

УДК 621.386.12/17

ВЛИЯНИЕ "ПЕРЕПАКОВКИ" ПРОЕКЦИЙ ПУЧКА ИЗЛУЧЕНИЯ ИЗ ВЕЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ В ПАРАЛЛЕЛЬНУЮ НА КАЧЕСТВО ТОМОГРАФИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

С. А. Лавров, Е. Н. Симонов
(РФЯЦ-ВНИИТФ, СГФТА НИЯУ МИФИ)

Представлены алгоритмы реконструкции томографического изображения для веерной и параллельной геометрий. Приведен алгоритм *перепакровки* проекций пучка излучения из веерной геометрии в параллельную. Показано влияние количества ракурсов (при прежних остальных параметрах реконструкции изображений) на погрешность, обусловленную перепакровкой.

Ключевые слова: рентгеновская компьютерная томография, веерная и параллельная геометрии сканирования, реконструкция изображения, перепакровка.

Введение

В настоящее время в медицинской рентгеновской компьютерной томографии в основном применяется реконструкция томографического изображения в веерных лучах (используется тонкий веерный пучок рентгеновского излучения). Это обусловлено, главным образом, достижением минимального времени сканирования объекта и сбора информации при веерной геометрии рентгенооптического тракта томографа.

Для веерной геометрии пучка существуют прямые алгоритмы реконструкции изображения, т. е. без каких-либо преобразований веерных проекций [1, 2]. В то же время известно [1], что, применяя параллельные лучи, при значительно большем времени сканирования объекта (примерно на два порядка) время реконструкции томографического изображения можно уменьшить по сравнению с веерной геометрией (например, для матрицы изображения 512×512 пикселей приблизительно в 2–3 раза) за счет более простых по времени вычислительных операций.

Естественным способом уменьшения общего времени сканирования и реконструкции является применение веерной геометрии сканирования с последующей *перепакровкой* проекций из веерной геометрии в параллельную и реконструкция томографического изображения в параллельной геометрии.

В данной статье рассматривается вопрос, насколько теряется качество изображения с применением перепакровки проекционных данных при уменьшении общего времени получения изображения.

Реконструкция томографического изображения в веерных лучах

На рис. 1 показаны геометрические соотношения для веерного луча, заданного двумя параметрами: γ , β . Здесь O — начало координат; U — положение источника излучения на окружности радиусом D с центром в точке O (точка O также является центром области реконструкции); $2\gamma_m$ — полный угол веерного пучка рентгеновского излучения. Каждый луч задается как элемент множества лучей (γ, β) , где β — угол наклона прямой OU , а γ — угол между рассматриваемым лучом и прямой OU .

Томографический параметр $\mu(x, y)$ для рентгеновской томографии — плотность объекта исследования в точке $P(x, y)$ — для веерной геометрии получают следующим образом (см. рис. 1):

$$\mu(x, y) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{S^2} d\beta \int_{-\gamma_m}^{+\gamma_m} \tilde{q}(\gamma, \beta) \tilde{g}(\gamma' - \gamma) d\gamma. \quad (1)$$

Здесь $\tilde{q}(\gamma, \beta) = q(\gamma, \beta) D \cos \gamma$ — проекция для веерной геометрии, где $q(\gamma, \beta)$ — исходные про-

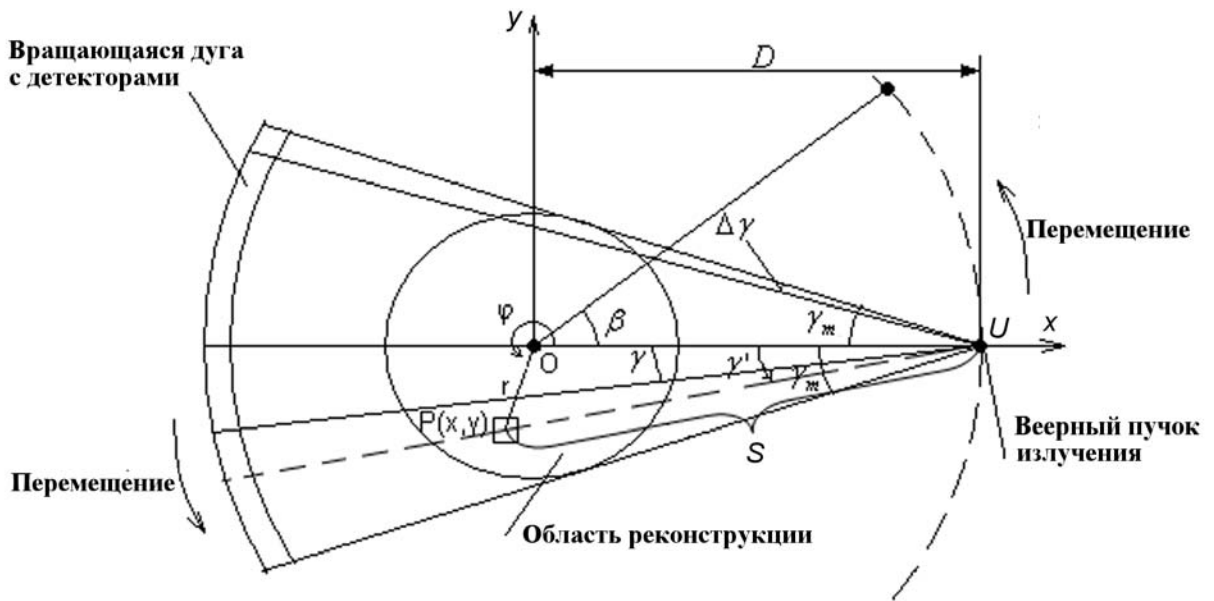


Рис. 1. Веерная геометрия сканирования

екционные данные, полученные с детектора; $\tilde{g}(\gamma' - \gamma) = \bar{g}(\gamma' - \gamma) \frac{(\gamma' - \gamma)^2}{\sin^2(\gamma' - \gamma)}$ — ядро свертки для веерной геометрии, γ' — угол между отрезками UO и UP ; S — расстояние между точками U и P ,

$$S^2 = r^2 + D^2 - 2Dr \cos(\beta - \varphi), \quad (2)$$

где r — длина отрезка OP ; φ — угол между отрезками OU и OP .

При использовании дискретных значений отсчетов по углам γ и β , обусловленных соответственно построением детекторов и организацией ракурсов, уравнения аппроксимируются для последующего расчета на ЭВМ, т. е. γ и β берутся с соответствующими индексами дискретизации, а интегрирование заменяется суммированием. В этом случае уравнение (1) принимает вид

$$\mu(x, y) = \frac{\Delta\beta\Delta\gamma}{2} \sum_{j=1}^{M_1} \frac{1}{S^2} \sum_{i=-(N_1-1)/2}^{(N_1-1)/2} \tilde{q}(\gamma_i, \beta_j) \tilde{g}(\gamma' - \gamma_i),$$

где $\Delta\gamma$ — угол между соседними отсчетами детектора; $\Delta\beta$ — угол между соседними ракурсами; i — индекс отсчета детектора, $i = -(N_1 - 1)/2, \dots, (N_1 - 1)/2$ (N_1 — число отсчетов детектора); j — индекс отсчета ракурса, $j = 1, \dots, M_1$ (M_1 — число отсчетов ракурса).

Алгоритм восстановления томографического изображения для веерных лучей следующий:

1. Получение модификации проекционных данных

$$\tilde{q}(\gamma_i, \beta_j) = q(\gamma_i, \beta_j) D \cos(i\Delta\gamma),$$

где $q(\gamma_i, \beta_j)$ — исходные проекционные данные с детектора.

2. Вычисление ядра свертки $\tilde{g}(i\Delta\gamma)$.

3. Свертка модифицированных проекций с ядром

$$g(\gamma_f, \beta_j) = \Delta\gamma \sum_{i=-(N_1-1)/2}^{(N_1-1)/2} \tilde{q}(\gamma_i, \beta_j) \tilde{g}(\gamma_f - \gamma_i),$$

где $f = -(N_1 - 1)/2, \dots, (N_1 - 1)/2$.

4. Интерполирование свертки для получения $g(\gamma'_{x,y}, \beta_j)$ по дискретным значениям $g(\gamma_f, \beta_j)$, где $\gamma'_{x,y}$ — угол для каждой точки (x, y) восстанавливаемой матрицы изображения.

5. Обратное проецирование:

$$\mu(x, y) = \frac{\Delta\beta}{2} \sum_{j=1}^{M_1} \frac{1}{S^2} g(\gamma'_{x,y}, \beta_j),$$

где S^2 вычисляется по формуле (2).

Реконструкция томографического изображения в параллельных лучах

На рис. 2 показаны геометрические соотношения для параллельного луча, заданного двумя параметрами: ℓ, θ . Здесь O — начало координат; E — основание перпендикуляра, опущенного из точки O к линейке источников; $2L_m$ — длина линейки детекторов. Каждый луч задается как элемент множества лучей (ℓ, θ) , где θ — угол наклона прямой OE , ℓ — расстояние между рассматриваемым лучом и точкой E .

Томографический параметр $\mu(x, y)$ в точке $Q(x, y)$ для параллельной геометрии получается следующим образом (см. рис. 2):

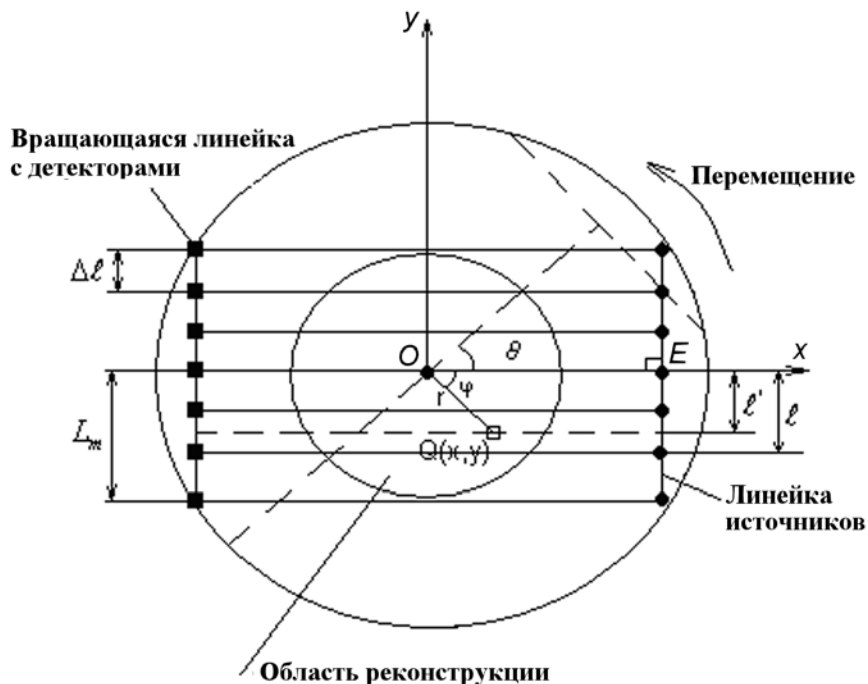


Рис. 2. Параллельная геометрия сканирования

$$\mu(x, y) = \int_0^{\pi} d\theta \int_{-L_m}^{+L_m} q(\ell, \theta) \tilde{g}(\ell' - \ell) d\ell, \quad (3)$$

где $\tilde{g}(\ell' - \ell)$ — ядро свертки для параллельной геометрии, ℓ' — расстояние между точкой $Q(x, y)$ и прямой OE ; $q(\ell, \theta)$ — исходные проекционные данные.

Алгоритм восстановления изображения для параллельных лучей:

1. Вычисление ядра свертки $\tilde{g}(k\Delta\ell)$, где k — индекс отсчета детектора, $k = -(N_2 - 1)/2, \dots, (N_2 - 1)/2$ (N_2 — число отсчетов детектора); $\Delta\ell$ — расстояние между соседними отсчетами детектора.

2. Свертка проекций с ядром

$$g(\ell_p, \theta_c) = \Delta\ell \sum_{k=-(N_2-1)/2}^{(N_2-1)/2} q(\ell_k, \theta_c) \tilde{g}(\ell_p - \ell_k),$$

где $p = -(N_2 - 1)/2, \dots, (N_2 - 1)/2$; c — индекс отсчета ракурса, $c = 1, \dots, M_2$ (M_2 — число отсчетов ракурса); $q(\ell_k, \theta_c)$ — исходные проекционные данные, полученные с детектора.

3. Интерполирование свертки для получения $g(\ell'_{x,y}, \theta_c)$ по дискретным значениям $g(\ell_p, \theta_c)$,

где $\ell'_{x,y}$ — расстояние между точкой (x, y) восстанавливаемой матрицы изображения и прямой OE .

4. Обратное проецирование:

$$\mu(x, y) = \Delta\theta \sum_{c=1}^{M_2} g(\ell'_{x,y}, \theta_c),$$

где $\Delta\theta$ — угол между соседними ракурсами.

Перепаковка

Перепаковку проекционных данных из веерной геометрии в параллельную производят следующим образом.

Количество отсчетов детектора, ракурса и матрицу проекционных данных для веерной геометрии обозначим соответственно N_1 , M_1 и A_1 , для параллельной геометрии — соответственно N_2 , M_2 и A_2 .

Следовательно, надо из матрицы

$$A_1(D \sin \gamma_i, i\Delta\gamma + j\Delta\beta),$$

$$-(N_1 - 1)/2 \leq i \leq (N_1 - 1)/2, \quad 1 \leq j \leq M_1,$$

получить матрицу

$$A_2(k\Delta\ell, c\Delta\theta),$$

$$-(N_2 - 1)/2 \leq k \leq (N_2 - 1)/2, \quad 1 \leq c \leq M_2.$$

Для получения матрицы A_2 нужно провести интерполяцию, например линейную. Интерполируя набор веерных данных $A_1(D \sin \gamma_i, i\Delta\gamma + j\Delta\beta)$ по значениям $i\Delta\gamma + j\Delta\beta$, получаем наборы параллельных, но не эквидистантных проекционных данных $A(D \sin \gamma_i, c\Delta\theta)$. Сделав вторую интерполяцию $A(D \sin \gamma_i, c\Delta\theta)$ по значениям $D \sin \gamma_i$, получим матрицу $A_2(k\Delta\ell, c\Delta\theta)$.

Примеры матриц A_1 , A и A_2 представлены в виде синопграмм на рис. 3.

Анализ результатов

Приведем примеры изображений, полученные для веерной геометрии и для параллельной геометрии при перепаковке веерных проекций. Реконструкция изображений проводилась при следующих параметрах:

- количество ракурсов 600;
- количество детекторов 512 (апертура детекторов равна 1,56 мм);
- матрица изображения 512×512 пикселей.

На рис. 4 приведены изображения моделей, восстановленные при помощи алгоритмов для веерной и параллельной геометрий. Для параллельной геометрии изображения получены в результате перепаковки веерных проекционных данных. Качественный анализ полученных изображений для веерной геометрии и для параллельной геометрии после перепаковки показывает практически их идентичность.

Был проведен более детальный, количественный анализ изображений для веерной геометрии и для параллельной геометрии после перепаковки.

Для оценки погрешности были использованы две меры различия между изображениями [3]:

$$d_1 = \frac{\sum_{i=1}^{\xi} \sum_{j=1}^{\xi} |t_{i,j} - h_{i,j}|}{\sum_{i=1}^{\xi} \sum_{j=1}^{\xi} |t_{i,j}|} \text{ — нормированная абсолютная средняя мера различия;}$$

$$d_2 = \left(\frac{\sum_{i=1}^{\xi} \sum_{j=1}^{\xi} (t_{i,j} - h_{i,j})^2}{\sum_{i=1}^{\xi} \sum_{j=1}^{\xi} (t_{i,j})^2} \right)^{1/2} \text{ — среднеквадратичная ошибка реконструкции,}$$

где $t_{i,j}$ и $h_{i,j}$ — плотности i -го элиза (элемента изображения, пикселя) в j -й строке матриц реконструкций для веерной и параллельной (после перепаковки) геометрий соответственно. (Матрицы изображений имеют размер $\xi \times \xi$.)

На рис. 5 приведены высококонтрастные (контрастность более 50 %) изображения исходной и реконструированной моделей для веерной геометрии, а также реконструированной модели для параллельной геометрии после перепаковки.

На рис. 6 представлено сравнение профилей сечений этих моделей. Колебания, отличающие параллельную геометрию от веерной, образуются из-за перепаковки. При переходе от веерных проекционных данных к параллельным используется интерполяция, которая и обуславливает разность полученных результатов. Например, разница между восстановленными изображениями (рис. 5, б, в) выглядит, как показано на рис. 7. Различия образуются на границах областей с разными поглощающими коэффициентами. В данном примере такие отклонения составляют $d_1 = 0,0206$; $d_2 = 0,0245$.

Рассмотрим низкоконтрастную модель (контрастность 0,1 %). На рис. 8 приведены изображения исходной и реконструированной моделей для веерной геометрии, а также реконструированной модели для параллельной геометрии после перепаковки. На рис. 9 представлено сравнение профилей их сечений. В данном примере меры различия составляют $d_1 = 0,0075$; $d_2 = 0,0174$.

Было проведено исследование влияния количества ракурсов (при прежних остальных параметрах реконструкции изображений) на погрешность, обусловленную перепаковкой. Исследование проводилось путем моделирования объекта и многократного его "прогона" через реконструктор для веерной и параллельной (после перепаковки) геометрий и последующего анализа погрешности изображений.

В табл. 1 и 2 приведены меры различия для объектов, изображенных на рис. 5 и 8 соответственно, при различном числе ракурсов.

Анализ значений мер различия из табл. 1, 2 показывает:

1. С увеличением числа ракурсов меры различия изображений для веерной геометрии и для параллельной геометрии после перепаковки уменьшаются как для высококонтрастных, так и для низкоконтрастных объектов.

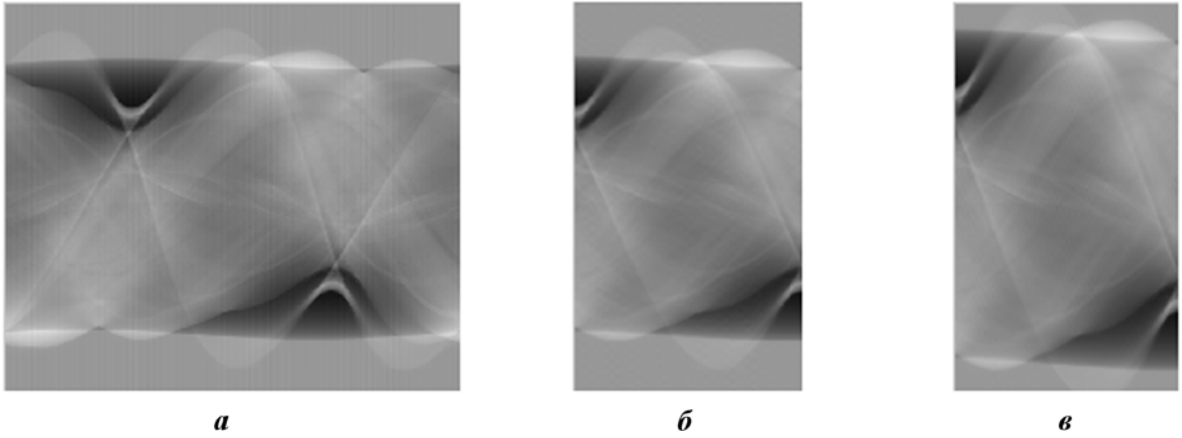


Рис. 3. Пример синогрмм матриц при перепакровке проекционных данных из веерной геометрии в параллельную: $a - A_1$; $b - A$; $v - A_2$

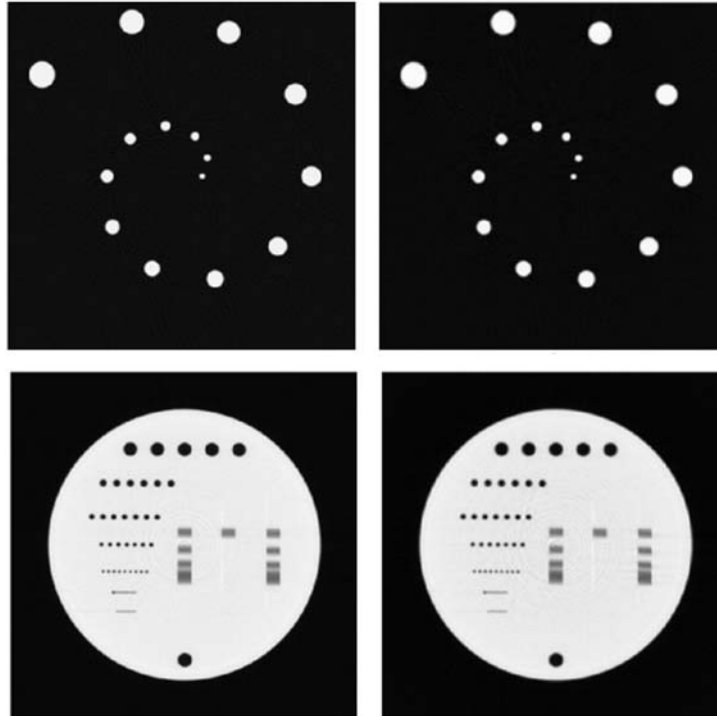


Рис. 4. Примеры реконструированных изображений для веерной геометрии (слева) и для параллельной геометрии после перепакровки (справа)

Таблица 1

Меры различия изображений для высококонтрастных объектов

Меры различия	Число ракурсов			
	120	240	600	1 000
d_1	0,1231	0,0509	0,0206	0,0190
d_2	0,1054	0,0463	0,0245	0,0237

Таблица 2

Меры различия изображений для низкоконтрастных объектов

Меры различия	Число ракурсов			
	120	240	600	1 000
d_1	0,0548	0,0202	0,0075	0,0076
d_2	0,0645	0,0273	0,0174	0,0175

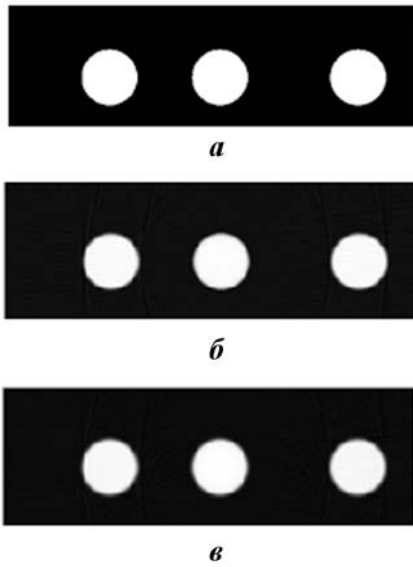


Рис. 5. Высококонтрастный объект: *a* — исходный; *б* — реконструированный для веерной геометрии; *в* — реконструированный для параллельной геометрии после перепакровки

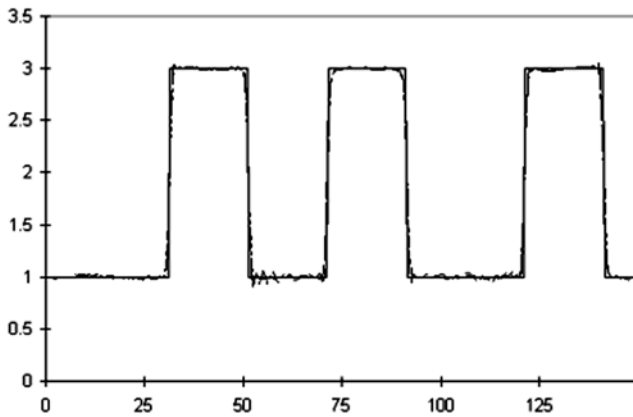


Рис. 6. Сравнение профилей сечений объектов, изображенных на рис. 5: — — идеальный объект; --- — реконструированный объект для веерной геометрии; - · - · — реконструированный объект для параллельной геометрии после перепакровки

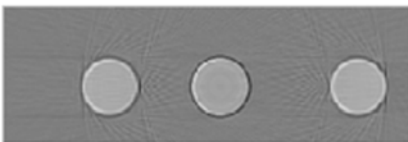


Рис. 7. Разница между восстановленными изображениями (контрастность более 50%)

2. Если взять за меру различия d_2 , характеризующую среднеквадратическую ошибку в реконструкции изображений за счет перепакровки, то для высококонтрастных объектов эта мера различия, например, для количества ракурсов 600—1000, может составлять до 3%, для низкоконтрастных — до 2%.
3. Если взять за меру различия d_1 , характеризующую нормированную абсолютную среднюю меру различия в реконструкции изображений за счет перепакровки, то для высококонтрастных объектов при 600—1000 ракурсах она может достигать 2%.

При анализе изображений высококонтрастных объектов различие изображений за счет среднеквадратической ошибки (d_2) может привести к искажениям. Однако если учесть, что рентгеновская томография предназначена в основном для анализа изображений низкоконтрастных объектов, для которых случайная ошибка при 600—1000 ракурсах составляет десятые доли процента, то для них влияние перепакровки пренебрежимо мало.

Если рассматривать другие типы компьютерной томографии — спиральную однослойную, спиральную мультислойную, конусную трехмерную суперслойную, то во всех них базовым алгоритмом реконструкции томографического изображения является вышерассмотренный алгоритм веерной геометрии с перепакровкой в парал-

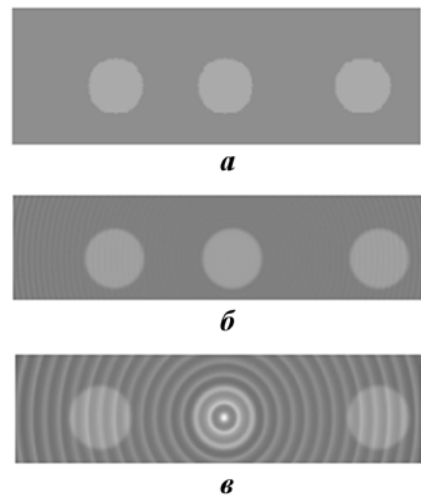


Рис. 8. Низкоконтрастный объект: *a* — исходный; *б* — реконструированный для веерной геометрии; *в* — реконструированный для параллельной геометрии после перепакровки

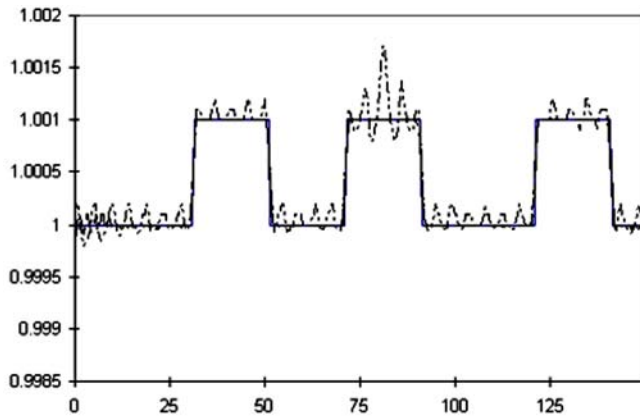


Рис. 9. Сравнение профилей сечений объектов, изображенных на рис. 8: — — идеальный объект; --- — реконструированный объект для веерной геометрии; - · - — реконструированный объект для параллельной геометрии после перепаковки

лельную [4]. Все достоинства и недостатки этой перепаковки присущи с большой достоверностью и этим типам компьютерной томографии.

Заключение

Перепаковка проекционных данных из веерной геометрии в параллельную используется в различных типах рентгеновской компьютерной томографии: пошаговой однослойной, спиральной мультислойной, конусной трехмерной суперслойной. Она используется для сведения к минимуму количества данных, необходимых для реконструкции изображения, и тем самым уменьшает время реконструкции изображения.

Однако, как показали исследования, реконструированные изображения для веерной гео-

метрии и параллельной геометрии после перепаковки не имеют абсолютного сходства.

Для высококонтрастных объектов различие может достигать по систематической ошибке значительных величин, что требует соответствующей калибровки и нормировки результатов реконструкции. Для низкоконтрастных объектов различие по случайной ошибке не существенно.

Список литературы

1. Симонов Е. Н. Теория, исследование и разработка методов проектирования рентгеновских компьютерных томографических комплексов. Дис. на соискание ученой степени доктора технических наук. Снежинск: РФЯЦ-ВНИИТФ, 2004.
2. Симонов Е. Н., Конотоп Ю. И. Интегральный алгоритм реконструкции томографического изображения // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерное приборостроение. 2008. Вып. 1. С. 79—92.
3. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям. Основы реконструктивной томографии: Пер. с англ. М.: Мир, 1983.
4. Календер В. Компьютерная томография. Основы, техника, качество изображений и области клинического использования. Москва: Техносфера, 2006.

Статья поступила в редакцию 17.03.09.