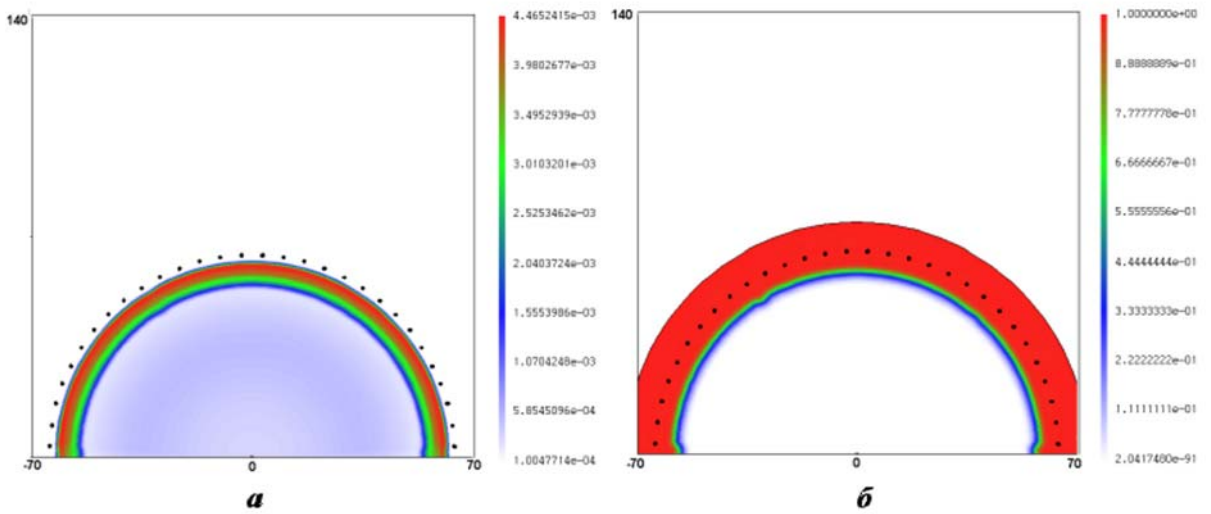


Рис. 7. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из стали,  $t = 201,8$  мкс

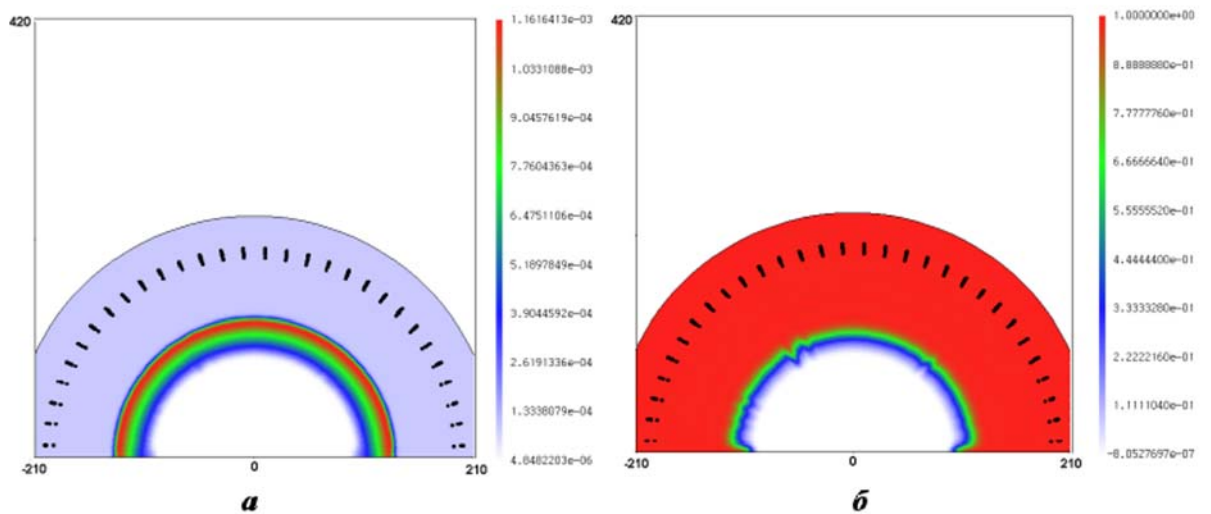


Рис. 8. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из стали,  $t = 669,2$  мкс

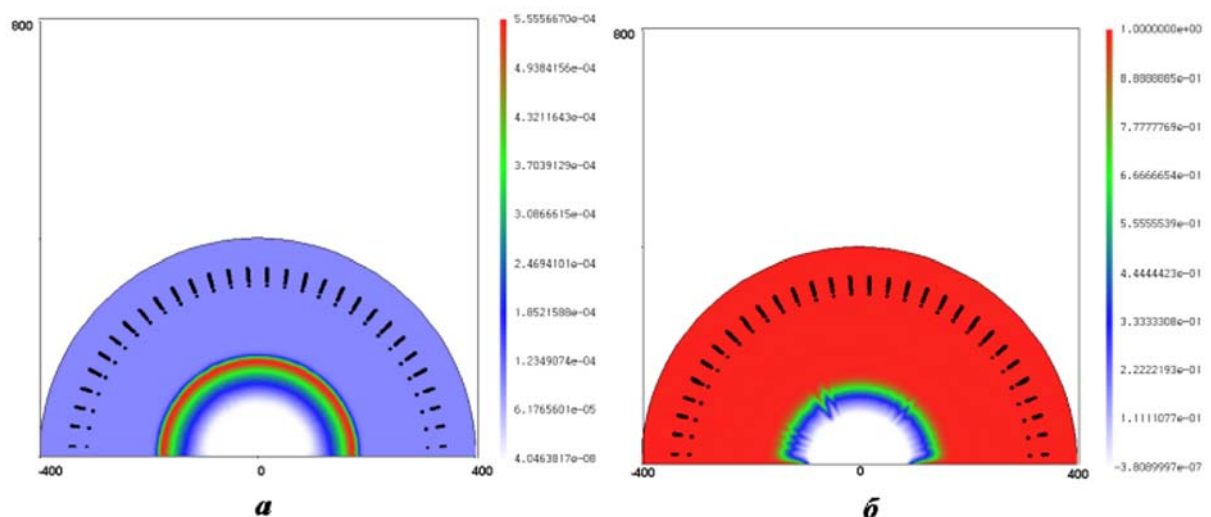


Рис. 9. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из стали,  $t = 1,17$  мс

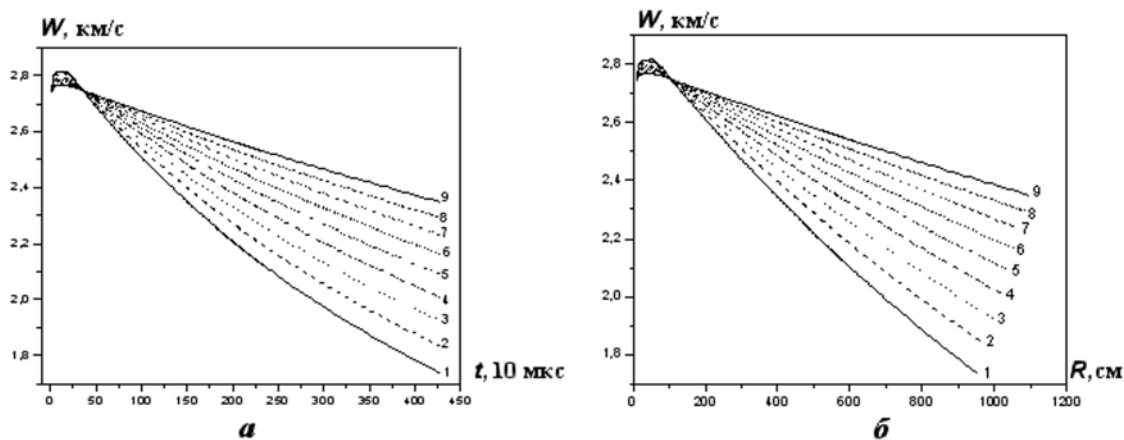


Рис. 10. Зависимости от времени (а) и от радиуса (б) скорости сферических алюминиевых частиц для различных значений их массы: 1 —  $m = 0,0463$  г; 2 —  $m = 0,0735$  г; 3 —  $m = 0,1165$  г; 4 —  $m = 0,1847$  г; 5 —  $m = 0,2927$  г; 6 —  $m = 0,4638$  г; 7 —  $m = 0,7352$  г; 8 —  $m = 1,1651$  г; 9 —  $m = 1,8465$  г

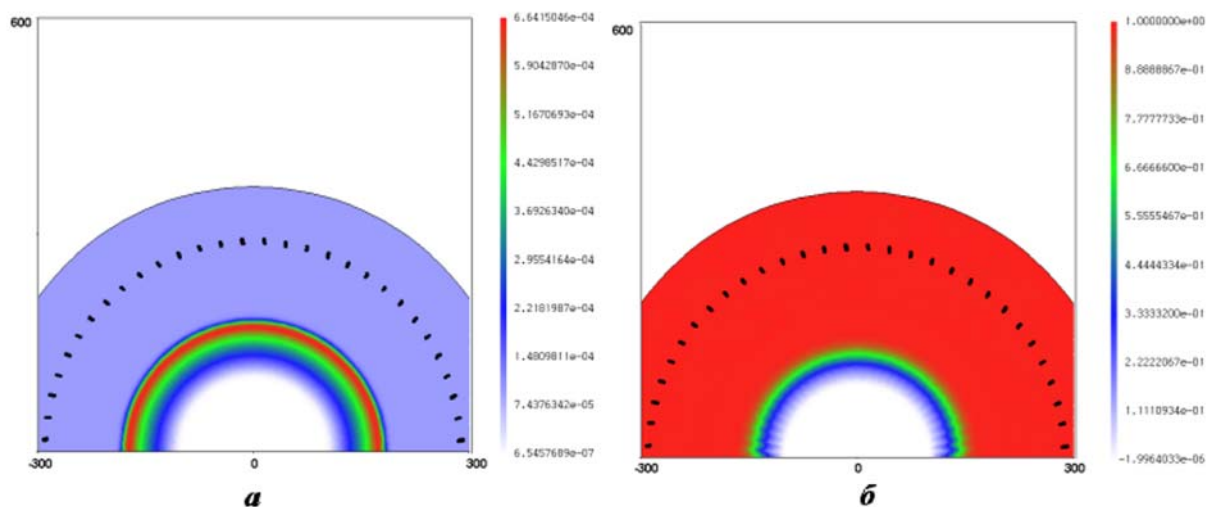


Рис. 11. Поля давления (а) и концентрации (б) ПВ и положение сферических частиц из алюминия,  $t = 1,06$  мс

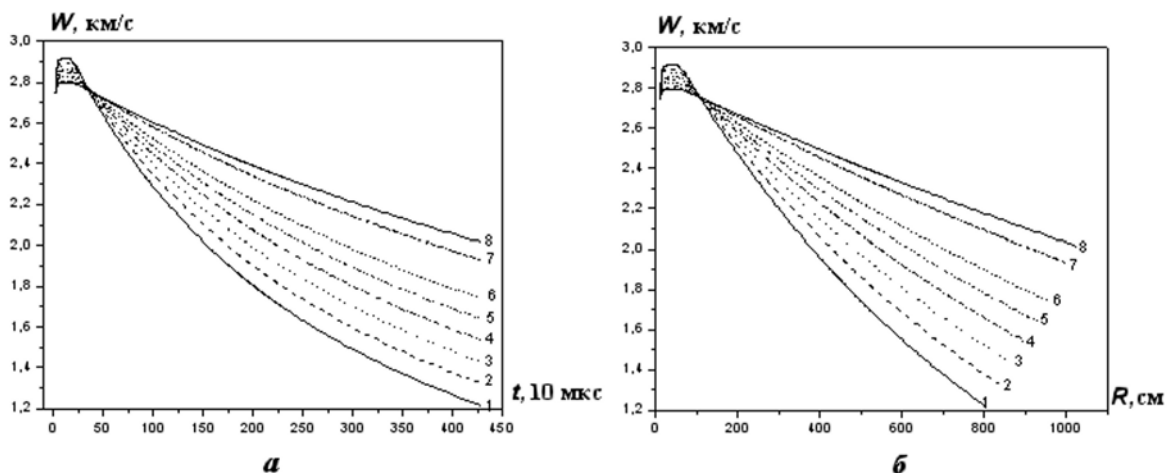


Рис. 12. Зависимости от времени (а) и от радиуса (б) скорости кубических алюминиевых частиц для различных значений их массы: 1 —  $m = 0,0463$  г; 2 —  $m = 0,0735$  г; 3 —  $m = 0,1165$  г; 4 —  $m = 0,1847$  г; 5 —  $m = 0,2927$  г; 6 —  $m = 0,4638$  г; 7 —  $m = 1,1651$  г; 8 —  $m = 1,8465$  г

далее быстрее тормозятся, чем сферические частицы. На рис. 13 приведены для сравнения графики изменения скорости частиц разной формы для массы фрагментов  $m_1 = 0,0463$  г и  $m_2 = 1,8465$  г. На рис. 14 (см. также цветную вкладку) для сравнения приведены поля давления ПВ и положение частиц в расчетах с шариками и кубиками на момент времени  $t = 4,3$  мс. Видно, что частицы в виде кубиков пролетели меньшее расстояние и подверглись большей сепарации по сравнению с частицами в виде шариков.

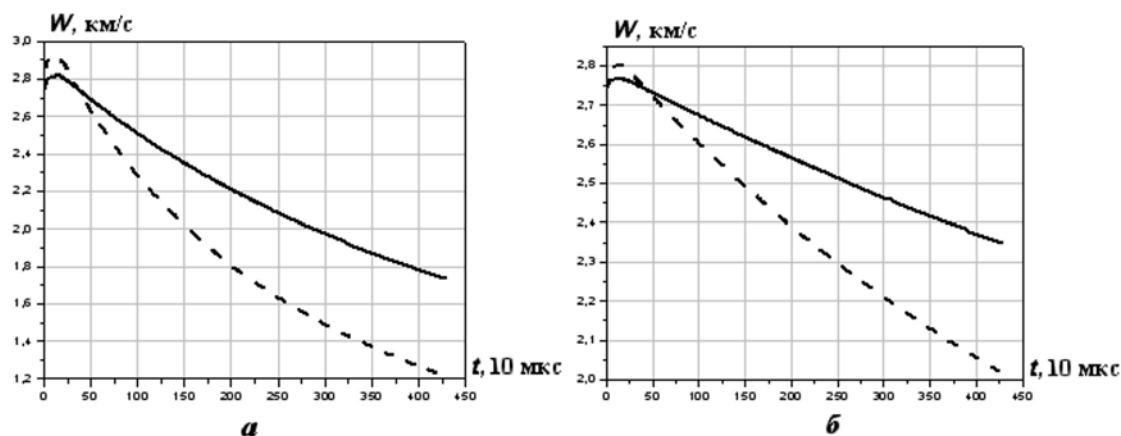


Рис. 13. Зависимости скорости алюминиевых частиц массой  $m_1 = 0,0463$  г (а) и  $m_2 = 1,8465$  г (б) от времени: — — шарик; - - - кубик

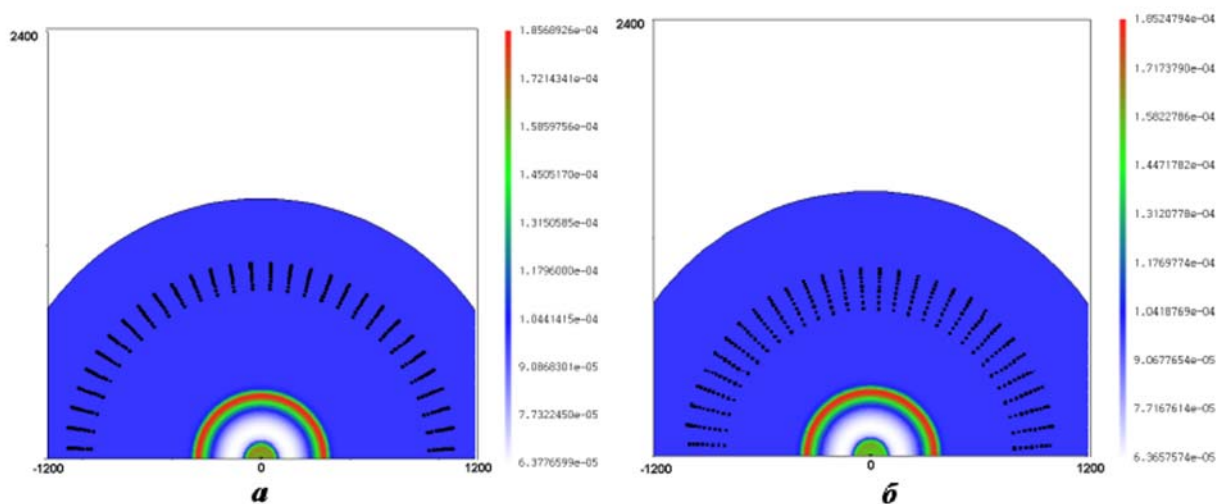


Рис. 14. Поля давления ПВ и положение алюминиевых частиц различной формы,  $t = 4,3$  мс: а — шарик; б — кубик

**Расчеты в двумерной постановке.** Рассматривались фрагментация и разлет фрагментов алюминиевой оболочки массой 127 г ( $R_{\text{внутр}} = 3,3$  см,  $h = 0,313$  см) при внутреннем взрыве заряда ВВ массой 245 г с параметрами  $\rho_0 = 1,6276$  г/см<sup>3</sup>,  $Q = 4,752$  кДж/г. Детонация инициировалась из точки на оси симметрии на наружной поверхности заряда.

В этом случае фрагментация оболочки происходит не одновременно, а последовательно по ячейкам от точки инициирования вдоль образующей. По углу в расчете бралось 120 счетных ячеек. Фрагментация оболочки началась в момент времени  $t_1 = 4,75$  мкс, даже раньше, чем закончилась детонация заряда ( $t_2 = 8,66$  мкс). Полностью оболочка фрагментировалась к моменту  $t_3 = 11,2$  мкс. Всего было получено 7113 фрагментов, которые разбились на 537 пакетов. После полного разрушения оболочки расчет разлета сферических частиц был продолжен по гетерогенной модели газ—частицы.

На рис. 15 приведены зависимости скорости сферических частиц различной массы, летящих над центром взрыва. Видно, что эти частицы начинают тормозиться после момента  $t = 50$  мкс. На рис. 16 приведено положение частиц на несколько моментов времени. Видно, что разлет частиц не одномерен.

Разработанная и реализованная двумерная модель фрагментации оболочек вместе с моделью разлета фрагментов в пространстве может быть использована для оценки совместного ударного и осколочного воздействия на объекты (см. рис. 17, а также цветную вкладку, где изображена картина воздействия ПВ и фрагментов алюминиевой оболочки на жесткий цилиндр в расчете с зарядом  $M_{ВВ} = 5,17$  кг, инициии.

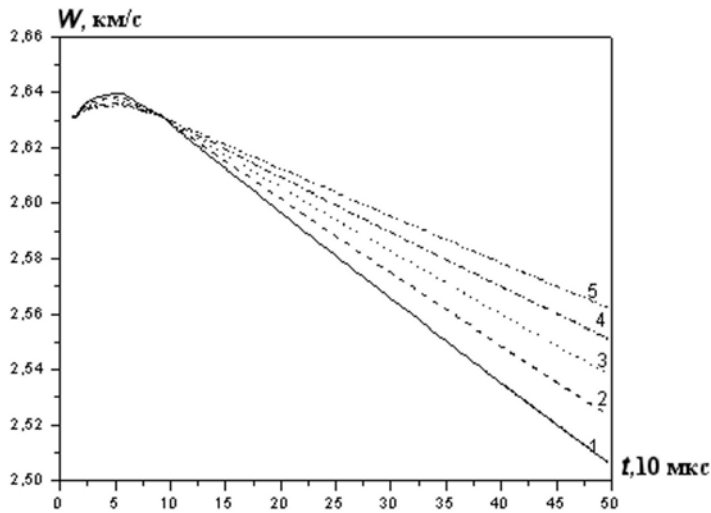


Рис. 15. Зависимости скорости сферических алюминиевых частиц над центром взрыва от времени для различных значений их массы: 1 —  $m = 0,0087$  г; 2 —  $m = 0,0138$  г; 3 —  $m = 0,0218$  г; 4 —  $m = 0,0346$  г; 5 —  $m = 0,0548$  г

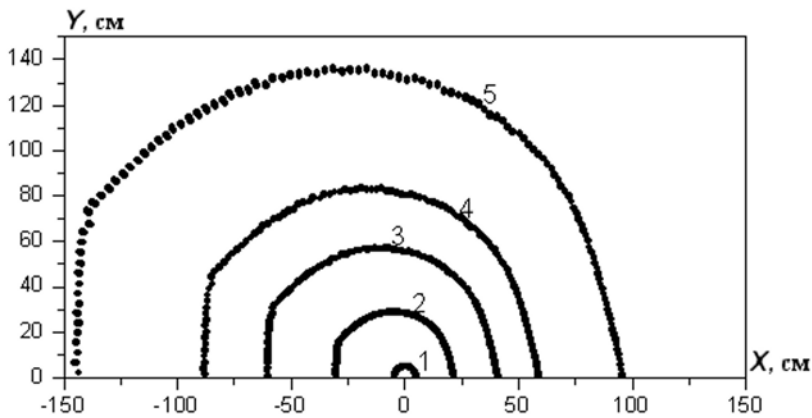


Рис. 16. Положение сферических частиц на отдельные моменты времени: 1 —  $t = 12,8$  мкс; 2 —  $t = 100$  мкс; 3 —  $t = 200$  мкс; 4 —  $t = 300$  мкс; 5 —  $t = 500$  мкс

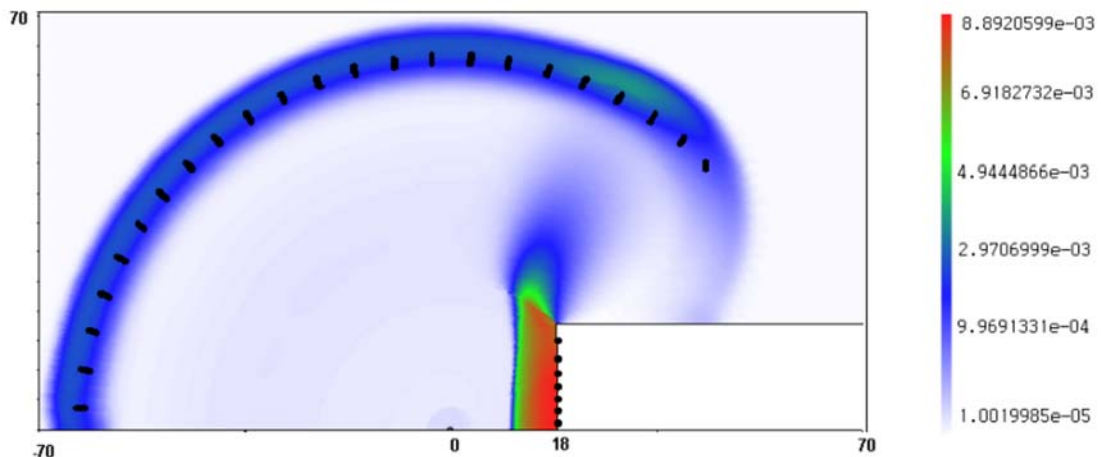


Рис. 17. Поле давления и положение фрагментов стальной оболочки на момент времени  $t = 207$  мкс ( $M_{ВВ} = 5,17$  кг)

## Зависимость распределения фрагментов от выбора параметра предельной удельной диссипации упругой энергии

В расчетах фрагментации тонких стальных оболочек параметр предельной удельной диссипации упругой энергии  $D^*$  был взят равным 0,3 кДж/г. Вообще говоря, найти в справочниках значение этой величины авторам не удалось. Выбрано оно из тех соображений, что прочностные характеристики стали на порядок выше, чем у алюминия, а для алюминия в [6]  $D^* = 0,03$  кДж/г.

Авторами проведены расчеты фрагментации стальной оболочки массой  $m_{об} = 1,666$  кг при взрыве заряда массой  $M_{ВВ} = 5,17$  кг для различных значений  $D^*$ . Остальные параметры сохранялись. Результаты расчетов показаны в табл. 3. Видно, что с увеличением параметра  $D^*$  время фрагментации затягивается, скорость оболочки уменьшается за счет повышения ее прочности. Меняется и масса максимального размера фрагмента. Однако общее распределение по массе сохраняется.

Таблица 3

### Результаты расчетов фрагментации стальной оболочки при различных значениях $D^*$

Номер расчета	$D^*$ , кДж/г	$t_{разр}$ , мкс	$R_{разр}$ , см	$W$ , км/с	$N_{оск}$	$m_{max}$	$m_{min}$
1	0,2	24,1	12,23	2,92	4 738	1,56	0,0031
2	0,3	28,2	13,39	2,88	4 784	1,66	0,0026
3	0,5	35,5	15,51	2,82	4 760	1,61	0,0026
4	0,6	39,5	16,50	2,75	4 766	2,4	0,0024

## Заключение

Разработана и реализована методика расчета фрагментации тонких металлических оболочек под действием импульсной нагрузки с учетом спектра фрагментов по массе. Реализована методика расчета их дальнейшего разлета в пространстве по модели гетерогенной среды *газ—частицы*. Описание движения газа (смесь ПВ и воздуха) проводится в эйлеровом представлении, фрагментов — в лагранжевом. Рассмотрено представление фрагментов оболочки частицами сферической и кубической формы.

Численные расчеты показали, что при разлете фрагментов происходит их сепарация по скоростям. Легкие фрагменты тормозятся в воздухе быстрее и отстают от тяжелых. В двумерном случае такая сепарация происходит в разных направлениях по-разному. Учет сепарации фрагментов по скоростям позволяет рассчитать импульсное воздействие осколков на преграды во времени.

## Список литературы

1. *Одинцов В. А., Чудов Л. А.* Расширение и разрушение оболочек под воздействием продуктов детонации // *Механика*. 1975. № 5. С. 86—154.
2. *Grady D. E.*: The spall strength of condensed matter // *J. Mech. Phys. Solids*. 1988. Vol. 36, No 3. P. 353—384.
3. *Физика взрыва*. Т. 1 / Под ред. Л. П. Орленко. М.: Физматлит, 2002.
4. *Иванов А. Г.* Хрупкая прочность тонкостенных сосудов // *Проблемы прочности*. 1988. № 6. С. 49—53.
5. *Иванов А. Г., Сырунин М. А., Федоренко А. Г., Цой А. П.* Дробление сферических оболочек при внутреннем взрывном нагружении // Там же. 2001. № 2. С. 78—87.
6. *Киселев А. Б.* Простейшие математические модели разрушения космического аппарата при взрыве // *ПМТФ*. 1995. Т. 36, № 2. С. 159—165.

7. *Киселев А. Б.* Математическое моделирование взрывного разрушения сферических оболочек с образованием двух фракций осколков // Вестник МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1999. № 2. С. 41—48.
8. *Киселев А. Б.* Математическое моделирование фрагментации тонкостенных сферических оболочек под действием динамического внутреннего давления // Там же. № 3. С. 52—60.
9. *Величко О. М., Губкова Г. Н., Дерюгин Ю. Н. и др.* Пакеты программ для решения многомерных задач газовой динамики разностным методом Годунова // Сб. докл. науч. конф. Волжского регионального центра РАН АН "Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения". Саров, 2000 г.
10. Численное решение многомерных задач газовой динамики / Под ред. С. К. Годунова. М.: Наука, 1976.
11. Физика взрыва. Т. 2 / Под ред. Л. П. Орленко. М.: Физматлит, 2002.
12. *Лин Э. Э., Мельцас В. Ю., Портнягина Г. Ф.* Сравнение экспериментальных и расчетных данных по давлению при сильном расширении продуктов взрыва в замкнутом объеме // Труды РФЯЦ-ВНИИЭФ. 2003. Вып. 4. С. 266—275.
13. *Абакумов А. И., Заикин С. Н., Мельцас В. Ю. и др.* Численная модель деформирования противоосколочной сетки при взрывном нагружении // Там же. 2006. Вып. 10. С. 16—31.
14. *Saito T., Marumoto M., Takayama K.* Numerical investigations of shock waves in gas-particle mixtures // Shock Waves. 2003. Vol. 13. P. 299—322.

Статья поступила в редакцию 01.12.08.

---