

УДК 519.6

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ ПО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ТЕЛЕВИЗИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КВАЗИОПТИМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

В. М. Понятский
(ГУП "КБП", г. Тула)

Рассматривается подход, основанный на методе квазиоптимальной фильтрации для оценки параметров движения источника излучения на фоне помех по последовательности видеок кадров. Проведен синтез непрерывного и дискретного алгоритмов оценки координат центра, частоты и радиуса вращения источника излучения, а также уровня яркости и радиуса его изображения. Осуществлено моделирование разработанных алгоритмов в среде Matlab.

Ключевые слова: видеок кадр, изображение, сигнал, параметры, помеха, модель, оценка, метод квазиоптимальной фильтрации.

Введение

Важной задачей анализа поведения исследуемого объекта является оценка его характеристик по результатам измерений. При испытаниях получают информацию об объекте, функционирующем в условиях пассивного или активного эксперимента. Часто бывает необходимо осуществить оценку параметров движения объекта по последовательности видеок кадров.

Идентификация параметров движения может использоваться также в задачах управления динамическими объектами. Например, если на борту вращающегося по крену беспилотного летательного аппарата установлен источник излучения, то по измеряемым координатам этого источника возможно формирование команд управления. При этом движение источника излучения представляет собой сумму поступательной и вращательной составляющих, отображаемых в картинной плоскости спирали, причем поступательное движение определяется траекторией перемещения центра вращения и может иметь сложную форму. Измерение координат источника осуществляется с погрешностью, обусловленной следующими факторами: дрожание оптической системы; атмосферные флуктуации, искажающие форму и положение изображения; наличие дискретности элементарных ячеек фотоприемника; смаз изображения во время его накопления; погрешность вычисления центра изображения и др.

В работах [1, 2] рассмотрено выделение параметров траектории источника излучения при расчете параметров и их сглаживании и прогнозировании с использованием фильтрации Калмана. Также в работах [3–6] рассмотрено использование квазиоптимальной фильтрации для оценки параметров выделенной траектории движения источника излучения по последовательности видеоизображений.

В развитие указанных направлений рассматривается подход, основанный на выделении как параметров движения источника излучения, так и параметров его изображения непосредственно при обработке последовательности видеок кадров [7–11].

Методы идентификации параметров движения источника излучения

При наблюдении телевизионного изображения источника излучения на фоне помех, $\xi(t) = s(t, \boldsymbol{\lambda}) + \nu(t)$ ($s(t, \boldsymbol{\lambda})$ — сигнал от источника излучения; $\nu(t)$ — гауссовский белый шум наблюдения), оценку параметров $\boldsymbol{\lambda}$ можно осуществить с помощью алгоритма квазиоптимальной фильтрации [12]:

$$\frac{d\boldsymbol{\lambda}_o}{dt} = \mathbf{a}(t, \boldsymbol{\lambda}_o) + R(t) \mathbf{F}_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o); \quad (1)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = N_0(t) + a_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o) R(t) + R(t) a_1^T(t, \boldsymbol{\lambda}_o) + R(t) F_2(t, \boldsymbol{\lambda}_o) R(t). \quad (2)$$

Здесь

$\boldsymbol{\lambda}_o$ — вектор-столбец оценок параметров, $\frac{d\boldsymbol{\lambda}_o}{dt} = \mathbf{a}(t, \boldsymbol{\lambda}_o) + \boldsymbol{\nu}_o(t)$;

$\mathbf{a}(t, \boldsymbol{\lambda}_o)$ — вектор-столбец коэффициентов с компонентами $a_i(t, \boldsymbol{\lambda}_o)$;

$\boldsymbol{\nu}_o(t)$ — вектор-столбец гауссовских белых формирующих шумов;

$R(t)$ — корреляционная матрица ошибок фильтрации;

$\mathbf{F}_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o) = \left(\frac{\partial F(t, \boldsymbol{\lambda}_o)}{\partial \lambda_{o1}}, \dots, \frac{\partial F(t, \boldsymbol{\lambda}_o)}{\partial \lambda_{oi}} \right)^T$ — вектор-столбец;

$F(t, \boldsymbol{\lambda}_o) = -\frac{1}{2} \left(\xi(t) - s(t, \boldsymbol{\lambda}_o) \right) N^{-1}(t) \left(\xi(t) - s(t, \boldsymbol{\lambda}_o) \right)$ — функция правдоподобия;

$s(t, \boldsymbol{\lambda}_o)$ — оценка сигнала от источника излучения;

$N(t)$ — спектральная плотность шума наблюдений;

$N_0(t)$ — матрица спектральных плотностей формирующих шумов параметров;

$a_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o)$ — матрица с элементами $a_{ij} = \frac{\partial a_i(t, \boldsymbol{\lambda}_o)}{\partial \lambda_{oj}}$;

$F_2(t, \boldsymbol{\lambda}_o)$ — матрица с элементами $F_{ij} = \frac{\partial^2 F(t, \boldsymbol{\lambda}_o)}{\partial \lambda_{oi} \partial \lambda_{oj}}$.

При необходимости упрощения вычислений решим модифицированное уравнение нелинейной квазиоптимальной фильтрации для случая гауссовской аппроксимации апостериорной плотности вероятности параметров движения источника излучения и линейного разложения его по $\boldsymbol{\lambda}_o$ [12]:

$$\frac{d\boldsymbol{\lambda}_o}{dt} = \mathbf{a}(t, \boldsymbol{\lambda}_o) + R(t) \mathbf{S}_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o) N^{-1}(t) \left(\xi(t) - s(t, \boldsymbol{\lambda}_o) \right); \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = N_0(t) + a_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o) R + R a_1^T(t, \boldsymbol{\lambda}_o) - R \mathbf{S}_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o) N^{-1} \mathbf{S}_1^T(t, \boldsymbol{\lambda}_o) R, \quad (4)$$

где $\mathbf{S}_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o)$ — вектор-столбец с компонентами $\frac{\partial s(t, \boldsymbol{\lambda}_o)}{\partial \lambda_{oi}}$.

Дискретный алгоритм квазиоптимальной фильтрации имеет вид [13]

$$\boldsymbol{\lambda}_o[n+1, n] = \mathbf{a}[n, \boldsymbol{\lambda}_o]; \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_o[n] = \boldsymbol{\lambda}_o[n, n-1] + P[n] \mathbf{S}_1[n] N^{-1} \left(\xi[n] - s[n, \boldsymbol{\lambda}_o] \right);$$

$$P[n+1, n] = \frac{\partial \mathbf{a}[n, \boldsymbol{\lambda}_o]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_o} P[n] \frac{\partial \mathbf{a}^T[n, \boldsymbol{\lambda}_o]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_o} + N_0[n];$$

$$P[n] = P[n, n-1] - P[n, n-1] \mathbf{S}_1[n] \left(\mathbf{S}_1^T[n] P[n, n-1] \mathbf{S}_1[n] + N \right)^{-1} \mathbf{S}_1^T[n] P[n, n-1],$$

где $s[n, \boldsymbol{\lambda}_o]$ — оценка сигнала от источника излучения; $\xi[n] = s[n, \boldsymbol{\lambda}] + \nu[n]$ — телевизионное изображение источника излучения на фоне помех; $\boldsymbol{\lambda}[n]$ — вектор параметров; $\boldsymbol{\lambda}_o[n]$ — вектор оценок параметров; $\boldsymbol{\lambda}_o[n+1, 1]$ — вектор прогнозирования оценок параметров; $\mathbf{S}_1[n]$ — вектор-столбец с компонентами $\frac{\partial s[n]}{\partial \lambda_{oi}[n]}$; $\mathbf{a}[n, \boldsymbol{\lambda}_o]$ — вектор-столбец; $P[n]$ — дисперсионная матрица вектора оценок параметров; $P[n+1, 1]$ — дисперсионная матрица вектора прогнозирования оценок параметров.

При пропадании изображения источника излучения квазиоптимальный фильтр (1), (2) или (3), (4) обеспечивает прогнозирование оценок параметров источника излучения:

$$\frac{d\lambda_{\mathbf{o}}}{dt} = \mathbf{e}(t, \lambda_{\mathbf{o}}(t)), \quad (6)$$

где $\mathbf{e}(t, \lambda_{\mathbf{o}})$ — вектор, определяющий характер изменения параметров при отсутствии информации о нем.

В соответствии с прогнозируемыми значениями параметров (6) осуществляется восстановление сигнала от источника излучения $s(t, \lambda_{\mathbf{o}})$.

Синтезированные алгоритмы идентификации параметров источника излучения

Пусть яркостная структура изображения источника излучения описывается гауссовской поверхностью с параметрами a, b [3]:

$$s(x, y, t) = a \exp\left(-\frac{[x - (x_d + A_d \cos \varphi_d)]^2 + [y - (y_d + A_d \sin \varphi_d)]^2}{2b^2}\right), \quad (7)$$

где a — максимальный уровень яркости изображения; b — радиус изображения.

Пространственно-яркостная структура сформированного телевизионного изображения записывается следующим образом:

$$\xi(x, y, t) = s(x, y, t) + f(x, y) + n_u(x, y, t),$$

где $f(x, y)$ — фоновая обстановка; $n_u(x, y, t)$ — пространственно-временной шум наблюдения, который образуется шумами элементарных приемников фотоприемной матрицы, шумами дискретизации и другими шумами, обусловленными особенностями алгоритмов и устройств последующей обработки, но допускающими соответствующий учет уже на этапе постановки задачи.

Функционал правдоподобия в этом случае определяется следующим выражением:

$$F(t, \lambda_{\mathbf{o}}) = -\frac{1}{2N} \iint_M (\xi(x, y, t) - f(x, y) - s(x_o, y_o, t))^2 dx_o, dy_o, \quad (8)$$

где M — область определения телевизионного изображения $\xi(x, y, t)$, а $s(x_o, y_o, t)$ определяется выражением (7).

Координаты движения центра источника излучения в экранной системе координат описываются уравнениями двумерного сигнала следующего вида [5, 6]:

$$x_c(t) = x_d(t) + A_d(t) \cos \varphi_d(t); \quad y_c(t) = y_d(t) + A_d(t) \sin \varphi_d(t), \quad (9)$$

где $x_d = x_p(t) + x(t)$; $y_d = y_p(t) + y(t)$; $A_d = A_p(t) + A(t)$; $\varphi_d = \varphi_p(t) + \varphi(t)$; $x(t)$, $y(t)$ — смещение сигнала; $A(t)$ — амплитуда сигнала; $\varphi(t)$ — фаза сигнала; $x_p(t)$, $y_p(t)$, $A_p(t)$, $\varphi_p(t)$ — опорные значения соответствующих параметров, $\varphi_p = \int_0^t \omega_p(t) dt$.

Хорошие результаты обеспечивает полиномиальное представление параметров траектории, учитывающее члены до третьего порядка. Запишем систему уравнений, представляющую искомые параметры, в виде диффузионного марковского процесса:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \mathbf{a}(t, \lambda) + \nu_{\mathbf{o}}(t), \quad (10)$$

где

$$\boldsymbol{\lambda} = (\boldsymbol{\lambda}_x, \boldsymbol{\lambda}_y, \boldsymbol{\lambda}_A, \boldsymbol{\lambda}_\varphi, \boldsymbol{\lambda}_a, \boldsymbol{\lambda}_b)^T;$$

$$\boldsymbol{\lambda}_x = (x, v_x, a_x); \quad \boldsymbol{\lambda}_y = (y, v_y, a_y); \quad \boldsymbol{\lambda}_A = (A, r, \rho); \quad \boldsymbol{\lambda}_\varphi = (\varphi, \omega, \varepsilon); \quad \boldsymbol{\lambda}_a = (a, \dot{a}, \ddot{a}); \quad \boldsymbol{\lambda}_b = (b, \dot{b}, \ddot{b});$$

$$\boldsymbol{\nu}_0 = (\boldsymbol{\nu}_{0x}, \boldsymbol{\nu}_{0y}, \boldsymbol{\nu}_{0A}, \boldsymbol{\nu}_{0\varphi}, \boldsymbol{\nu}_{0a}, \boldsymbol{\nu}_{0b})^T;$$

$$\boldsymbol{\nu}_{0x} = (0, 0, \nu_{0a_x}); \quad \boldsymbol{\nu}_{0y} = (0, 0, \nu_{0a_y}); \quad \boldsymbol{\nu}_{0A} = (0, 0, \nu_{0\rho}); \quad \boldsymbol{\nu}_{0\varphi} = (0, 0, \nu_{0\varepsilon_x}); \quad \boldsymbol{\nu}_{0a} = (0, 0, \nu_{0\ddot{a}}); \quad \boldsymbol{\nu}_{0b} = (0, 0, \nu_{0\ddot{b}});$$

v_x, v_y, a_x, a_y — скорости и ускорения смещения сигнала; r, ρ — скорость и ускорение изменения амплитуды сигнала; ω, ε — угловые скорость и ускорение изменения фазы сигнала; \dot{a}, \ddot{a} — скорость и ускорение изменения максимального уровня яркости изображения; \dot{b}, \ddot{b} — скорость и ускорение изменения радиуса изображения; $\nu_{0a_x}(t), \nu_{0a_y}(t), \nu_{0\rho}(t), \nu_{0\varepsilon}(t), \nu_{0a}(t), \nu_{0b}(t)$ — белые гауссовские формирующие шумы соответствующих параметров.

Запишем векторы и матрицы коэффициентов для алгоритмов оценки параметров движения источника излучения:

$$\mathbf{a}(t, \boldsymbol{\lambda}_0) = (\mathbf{a}_{x_0}, \mathbf{a}_{y_0}, \mathbf{a}_{A_0}, \mathbf{a}_{\varphi_0}, \mathbf{a}_{a_0}, \mathbf{a}_{b_0})^T,$$

$$\mathbf{a}_{x_0} = (v_{x_0}, a_{x_0}, 0), \quad \mathbf{a}_{y_0} = (v_{y_0}, a_{y_0}, 0), \quad \mathbf{a}_{A_0} = (r_0, \rho_0, 0),$$

$$\mathbf{a}_{\varphi_0} = (\omega_0, \varepsilon_0, 0), \quad \mathbf{a}_{a_0} = (\dot{a}_0, \ddot{a}_0, 0), \quad \mathbf{a}_{b_0} = (\dot{b}_0, \ddot{b}_0, 0);$$

$$a_1(t, \boldsymbol{\lambda}_0) = \begin{pmatrix} a_{1x_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{1y_0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{1A_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{1\varphi_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1a_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1b_0} \end{pmatrix},$$

$$a_{1x_0} = a_{1y_0} = a_{1A_0} = a_{1\varphi_0} = a_{1a_0} = a_{1b_0} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad 0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найдем параметры двумерного сигнала (9).

Теперь задача определения параметров движения источника излучения в общей постановке может быть сформулирована как задача оценки по наблюдаемому телевизионному изображению вектора параметров $\boldsymbol{\lambda} = (\boldsymbol{\lambda}_x, \boldsymbol{\lambda}_y, \boldsymbol{\lambda}_A, \boldsymbol{\lambda}_\varphi, \boldsymbol{\lambda}_a, \boldsymbol{\lambda}_b)^T$, изменение которых во времени определяется уравнениями (9). При этом собственно алгоритм обработки телевизионного изображения, на выходе которого формируются регулирующие воздействия для блоков траекторной фильтрации оцениваемых переменных, определяется выражениями (1), (2); элементы $\frac{\partial F(t, \boldsymbol{\lambda}_0)}{\partial \lambda_{oi}}$ можно интерпретировать как своеобразные дискриминационные характеристики, устанавливающие связь между наблюдаемым (входным) текущим телевизионным изображением и регулирующим воздействием по i -й координате [3].

В предположении некоррелированности шума наблюдений по времени и пространственным переменным представим его корреляционную функцию в виде

$$R_{nu}(\Delta x, \Delta y, \Delta t) = N \delta(\Delta t) \delta(\Delta x, \Delta y),$$

где N — спектральная плотность шума наблюдений; $\delta(\Delta t), \delta(\Delta x, \Delta y)$ — δ -функции (функции Дирака) от приращений соответствующих переменных.

Предполагая, что шумы параметров сигнала независимы друг от друга, запишем матрицу их спектральных плотностей:

$$N_0 = \begin{pmatrix} N_{ox} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{oy} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{oA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{o\varphi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_{oa} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{ob} \end{pmatrix},$$

где $N_{ox} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{oa_x} \end{pmatrix}$; $N_{oy} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{oa_y} \end{pmatrix}$; $N_{oA} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{o\rho} \end{pmatrix}$; $N_{o\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{o\varepsilon} \end{pmatrix}$;

$N_{oa} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{o\ddot{a}} \end{pmatrix}$; $N_{ob} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{o\ddot{b}} \end{pmatrix}$; O — нулевая матрица.

После возведения в квадрат подынтегрального выражения функционал правдоподобия (8) примет вид [3]

$$F(t, \boldsymbol{\lambda}_o) = -\frac{1}{2N} \iint_M \left[(\xi(x, y, t) - f(x, y))^2 - 2(\xi(x, y, t) - f(x, y))s(x_o, y_o, t) + s^2(x_o, y_o, t) \right] dx_o dy_o.$$

При определении $F(t, \boldsymbol{\lambda}_o)$ оставим в подынтегральном выражении только среднее слагаемое, поскольку только оно зависит одновременно от $\xi(x, y, t)$ и оцениваемых переменных и, следовательно, только от него будут зависеть подлежащие определению оценки переменных. То есть будем использовать выражение для функционала правдоподобия в виде

$$F(t, \boldsymbol{\lambda}_o) = \frac{1}{N} \iint_M u_d(x, y, t) s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o,$$

где $u_d(x, y, t) = \xi(x, y, t) - f(x, y)$ — разностное изображение.

Вектор $\mathbf{F}_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o)$ представим в развернутом виде:

$$\mathbf{F}_1(t, \boldsymbol{\lambda}_o) = \{\mathbf{F}_{1x_o}, \mathbf{F}_{1y_o}, \mathbf{F}_{1A_o}, \mathbf{F}_{1\varphi_o}, \mathbf{F}_{1a_o}, \mathbf{F}_{1b_o}\}^T,$$

где $\mathbf{F}_{1x_o} = \left(\frac{\partial F}{\partial x_o}, 0, 0 \right)$; $\mathbf{F}_{1y_o} = \left(\frac{\partial F}{\partial y_o}, 0, 0 \right)$; $\mathbf{F}_{1A_o} = \left(\frac{\partial F}{\partial A_o}, 0, 0 \right)$;

$\mathbf{F}_{1\varphi_o} = \left(\frac{\partial F}{\partial \varphi_o}, 0, 0 \right)$; $\mathbf{F}_{1a_o} = \left(\frac{\partial F}{\partial a_o}, 0, 0 \right)$; $\mathbf{F}_{1b_o} = \left(\frac{\partial F}{\partial b_o}, 0, 0 \right)$;

$$\frac{\partial F}{\partial x_o} = \frac{1}{N} \iint_M u_d \frac{x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o;$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_o} = \frac{1}{N} \iint_M u_d \frac{y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o;$$

$$\frac{\partial F}{\partial A_o} = \frac{1}{N} \iint_M u_d \frac{[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})] \cos \varphi_{do} + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})] \sin \varphi_{do}}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \varphi_0} &= \frac{A_{d0}}{N} \iint_M u_d \frac{-[x - (x_{d0} + A_{d0} \cos \varphi_{d0})] \sin \varphi_{d0} + [y - (y_{d0} + A_{d0} \sin \varphi_{d0})] \cos \varphi_{d0}}{b_{d0}^2} s(x_0, y_0, t) dx_0 dy_0; \\ \frac{\partial F}{\partial a_0} &= \frac{1}{N} \iint_M u_d \frac{s^2(x_0, y_0, t)}{2a_{d0}} dx_0 dy_0; \\ \frac{\partial F}{\partial b_0} &= \frac{-1}{N} \iint_M u_d \frac{[x - (x_{d0} + A_{d0} \cos \varphi_{d0})]^2 + [y - (y_{d0} + A_{d0} \sin \varphi_{d0})]^2}{2b_{d0}} s(x_0, y_0, t) dx_0 dy_0; \\ \frac{\partial F}{\partial v_{x_0}} &= \frac{\partial F}{\partial v_{y_0}} = \frac{\partial F}{\partial r_0} = \frac{\partial F}{\partial \omega_0} = \frac{\partial F}{\partial a_{x_0}} = \frac{\partial F}{\partial a_{y_0}} = \frac{\partial F}{\partial \rho_0} = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_0} = \frac{\partial F}{\partial \dot{a}_0} = \frac{\partial F}{\partial \ddot{a}_0} = \frac{\partial F}{\partial \dot{b}_0} = \frac{\partial F}{\partial \ddot{b}_0} = 0; \\ s(x_0, y_0, t) &= a_{d0} \exp \left(- \frac{[x - (x_{d0} + A_{d0} \cos \varphi_{d0})]^2 + [y - (y_{d0} + A_{d0} \sin \varphi_{d0})]^2}{2b_{d0}^2} \right). \end{aligned}$$

Матрицу $F_2(t, \lambda_0)$ размером 18×18 представим в развернутом виде:

$$F_2(t, \lambda_0) = \begin{pmatrix} F_{2x_0x_0} & F_{2y_0x_0} & F_{2A_0x_0} & F_{2\varphi_0x_0} & F_{2a_0x_0} & F_{2b_0x_0} \\ F_{2x_0y_0} & F_{2y_0y_0} & F_{2A_0y_0} & F_{2\varphi_0y_0} & F_{2a_0y_0} & F_{2b_0y_0} \\ F_{2x_0A_0} & F_{2y_0A_0} & F_{2A_0A_0} & F_{2\varphi_0A_0} & F_{2a_0A_0} & F_{2b_0A_0} \\ F_{2x_0\varphi_0} & F_{2y_0\varphi_0} & F_{2A_0\varphi_0} & F_{2\varphi_0\varphi_0} & F_{2a_0\varphi_0} & F_{2b_0\varphi_0} \\ F_{2x_0a_0} & F_{2y_0a_0} & F_{2A_0a_0} & F_{2\varphi_0a_0} & F_{2a_0a_0} & F_{2b_0a_0} \\ F_{2x_0b_0} & F_{2y_0b_0} & F_{2A_0b_0} & F_{2\varphi_0b_0} & F_{2a_0b_0} & F_{2b_0b_0} \end{pmatrix},$$

$$\text{где } F_{2\lambda_{0i}\lambda_{0j}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 F(t, \lambda_0)}{\partial \lambda_{0i} \partial \lambda_{0j}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Подставив полученные выражения в (1) и (2), получим уравнения, по которым синтезируется алгоритм оценки параметров. Разворачивая матричное представление (2) в систему уравнений, получаем фильтр с множеством перекрестных связей по оцениваемым параметрам. Из (2) следует, что для расчета коэффициентов требуется на каждом шаге решать систему нелинейных дифференциальных уравнений, что требует больших вычислительных ресурсов.

Проведем упрощение полученного алгоритма. Для этого воспользуемся уравнениями (3) и (4). Можно показать, что для рассматриваемого сигнала (7) соблюдается равенство $\mathbf{S}_1(t, \lambda_0) N^{-1}(t) \times (\xi(t) - s(t, \lambda_0)) = \mathbf{F}_1(t, \lambda_0)$, следовательно, уравнение (4) совпадает с (2).

Обозначим $P(t, \lambda_0) = \mathbf{S}_1(t, \lambda_0) N^{-1}(t) \mathbf{S}_1^T(t, \lambda_0)$. Запишем матрицу $P(t, \lambda_0)$ размером 18×18 :

$$P = \begin{pmatrix} P_{x_0x_0} & P_{y_0x_0} & P_{A_0x_0} & P_{\varphi_0x_0} & P_{a_0x_0} & P_{b_0x_0} \\ P_{x_0y_0} & P_{y_0y_0} & P_{A_0y_0} & P_{\varphi_0y_0} & P_{a_0y_0} & P_{b_0y_0} \\ P_{x_0A_0} & P_{y_0A_0} & P_{A_0A_0} & P_{\varphi_0A_0} & P_{a_0A_0} & P_{b_0A_0} \\ P_{x_0\varphi_0} & P_{y_0\varphi_0} & P_{A_0\varphi_0} & P_{\varphi_0\varphi_0} & P_{a_0\varphi_0} & P_{b_0\varphi_0} \\ P_{x_0a_0} & P_{y_0a_0} & P_{A_0a_0} & P_{\varphi_0a_0} & P_{a_0a_0} & P_{b_0a_0} \\ P_{x_0b_0} & P_{y_0b_0} & P_{A_0b_0} & P_{\varphi_0b_0} & P_{a_0b_0} & P_{b_0b_0} \end{pmatrix}.$$

Полагая, что периодические составляющие в матрице P не оказывают заметного влияния на R , усредним их за период.

Корреляционная матрица ошибок фильтрации имеет следующий вид:

$$R = \begin{pmatrix} R_{x_0x_0} & R_{y_0x_0} & R_{A_0x_0} & R_{\varphi_0x_0} & R_{a_0x_0} & R_{b_0x_0} \\ R_{x_0y_0} & R_{y_0y_0} & R_{A_0y_0} & R_{\varphi_0y_0} & R_{a_0y_0} & R_{b_0y_0} \\ R_{x_0A_0} & R_{y_0A_0} & R_{A_0A_0} & R_{\varphi_0A_0} & R_{a_0A_0} & R_{b_0A_0} \\ R_{x_0\varphi_0} & R_{y_0\varphi_0} & R_{A_0\varphi_0} & R_{\varphi_0\varphi_0} & R_{a_0\varphi_0} & R_{b_0\varphi_0} \\ R_{x_0a_0} & R_{y_0a_0} & R_{A_0a_0} & R_{\varphi_0a_0} & R_{a_0a_0} & R_{b_0a_0} \\ R_{x_0b_0} & R_{y_0b_0} & R_{A_0b_0} & R_{\varphi_0b_0} & R_{a_0b_0} & R_{b_0b_0} \end{pmatrix}.$$

В предположении, что изменение параметров независимо, т. е. $R_{x_0y_0} = R_{x_0A_0} = R_{x_0\varphi_0} = R_{x_0a_0} = R_{x_0b_0} = R_{y_0A_0} = R_{y_0\varphi_0} = R_{y_0a_0} = R_{y_0b_0} = R_{A_0\varphi_0} = R_{A_0a_0} = R_{A_0b_0} = R_{\varphi_0a_0} = R_{\varphi_0b_0} = R_{a_0b_0} = 0$, непрерывный алгоритм квазиоптимальной фильтрации будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_{x_0}}{dt} &= \mathbf{a}_{x_0} + R_{x_0x_0} \mathbf{F}_{1x_0}; \\ \frac{dR_{x_0x_0}}{dt} &= N_{0x} + a_{1x_0} R_{x_0x_0} + R_{x_0x_0} a_{1x_0}^T + R_{x_0x_0} F_{2x_0x_0} R_{x_0x_0}; \\ \frac{d\lambda_{y_0}}{dt} &= \mathbf{a}_{y_0} + R_{y_0y_0} \mathbf{F}_{1y_0}; \\ \frac{dR_{y_0y_0}}{dt} &= N_{0y} + a_{1y_0} R_{y_0y_0} + R_{y_0y_0} a_{1y_0}^T + R_{y_0y_0} F_{2y_0y_0} R_{y_0y_0}; \\ \frac{d\lambda_{A_0}}{dt} &= \mathbf{a}_{A_0} + R_{A_0A_0} \mathbf{F}_{1A_0}; \\ \frac{dR_{A_0A_0}}{dt} &= N_{0A} + a_{1A_0} R_{A_0A_0} + R_{A_0A_0} a_{1A_0}^T + R_{A_0A_0} F_{2A_0A_0} R_{A_0A_0}; \\ \frac{d\lambda_{\varphi_0}}{dt} &= \mathbf{a}_{\varphi_0} + R_{\varphi_0\varphi_0} \mathbf{F}_{1\varphi_0}; \\ \frac{dR_{\varphi_0\varphi_0}}{dt} &= N_{0\varphi} + a_{1\varphi_0} R_{\varphi_0\varphi_0} + R_{\varphi_0\varphi_0} a_{1\varphi_0}^T + R_{\varphi_0\varphi_0} F_{2\varphi_0\varphi_0} R_{\varphi_0\varphi_0}; \\ \frac{d\lambda_{a_0}}{dt} &= \mathbf{a}_{a_0} + R_{a_0a_0} \mathbf{F}_{1a_0}; \\ \frac{dR_{a_0a_0}}{dt} &= N_{0a} + a_{1a_0} R_{a_0a_0} + R_{a_0a_0} a_{1a_0}^T + R_{a_0a_0} F_{2a_0a_0} R_{a_0a_0}; \\ \frac{d\lambda_{b_0}}{dt} &= \mathbf{a}_{b_0} + R_{b_0b_0} \mathbf{F}_{1b_0}; \\ \frac{dR_{b_0b_0}}{dt} &= N_{0b} + a_{1b_0} R_{b_0b_0} + R_{b_0b_0} a_{1b_0}^T + R_{b_0b_0} F_{2b_0b_0} R_{b_0b_0}. \end{aligned}$$

Для стационарного состояния полагаем $\frac{dR}{dt} = 0$. В результате (2) преобразуется в систему из нелинейных алгебраических уравнений, не зависящих от времени.

Для частного случая при третьем порядке уравнений диффузионного марковского процесса для независимых друг от друга параметров траектории имеем следующую структуру непрерывного фильтра:

$$\begin{aligned} \frac{dx_0}{dt} &= v_{x_0} + \frac{\Omega_{x_0} q}{N} \iint_M u_d \frac{x - (x_{d_0} + A_{d_0} \cos \varphi_{d_0})}{b_{d_0}^2} s(x_0, y_0, t) dx_0 dy_0; \\ \frac{dv_{x_0}}{dt} &= a_{x_0} + \frac{\Omega_{v_x} q}{N} \iint_M u_d \frac{x - (x_{d_0} + A_{d_0} \cos \varphi_{d_0})}{b_{d_0}^2} s(x_0, y_0, t) dx_0 dy_0; \\ \frac{da_{x_0}}{dt} &= \frac{\Omega_{a_x} q}{N} \iint_M u_d \frac{x - (x_{d_0} + A_{d_0} \cos \varphi_{d_0})}{b_{d_0}^2} s(x_0, y_0, t) dx_0 dy_0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dy_o}{dt} &= v_{y_o} + \frac{\Omega_{yq}}{N} \iint_M u_d \frac{y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{dv_{y_o}}{dt} &= a_{y_o} + \frac{\Omega_{v_y q}}{N} \iint_M u_d \frac{y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{da_{y_o}}{dt} &= \frac{\Omega_{a_y q}}{N} \iint_M u_d \frac{y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{dA_o}{dt} &= r_o + \frac{\Omega_{Aq}}{N} \iint_M u_d \frac{[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})] \cos \varphi_{do} + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})] \sin \varphi_{do}}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{dr_o}{dt} &= \rho_o + \frac{\Omega_{r q}}{N} \iint_M u_d \frac{[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})] \cos \varphi_{do} + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})] \sin \varphi_{do}}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{d\rho_o}{dt} &= \frac{\Omega_{\rho q}}{N} \iint_M u_d \frac{[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})] \cos \varphi_{do} + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})] \sin \varphi_{do}}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{d\varphi_o}{dt} &= \omega_o + \\
 &+ \frac{\Omega_{\varphi q} A_{do}}{N} \iint_M u_d \frac{-[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})] \sin \varphi_{do} + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})] \cos \varphi_{do}}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{d\omega_o}{dt} &= \varepsilon_o + \\
 &+ \frac{\Omega_{\omega q} A_{do}}{N} \iint_M u_d \frac{-[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})] \sin \varphi_{do} + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})] \cos \varphi_{do}}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{d\varepsilon_o}{dt} &= \frac{\Omega_{\varepsilon q} A_{do}}{N} \iint_M u_d \frac{-[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})] \sin \varphi_{do} + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})] \cos \varphi_{do}}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{da_o}{dt} &= \dot{a}_o + \frac{\Omega_{a q}}{N} \iint_M \frac{u_d s^2(x_o, y_o, t)}{a_{do}} dx_o dy_o; \\
 \frac{d\dot{a}_o}{dt} &= \ddot{a}_o + \frac{\Omega_{\dot{a} q}}{N} \iint_M \frac{u_d s^2(x_o, y_o, t)}{a_{do}} dx_o dy_o; \\
 \frac{d\ddot{a}_o}{dt} &= \frac{\Omega_{\ddot{a} q}}{N} \iint_M \frac{u_d s^2(x_o, y_o, t)}{a_{do}} dx_o dy_o; \\
 \frac{db_o}{dt} &= \dot{b}_o - \frac{\Omega_{b q}}{N} \iint_M u_d \frac{[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})]^2 + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})]^2}{2b_{do}} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{d\dot{b}_o}{dt} &= \ddot{b}_o - \frac{\Omega_{\dot{b} q}}{N} \iint_M u_d \frac{[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})]^2 + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})]^2}{2b_{do}} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{d\ddot{b}_o}{dt} &= -\frac{\Omega_{\ddot{b} q}}{N} \iint_M u_d \frac{[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})]^2 + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})]^2}{2b_{do}} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o,
 \end{aligned} \tag{11}$$

где q — признак отсутствия изображения источника излучения на видеокдрах (принимает значение 0 или 1); $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_{v_x}, \Omega_{v_y}, \Omega_{a_x}, \Omega_{a_y}, \Omega_A, \Omega_r, \Omega_\rho, \Omega_\varphi, \Omega_\omega, \Omega_\varepsilon, \Omega_a, \Omega_{\dot{a}}, \Omega_{\ddot{a}}, \Omega_b, \Omega_{\dot{b}}, \Omega_{\ddot{b}}$ — коэффициенты фильтра.

Синтезированный квазиоптимальный алгоритм обеспечивает оценку не только самих параметров, но и скоростей и ускорений их изменения.

Из алгоритма (11) возможно получение частных вариантов путем исключения оцениваемых параметров, а также понижением порядка уравнений диффузионного марковского процесса. Например, для частного случая при первом порядке уравнений диффузионного марковского процесса для параметров сигнала имеем следующую структуру фильтра [13]:

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_o}{dt} &= \frac{\Omega_x q}{N} \iint_M u_d \frac{x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{dy_o}{dt} &= \frac{\Omega_y q}{N} \iint_M u_d \frac{y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{dA_o}{dt} &= \frac{\Omega_A q}{N} \iint_M u_d \frac{[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})] \cos \varphi_{do} + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})] \sin \varphi_{do}}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{d\varphi_o}{dt} &= \\
 &= \frac{\Omega_\varphi q A_{do}}{N} \iint_M u_d \frac{-[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})] \sin \varphi_{do} + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})] \cos \varphi_{do}}{b_{do}^2} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o; \\
 \frac{da_o}{dt} &= \frac{\Omega_a q}{N} \iint_M \frac{u_d s^2(x_o, y_o, t)}{a_{do}} dx_o dy_o; \\
 \frac{db_o}{dt} &= -\frac{\Omega_b q}{N} \iint_M u_d \frac{[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})]^2 + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})]^2}{2b_{do}} s(x_o, y_o, t) dx_o dy_o.
 \end{aligned} \tag{12}$$

Дискретный алгоритм квазиоптимальной фильтрации для оценки только параметров движения изображения на фоне помех, полученный в соответствии с (5) и с учетом равенства $\mathbf{S}_1[n, \boldsymbol{\lambda}_o] N^{-1}[n] \times (\xi[n] - s[n, \boldsymbol{\lambda}_o]) = \mathbf{F}_1[n, \boldsymbol{\lambda}_o]$, имеет вид

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\lambda}_{x_o}[n+1, n] &= \mathbf{a}_{x_o}[n]; \\
 \boldsymbol{\lambda}_{x_o}[n] &= \boldsymbol{\lambda}_{x_o}[n, n-1] + qP_x[n] \mathbf{F}_{1x_o}[n]; \\
 \boldsymbol{\lambda}_{y_o}[n+1, n] &= \mathbf{a}_{y_o}[n]; \\
 \boldsymbol{\lambda}_{y_o}[n] &= \boldsymbol{\lambda}_{y_o}[n, n-1] + qP_y[n] \mathbf{F}_{1y_o}[n]; \\
 \boldsymbol{\lambda}_{A_o}[n+1, n] &= \mathbf{a}_{A_o}[n]; \\
 \boldsymbol{\lambda}_{A_o}[n] &= \boldsymbol{\lambda}_{A_o}[n, n-1] + qP_A \mathbf{F}_{1A_o}[n]; \\
 \boldsymbol{\lambda}_{\varphi_o}[n+1, n] &= \mathbf{a}_{\varphi_o}[n]; \\
 \boldsymbol{\lambda}_{\varphi_o}[n] &= \boldsymbol{\lambda}_{\varphi_o}[n, n-1] + qP_\varphi \mathbf{F}_{1\varphi_o}[n],
 \end{aligned} \tag{13}$$

где

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_{x_o}[n] &= \left(x_o[n] + v_{x_o}[n]T + \frac{a_{x_o}[n]T^2}{2}, v_{x_o}[n] + a_{x_o}[n]T, a_{x_o}[n] \right)^T; \\
 \mathbf{a}_{y_o}[n] &= \left(y_o[n] + v_{y_o}[n]T + \frac{a_{y_o}[n]T^2}{2}, v_{y_o}[n] + a_{y_o}[n]T, a_{y_o}[n] \right)^T; \\
 \mathbf{a}_{A_o}[n] &= \left(A_o[n] + r_o[n]T + \frac{\rho_o[n]T^2}{2}, r_o[n] + \rho_o[n]T, \rho_o[n] \right)^T; \\
 \mathbf{a}_{\varphi_o}[n] &= \left(\varphi_o[n] + \omega_o[n]T + \frac{\varepsilon_o[n]T^2}{2}, \omega_o[n] + \varepsilon_o[n]T, \varepsilon_o[n] \right)^T; \\
 \mathbf{F}_{1x_o}[n] &= \left(\frac{\partial F[n]}{\partial x_o}, 0, 0 \right)^T; \quad \mathbf{F}_{1y_o}[n] = \left(\frac{\partial F[n]}{\partial y_o}, 0, 0 \right)^T;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_{1A_o} [n] &= \left(\frac{\partial F [n]}{\partial A_o}, 0, 0 \right)^T; \quad \mathbf{F}_{1\varphi_o} [n] = \left(\frac{\partial F [n]}{\partial \varphi_o}, 0, 0 \right)^T; \\
 \frac{\partial F [n]}{\partial x_o} &= \frac{1}{N} \sum_M \sum \left[u_d \frac{x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})}{b^2} s [x_o, y_o, n] \right]; \\
 \frac{\partial F [n]}{\partial y_o} &= \frac{1}{N} \sum_M \sum \left[u_d \frac{y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})}{b^2} s [x_o, y_o, n] \right]; \\
 \frac{\partial F [n]}{\partial A_o} &= \frac{1}{N} \sum_M \sum \left\{ u_d \frac{[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})] \cos \varphi_{do} + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})] \sin \varphi_{do}}{b^2} s [x_o, y_o, n] \right\}; \\
 \frac{\partial F [n]}{\partial \varphi_o} &= \\
 &= \frac{A_{do}}{N} A_{do} \sum_M \sum \left\{ u_d \frac{-[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})] \sin \varphi_{do} + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})] \cos \varphi_{do}}{b^2} s [x_o, y_o, n] \right\}; \\
 \frac{\partial F [n]}{\partial v_{x_o}} &= \frac{\partial F [n]}{\partial v_{y_o}} = \frac{\partial F [n]}{\partial r_o} = \frac{\partial F [n]}{\partial w_o} = \frac{\partial F [n]}{\partial a_{x_o}} = \frac{\partial F [n]}{\partial a_{y_o}} = \frac{\partial F [n]}{\partial \rho_o} = \frac{\partial F [n]}{\partial \varepsilon_o} = 0; \\
 s [x_o, y_o, n] &= a_{do} \exp \left(- \frac{[x - (x_{do} + A_{do} \cos \varphi_{do})]^2 + [y - (y_{do} + A_{do} \sin \varphi_{do})]^2}{2b_{do}^2} \right).
 \end{aligned}$$

С учетом того, что изменение параметров независимо, дисперсионные матрицы вычисляются по следующим уравнениям:

$$\begin{aligned}
 P_x [n+1, n] &= \frac{\partial \mathbf{a}_x [n]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{x_o} [n]} P_x [n] \frac{\partial \mathbf{a}_x^T [n]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{x_o} [n]} + N_{ox} [n]; \\
 P_x [n] &= P_x [n, n-1] - P_x [n, n-1] \mathbf{S}_{1x} [n] \left(\mathbf{S}_{1x}^T [n] P_x [n, n-1] \mathbf{S}_{1x} [n] + N_x \right)^{-1} \mathbf{S}_{1x}^T [n] P_x [n, n-1]; \\
 P_y [n+1, n] &= \frac{\partial \mathbf{a}_y [n]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{y_o} [n]} P_y [n] \frac{\partial \mathbf{a}_y^T [n]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{y_o} [n]} + N_{oy} [n]; \\
 P_y [n] &= P_y [n, n-1] - P_y [n, n-1] \mathbf{S}_{1y} \left(\mathbf{S}_{1y}^T [n] P_y [n, n-1] \mathbf{S}_{1y} [n] + N_y \right)^{-1} \mathbf{S}_{1y}^T [n] P_y [n, n-1]; \\
 P_A [n+1, n] &= \frac{\partial \mathbf{a}_A [n]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{A_o} [n]} P_A [n] \frac{\partial \mathbf{a}_A^T [n]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{A_o} [n]} + N_{ox} [n]; \\
 P_A [n] &= P_A [n, n-1] - P_A [n, n-1] \mathbf{S}_{1A} [n] \left(\mathbf{S}_{1A}^T [n] P_A [n, n-1] \mathbf{S}_{1A} [n] + N_A \right)^{-1} \mathbf{S}_{1A}^T [n] P_A [n, n-1]; \\
 P_\varphi [n+1, n] &= \frac{\partial \mathbf{a}_\varphi [n]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{\varphi_o} [n]} P_\varphi [n] \frac{\partial \mathbf{a}_\varphi^T [n]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{\varphi_o} [n]} + N_{ox} [n]; \\
 P_\varphi [n] &= P_\varphi [n, n-1] - P_\varphi [n, n-1] \mathbf{S}_{1\varphi} [n] \left(\mathbf{S}_{1\varphi}^T [n] P_\varphi [n, n-1] \mathbf{S}_{1\varphi} [n] + N_\varphi \right)^{-1} \mathbf{S}_{1\varphi}^T [n] P_\varphi [n, n-1],
 \end{aligned}$$

$$\text{где } \frac{\partial \mathbf{a}_x [n]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{x_o} [n]} = \frac{\partial \mathbf{a}_y [n]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{y_o} [n]} = \frac{\partial \mathbf{a}_A [n]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{A_o} [n]} = \frac{\partial \mathbf{a}_\varphi [n]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{\varphi_o} [n]} = \begin{pmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{S}_{1x} [n] = \left(\frac{\partial s [n, \boldsymbol{\lambda}_o]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{x_o} [n]}, 0, 0 \right)^T; \\
 \mathbf{S}_{1y} [n] = \left(\frac{\partial s [n, \boldsymbol{\lambda}_o]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{y_o} [n]}, 0, 0 \right)^T; \quad \mathbf{S}_{1A} [n] = \left(\frac{\partial s [n, \boldsymbol{\lambda}_o]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{A_o} [n]}, 0, 0 \right)^T; \quad \mathbf{S}_{1\varphi} [n] = \left(\frac{\partial s [n, \boldsymbol{\lambda}_o]}{\partial \boldsymbol{\lambda}_{\varphi_o} [n]}, 0, 0 \right)^T.$$

При отсутствии изображения источника излучения на видеокадрах его движение можно восстановить по прогнозируемым параметрам движения в соответствии с выражениями

$$x_{co} (t) = x_{do} + A_{do} \cos (\varphi_{do}); \quad y_{co} (t) = y_{do} + A_{do} \sin (\varphi_{do}). \quad (14)$$

В соответствии с законами геометрической оптики связь между координатами изображения источника излучения и реальными его координатами определяется выражениями

$$x = \frac{d}{f}X; \quad y = \frac{d}{f}Y, \quad (15)$$

где x, y — координаты источника излучения; X, Y — координаты изображения источника излучения; d — дальность до источника излучения; f — фокусное расстояние объектива.

Синтезированные алгоритмы можно использовать непосредственно для оценки параметров движения источника излучения. В этом случае в уравнения для оценки координат центра $(x_0, v_{x_0}, a_{x_0}, y_0, v_{y_0}, a_{y_0})$ и радиуса (A_0, r_0, ρ_0) вращения источника излучения перед интегралами в (11), (12) или знаками суммирования в (13) вводится коэффициент $K = d/f$ в соответствии с (15), а под интегралами или знаками суммирования используются параметры движения изображения источника излучения. Если первоначально определяют оценки параметров движения изображения источника излучения, используя алгоритмы (11), (12) или (13), то расчет координат источника излучения осуществляется по выражениям (15).

Полученный упрощенный алгоритм (11) целесообразно использовать в случаях стационарного или квазистационарного изменения параметров движения изображения источника излучения.

В алгоритмах (11)—(13) должны обеспечиваться условия синхронизации [14], в противном случае возможен срыв процесса оценки параметров движения источника излучения. Тогда необходимо переходить в режим прогнозирования параметров (14) в соответствии с (6).

Результаты моделирования алгоритма оценки параметров движения источника излучения

Разработанный квазиоптимальный алгоритм (13) без оценки параметров изображения a и b реализован в среде Matlab [11]. По полученным координатам изображения путем пересчета (15) получают координаты источника излучения.

Реализация алгоритма осуществлена с частотой 200 Гц. Размер телевизионного изображения 320×320 пикселей. Для упрощения вычисления интегралов при реализации указанного алгоритма использован подход, предложенный в работе [3], позволяющий вести расчеты по сумме и разности площадей четырех квадрантов ограниченной квадратным стробом области обработки.

На рис. 1 приведены исходные телевизионные изображения. На рис. 2—4 — результаты оценки параметров движения изображения источника излучения по видеокадрам (серого цвета), а также истинные значения оцениваемых параметров (черного цвета).

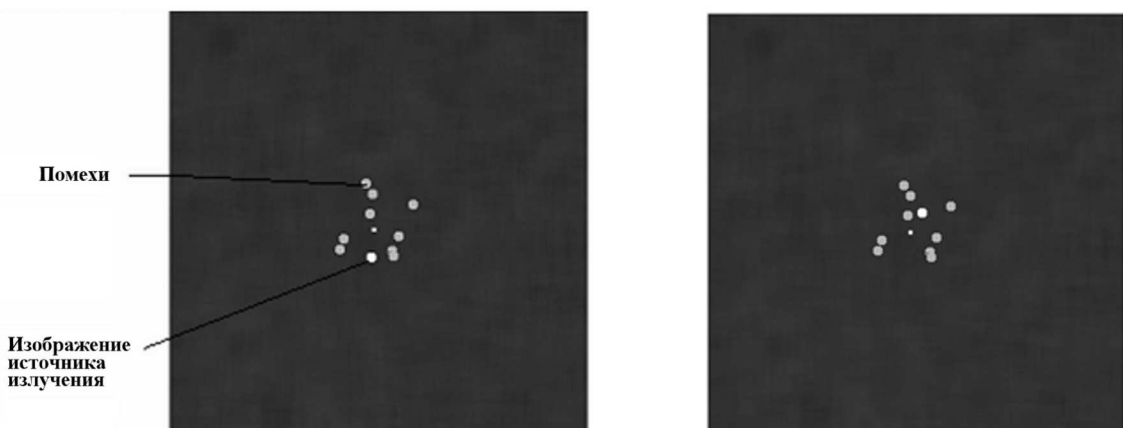


Рис. 1. Два видеокадра из последовательности телевизионных изображений, показывающие положение подвижного изображения источника полезного излучения относительно помех

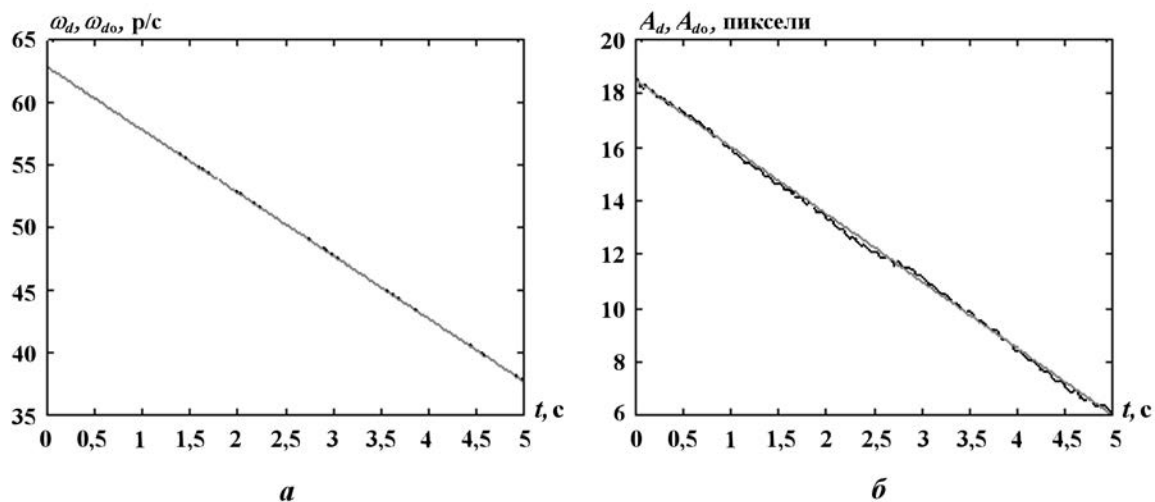


Рис. 2. Оценка частоты (а) и радиуса (б) вращения изображения источника полезного излучения

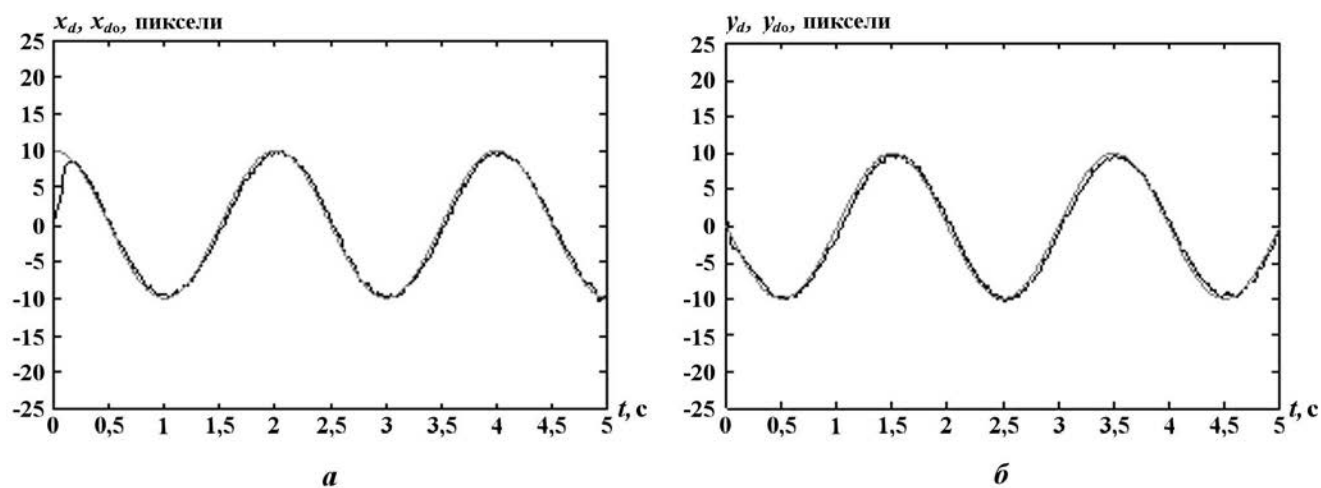


Рис. 3. Оценка координат центра вращения изображения источника полезного излучения: а — по горизонтали; б — по вертикали

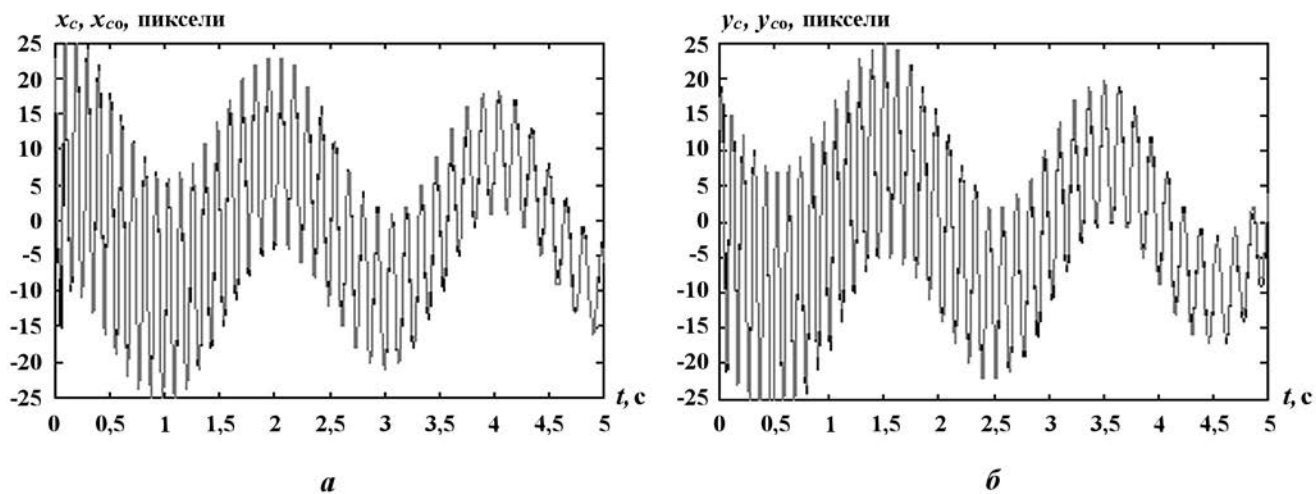


Рис. 4. Оценка координат центра изображения источника полезного излучения: а — по горизонтали; б — по вертикали

Проведен расчет ошибок оценок параметров движения изображения источника полезного излучения. Получены следующие математические ожидания и среднеквадратические ошибки оценок соответственно: для координат центра вращения — 1,0 и 0,88 пикселя; для радиуса вращения — 0,11 и 0,08 пикселя; для частоты вращения — 0,02 и 0,01 р/с; для координат центра изображения источника излучения — 1,2 и 1,3 пикселя.

Заключение

Таким образом, разработаны квазиоптимальные алгоритмы, обеспечивающие оценку и прогнозирование параметров движения (координат центра, частоты и радиуса вращения) источника излучения, а также уровня яркости и радиуса его изображения непосредственно по последовательности телевизионных изображений.

Список литературы

1. *Понятский В. М., Карамов С. В., Макарецкий Е. А.* Выделения координат полезного источника излучения на фоне помех с фотоприемника матричного типа // 8-я Межд. конф. "Цифровая обработка сигналов и ее применение" (29—31 марта 2006 г.). Т. 2. М.: Институт проблем управления, 2006. С. 450—453.
2. *Карамов С. В., Понятский В. М.* Реализация алгоритма выделения координат полезного источника по изображению с фотоприемника матричного типа // Тр. Третьей межд. конф. "Параллельные вычисления и задачи управления" (2—4 октября 2006 г.). М.: Институт проблем управления, 2006. С. 456—471.
3. *Понятский В. М., Южно П. М.* Квазиоптимальный синтез системы оценки координат источника излучения с пространственно-временной модуляцией // Всерос. воен.-науч. конф. "Проблемы развития системы РЭБ Российской Федерации". Тез. докл. Ч. 2. Воронеж: ФГНИИЦ РЭБ ОЭСЗ, 2005. С. 64—66.
4. *Карамов С. В., Понятский В. М.* Оценка фазы вращения подвижного источника излучения по видеоизображениям // Третья межд. конф. по проблемам управления (20—22 июня 2006 г.): Пленарные доклады и избранные труды. М.: Институт проблем управления, 2006. С. 638—645.
5. *Понятский В. М.* Определение частоты вращения летательного аппарата по последовательности видеоизображений // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2007. Вып. 1. С. 89—103.
6. *Понятский В. М., Карамов С. В.* Идентификация параметров нестационарных двумерных сигналов // Тр. VI Межд. конф. "Идентификация систем и задачи управления". М.: Институт проблем управления, 2007. С. 1338—1354.
7. *Понятский В. М.* Выделение параметров траектории движения вращающегося летательного аппарата с помощью квазиоптимального фильтра // Межд. науч. конф. "Проблемы баллистики". Т. 2. С.-Пб.: БГТУ, 2007. С. 136—161.
8. *Понятский В. М.* Оценка экспериментальных характеристик летательного аппарата методом инвариантного погружения // Первая всерос. науч.-тех. конф. "Фундаментальные основы баллистического проектирования" (23—26 июня 2008 г.). Т. 1. С.-Пб.: БГТУ, 2008. С. 29—33.
9. *Понятский В. М.* Оценка параметров движения изображения при видеообработке с помощью квазиоптимальной фильтрации // X Межд. семинар "Супервычисления и математическое моделирование" (29 сентября — 3 октября 2008 г.). Саров: ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", 2008. С. 100—103.
10. *Понятский В. М.* Выделение параметров движения изображения источника излучения по последовательности видеокадров с помощью квазиоптимального фильтра // Изв. ТулГУ. Сер. "Радиотехника и радиооптика". 2008. Т. X. С. 123—135.

11. *Понятский В. М.* Методический подход к проектированию алгоритмов оценки параметров движения изображения объекта при обработке последовательности телевизионных кадров на основе метода квазиоптимальной фильтрации // 11-я Межд. конф. "Цифровая обработка сигналов и ее применение" (24—26 марта 2009 г). Т. 2. М.: Институт проблем управления, 2009. С. 497—501.
12. *Тихонов В. И.* Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983.
13. *Сейдж Э., Мелса Дж.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976.
14. *Тихонов В. И., Миронов М. А.* Марковские процессы. М.: Советское радио, 1977.

Статья поступила в редакцию 12.05.09.
