

РАЗВИТИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РИХТМАЙЕРА – МЕШКОВА И ТУРБУЛЕНТНОЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЕ В ПЛОСКОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ГАЗОВОЙ СИСТЕМЕ

А. Н. Разин
РФЯЦ-ВНИИЭФ

Проведено численное моделирование турбулентного перемешивания, возникающего в плоской трехслойной газовой системе при неустойчивости Рихтмайера – Мешкова. Для анализа развития неустойчивости на контактных границах используются две теоретические модели, расчет турбулентного перемешивания выполняется по модели В. В. Никифорова. Достоверность результатов численного моделирования подтверждается экспериментальными данными.

Введение

При численном моделировании турбулентного перемешивания (ТП) в слоистых системах с использованием полуэмпирических моделей турбулентности существует проблема инициализации ТП. Действительно, полуэмпирические модели предназначены лишь для расчета развитой турбулентности. Этап развития неустойчивости и переход к ТП должен рассчитываться с использованием каких-либо других моделей. В такой ситуации к моменту включения в расчет полуэмпирической модели турбулентности необходимо на каждой контактной границе (КГ) определить параметры инициирования ТП: время перехода от этапа развития неустойчивости к ТП, ширину начальной зоны и значения турбулентных величин. Несмотря на многочисленные теоретические, экспериментальные и численные исследования, выполненные в научных лабораториях различных стран [1–25], наши знания о развитии неустойчивости движения и последующем переходе к ТП далеки от желаемого.

Для расчета ТП в методике ВИХРЬ [26] используется полуэмпирическая модель ТП, предложенная В. В. Никифоровым [27]. Этап развития неустойчивости в методике ВИХРЬ до недавнего времени не моделировался: предполагалось, что ТП начинается в момент времени, при котором КГ становится неустойчивой. Значение амплитуды возмущения (ширина начальной возмущенной зоны) определялось из интуитивных соображений на основе накопленного опыта, а из всех необходимых корреляций (продольная и поперечная кинетическая энергия турбулентности, квадрат пульсаций плотности, скорость диссипации и т. д.) в начальной возмущенной зоне задавался лишь квадрат пульсаций плотности. В последние годы в рамках методики ВИХРЬ разработаны два подхода для инициализации ТП. В первом подходе В. И. Козловым разработана модель инициализации ТП, основанная на интегрирова-

нии дифференциального уравнения для амплитуды возмущений (модель реализована И. В. Сапожниковым). Второй подход описывается в настоящей работе.

Суть предлагаемого подхода излагается на примере расчета ТП, возникающего в плоской трехслойной газовой системе. Анализ развития неустойчивости на возмущенной по синусоиде КГ выполняется по моделям [7], [15]. Момент перехода от этапа развития неустойчивости к ТП ($t = t_1$) определяется как время, при котором развитие возмущений выходит на слабо нелинейную стадию (скорость роста пузырей начинает отличаться от скорости роста струй). При $t = t_1$ определяются глубина проникновения легкого вещества в тяжелое (амплитуда пузырей) и глубина проникновения тяжелого вещества в легкое (амплитуда струй). При таком подходе момент включения уравнений ТП в расчет, ширина и асимметрия начальной зоны ТП соответствуют физике явления (с точностью, соответствующей теоретическим моделям).

Выбранная для численного моделирования ТП задача характеризуется умеренным числом Маха УВ, падающей на КГ, различной сжимаемостью контактирующих газов и позволяет проверить работоспособность метода инициализации как в случае движения УВ из тяжелого газа в легкий, так и в случае движения УВ из легкого газа в тяжелый. В работе дается подробный анализ развития течения, детально описывается процедура получения данных для инициализации ТП, обращается внимание на феномены, которые могут встретиться при использовании импульсной модели Рихтмайера [1] на этапе расчета неустойчивости. Ранее близкий алгоритм инициализации ТП использовался в работе [28].

Рассматривается развитие неустойчивости Рихтмайера – Мешкова (РМ) и ТП в плоской геометрии на двух КГ (рис. 1). Эксперименты выполнены на ударной трубе Е. Е. Мешковым с сотрудниками и представлены в [27]. Ударная труба имеет прямоугольное сечение 12×4 см. В качестве рабочих газов использовались воздух (Air) и гелий (He). УВ формировалась на правой границе трубы и перемещалась из Air в He и далее в Air. Число Маха УВ в Air $\approx 1,3$.

Параметры начального состояния системы

Вещество	ρ_0	γ	P_0	E_0
He	0,1663	1,63	10,13	96,688
Air	1,205	1,40	10,13	20,757

При заданном на правой границе давлении $P = 18$, что соответствует постановке опыта, в Air формируется УВ. Число Маха УВ связано с давлением за фронтом УВ соотношением

$$M = \sqrt{\frac{P + P_0 h}{P_0 (1 + h)}} \approx 1,29, \quad h = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}.$$

Плотность и массовая скорость газа за фронтом УВ при заданных условиях находятся из условий Ренкина – Гюгино

$$\rho = \rho_0 \frac{M^2}{(1 - h) + h M^2} = 1,8, \quad u = (1 - h) c_0 \frac{M^2 - 1}{M} = -1,47,$$

где $c_0 = 3,43$ – скорость звука в Air перед фронтом УВ, скорость УВ в Air $D = M c_0 = 4,42$. Время выхода УВ на КГ 3 составляет $t_1 = 35,2/D \approx 7,96$ (время прихода УВ на КГ 2 будет определено ниже).

На рис. 2 показано движение УВ по системе справа налево до момента времени, когда отраженная от левого торца трубы УВ взаимодействует с турбулентными зонами. Данные, приведенные на рис. 2, получены в расчете по методике ВИХРЬ. При выходе падающей УВ на КГ 3 на ней происходит распад разрыва с образованием УВ, движущейся в He, и волны разрежения (ВР), движущейся в Air (конфигурация УВ-ВР). На КГ 2 в результате распада разрыва формируются две УВ (конфигурация УВ-УВ). Необходимо отметить, что на развитие возмущений на КГ 3 оказывает влияние отраженная от КГ 2 слабая ударная волна, которая приходит на КГ 3 в момент времени $t_3 \approx 8,7$.

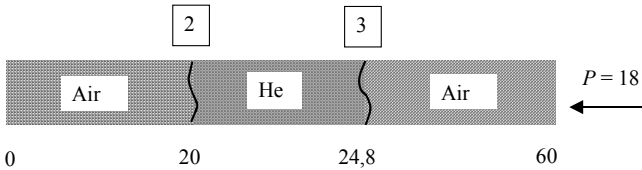


Рис. 1. Начальная геометрия задачи

Результаты численного моделирования ТП, развивающегося на контактных границах в данной задаче, неоднократно публиковались [27, 29], однако метод инициализации расчета ТП ранее не обсуждался. В данной работе основное внимание уделяется методу инициализации ТП в окрестности контактных границ: расчету этапа развития неустойчивости и определению момента перехода к ТП.

Нумерация КГ в расчете показана на рис. 1. Начальные параметры веществ даны в табл. 1. Плотности газов, приведенные в табл. 1, соответствуют начальному давлению в газах, равному $P_0 = 1$ атм, а удельная внутренняя энергия – начальной температуре 20 °С. В расчетах используется уравнение состояния идеального газа. Размерности задачи: мг, см, 10^{-4} с.

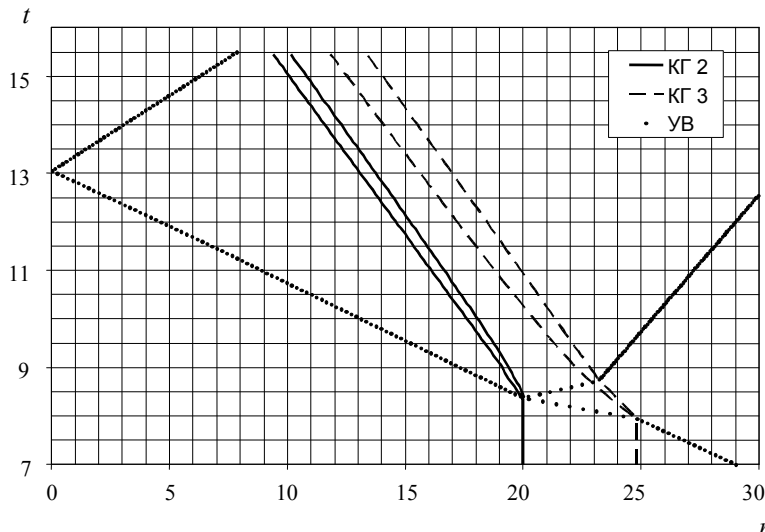


Рис. 2. Движение УВ по системе

Определим безразмерный параметр, который характеризует степень разнотолстотности контактирующих газов, – число Атвуда: $A_{0-} = \frac{\rho_A - \rho_B}{\rho_A + \rho_B} = \frac{\delta - 1}{\delta + 1}$, где $\delta = \rho_A / \rho_B$ – есть отношение плотностей на КГ. Для КГ 3 и 2 соответственно имеем $A_{0-} \approx -0,76$, $A_{0-} \approx 0,76$. Знак числа Атвуда определяется в зависимости от направления движения УВ. Если УВ движется из тяжелого вещества в легкое, $A_{0-} < 0$, в противном случае имеем $A_{0-} > 0$.

В экспериментах [27] специальных начальных возмущений на плоских КГ не вводилось. Наиболее вероятным источником начального возмущения является разнотолщинность пленки. Формирование возмущений, связанных с разнотолщинностью пленки, обусловлено тем, что вследствие этой разнотолщинности пленка рвется ударной волной на кусочки различного размера, в результате чего формируется спектр возмущений с различной длиной волны и амплитудой.

Естественно предположить, что фронт УВ при движении по системе не имеет идеальной плоской формы. В результате какие-то участки фронта УВ бегут чуть впереди соседних. В процессе взаимодействия УВ с КГ (и после) имеющиеся возмущения начнут расти, что приведет к потере устойчивости КГ (росту амплитуды шероховатости – начального возмущения).

В дальнейшем при рассмотрении качественной картины взаимодействия падающей УВ с контактными границами будем предполагать, что начальное возмущение КГ имеет вид синусоиды с длиной волны $\lambda = 2\pi/k$ и амплитудой a_{0-} (k – волновое число). Величинам до взаимодействия КГ с УВ будем приписывать нижний индекс $0-$, а после взаимодействия – $0+$. В расчетах выбор начальных значений k и a_{0-} не обоснован. Значения k и a_{0-} подбираются при проведении экспериментальных расчетов из условия совпадения численного решения на начальный момент времени (перед взаимодействием отраженной от левого торца УВ с турбулентными зонами) с данными экспериментов. Для обоснования правильности задания значений амплитуды и длины волны начальных возмущений требуется проведение ряда дополнительных экспериментов. Примем, что начальная амплитуда возмущений на КГ 2 и 3 (до взаимодействия УВ с КГ) составляет $a(0-) = 6,0 \cdot 10^{-3}$ см, длина волны возмущения $\lambda = 0,25$ см ($k \approx 25,0$).

Известно, что при изучении роста начального возмущения сжимаемость играет важную роль лишь на протяжении короткого отрезка времени [1] порядка $2a_{0-}/D$ – время взаимодействия УВ с возмущенной КГ, D – скорость падающей на контактную границу УВ. В дальнейшем доминирующими факторами, определяющими скорость роста возмущений, являются нелинейные процессы. При анализе развития возмущений

на обеих КГ нам потребуются результаты решения задачи о взаимодействии УВ с КГ. Задача о взаимодействии УВ с КГ в плоском случае решается аналитически как задача о распаде произвольного разрыва. В результате решения задачи находятся все газодинамические параметры, характеризующие состояние системы после прохождения УВ через КГ. Решения задач о распаде разрыва на КГ 2 и 3 приводятся ниже.

Для расчета роста амплитуды возмущений привлечем модели Alon et al [15, 21–23] и Zhang [7, 8]. Скорость роста амплитуды пузырей (v_{bA}) и струй (v_{sA}) в модели Alon составляет

$$v_{bA} = \frac{da_{bA}(t)}{dt} = \frac{U_0(1+C)}{1+(1+A)C+DC^2}; \quad (1)$$

$$v_{sA} = \frac{da_{sA}(t)}{dt} = \frac{U_0(1+C)}{1+(1-A)C+D\frac{1-A}{1+A}C^2}, \quad (2)$$

где $U_0 = AkUa_0$, $C = U_0kt$, $D = \begin{cases} 1,0, & A \rightarrow 0; \\ 1,5, & A \geq 0. \end{cases}$

Согласно теории Zhang [7, 8], на линейной и нелинейной стадиях развития возмущений полная скорость роста возмущений (v), скорости роста пузырей (v_{bZ}) и струй (v_{sZ}) описываются выражениями

$$v = \frac{v_{lin}}{1 + \lambda_1 v_{lin} \varepsilon a k^2 t + \max[0, (ak\lambda_1)^2 - \lambda_2]} (kv_{lin}t)^2; \quad (3)$$

$$v_{bZ} = \frac{da_{bZ}}{dt} = -v + Z; \quad v_{sZ} = \frac{da_{sZ}}{dt} = v + Z, \quad (4)$$

где $Z = Akv_{lin}^2 t \left\{ 1 + 2k^2 \varepsilon a v_{lin} t + 4 \left[(ka)^2 + \frac{1}{3}(1-A^2) \right] \times (kv_{lin}t)^2 \right\}^{-1}$; $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ – общее волновое число

начальных возмущений; λ – длина волны возмущения. В формуле (3) параметр ε полагается равным 1 – когда нет фазовой инверсии, в противном случае $\varepsilon = -1$ (о фазовой инверсии будет сказано позднее). Безразмерные параметры λ_1, λ_2 зависят от числа Атвуда, размерности задачи и ориентации волнового вектора (k_x, k_y) .

Для симметричной возмущенной поверхности в трехмерном случае $\lambda_1 \approx 0,0889 A^2 + 0,456$, $\lambda_2 \approx 0,39 A^2 - 0,228$. В двумерном случае параметры λ_1, λ_2 имеют следующие значения $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = A^2 - 0,5$.

Таким образом, в моделях Alon и Zhang изменение амплитуды пузырей и струй во времени определяется путем интегрирования (1)–(4). Прокомментируем выбор амплитуды и числа Атвуда в формулах (1)–(4). В работе Рихтмайера [1] показано, что для конфигурации УВ-УВ наилучшее согласие с экспериментальными

данными наблюдается при следующем выборе числа Атвуда и амплитуды:

- $A = A_{0+}$ (число Атвуда, определенное по плотностям слева и справа от КГ после прохождения УВ через КГ);

- $a = a_{0+} = a_{0-} (1 - \Delta U/D)$ – амплитуда возмущения после прохождения УВ через КГ, D – скорость падающей на контактную границу УВ, ΔU – приращение скорости КГ после взаимодействия с падающей УВ (если в начальный момент времени система находится в покое, то $\Delta U = U_1 = U_2$).

Используя прямое численное моделирование, Meyer, Blewett [18] обнаружили, что для конфигурации УВ-ВР лучшие результаты получаются, если в качестве числа Атвуда и амплитуды следует брать $A = A_{0+}$,

$a = 0,5(a_{0+} + a_{0-}) = a_{0-} [1 - \Delta U / (2D)]$. Таким образом, выбор амплитуды, волнового числа и числа Атвуда (a, k, A) в формулах (1)–(4) зависит от того, какая конфигурация реализуется на соответствующей КГ и будет обсуждаться ниже. Прежде чем мы изложим алгоритм инициализации ТП, покажем, что теоретические модели Alon и Zhang удовлетворительно описывают известные нам экспериментальные результаты.

Сравнение данных теоретических моделей и результатов экспериментов

Для проверки теоретических моделей выполнено моделирование трех экспериментов [3–5]. Характерной особенностью первой задачи являются: одинаковая сжимаемость контактирующих газов, умеренно большое число Маха УВ. В отличие от первой задачи во второй задаче сжимаемость контактирующих газов отличается значительно, но число Маха падающей УВ

небольшое. В третьей задаче число Маха велико, а после взаимодействия УВ с КГ происходит фазовая инверсия.

Задача 1. Эксперименты выполнены на ударной трубе С. Г. Зайцевым с сотрудниками [3]. В качестве рабочих газов использовались аргон и ксенон, первоначально разделенные лавсановой пленкой толщиной 2 мкм и имевшей форму синусоиды с $a_{0-} = 0,005$ м и длиной волны $\lambda = 0,036$ м ($k \approx 174,53$). Начальное давление газов составляло 0,5 атм. УВ формировалась на правой границе и перемещалась из аргона в ксенон. Число Маха УВ в аргоне равнялось 3,5.

Результаты расчетов и данные экспериментов Зайцева представлены на рис. 3. Из рис. 3 следует удовлетворительное согласие теорий Alon, Zhang с данными Зайцева.

Задача 2. Рассматривается развитие неустойчивости РМ в плоской геометрии на КГ двух газов Ar и SF_6 . Эксперименты выполнены R. Benjamin et al [5]. Начальное давление газов в трубе составляло 0,8 атм. Газы первоначально разделены тонкой мембраной, предотвращающей взаимодиффузию до начала проведения опыта. УВ формировалась на правой границе и перемещалась из Ar в SF_6 . Число Маха падающей УВ равнялось 1,2. Начальная амплитуда возмущенной КГ (до взаимодействия УВ с КГ) в эксперименте $a_{0-} = 2,4 \cdot 10^{-3}$ м, длина волны $\lambda = 0,0376$ м ($k = 2\pi/\lambda \approx 167,55$).

На рис. 4 представлены результаты теоретических зависимостей амплитуды пузырей и струй и данные прямого численного моделирования от времени (данные DNS взяты из работы [8], рис. 9). Можно наблюдать удовлетворительное согласие результатов теоретических оценок и данных численного моделирования.

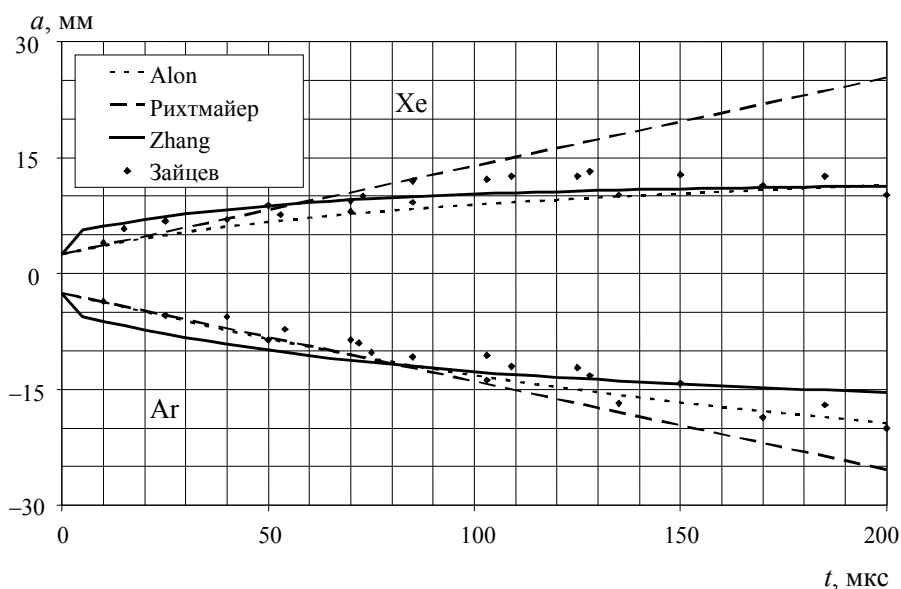


Рис. 3. Глубина проникновения пузырей Ar в Xe и струй Xe в Ar

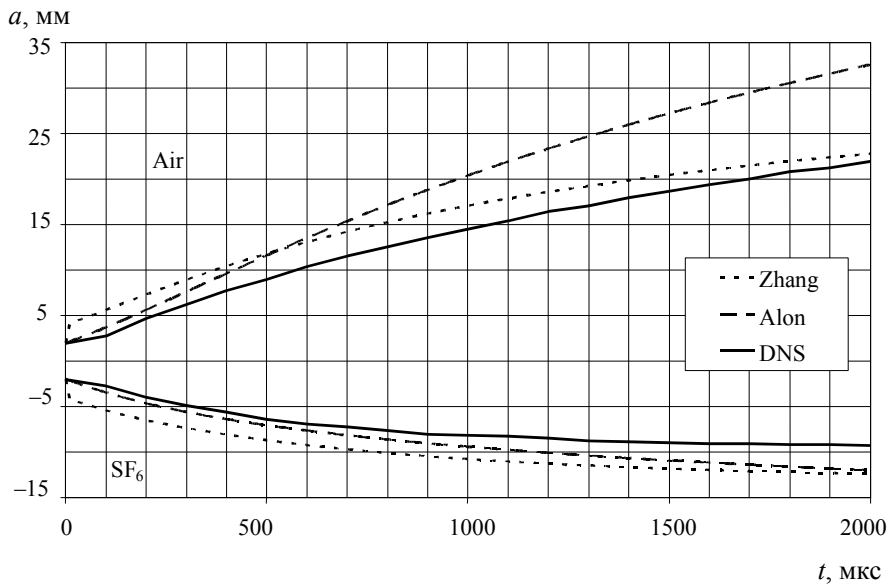


Рис. 4. Глубина проникновения пузырей Air в SF₆ и струй SF₆ в Air

Задача 3. В [4] представлены результаты экспериментов по развитию неустойчивости РМ на КГ между бериллием и пенопластом. Эксперименты выполнены в Lawrence Livermore National Laboratory на NOVA лазере. Восемь лучей лазера направляются в цилиндрическую камеру (hohlraum) через два отверстия диаметром 1 мм. Стенки камеры выполнены из золота и покрыты никелем. Аблятор мишени сделан из бериллия. Рентгеновские лучи нагревают поверхность мишени, в результате чего формируется УВ, движущаяся по бериллию в сторону пенопласта (Foam). В экспериментах контактная поверхность бериллий – Foam возмущена по синусоиде. Длина волны возмущенной поверхности в экспериментах $\lambda = 100$ мкм ($k = 2\pi/\lambda \approx 0,063$). В опытах варьировались число Маха УВ ($M = 1,33; 5,6; 10,8; 15,3$) и начальная амплитуда возмущений ($a_{0-} = 4, 10, 25, 50$ мкм).

Ниже представлены результаты сравнения модели Zhang и экспериментальных данных для вариантов $M = 15,3$, $a_{0-} = 4, 10$. Отличительной особенностью задачи является наличие прямой фазовой инверсии (сдвиг фазы на 180°) возмущенной поверхности при ее взаимодействии с УВ.

Результаты расчета полной скорости роста возмущений и данные экспериментов представлены на рис. 5. На рис. 6 приведены результаты теоретической зависимости полной амплитуды возмущений и данные экспериментов как функции времени. Обозначение, принятое на рис. 5 и 6: $a_{0-} = a(0-)$.

Как следует из представленных данных, можно наблюдать удовлетворительное согласие результатов теоретических оценок и экспериментальных данных. Вернемся к опыту [27] и продемонстрируем метод инициализации ТП на КГ 2 и 3.

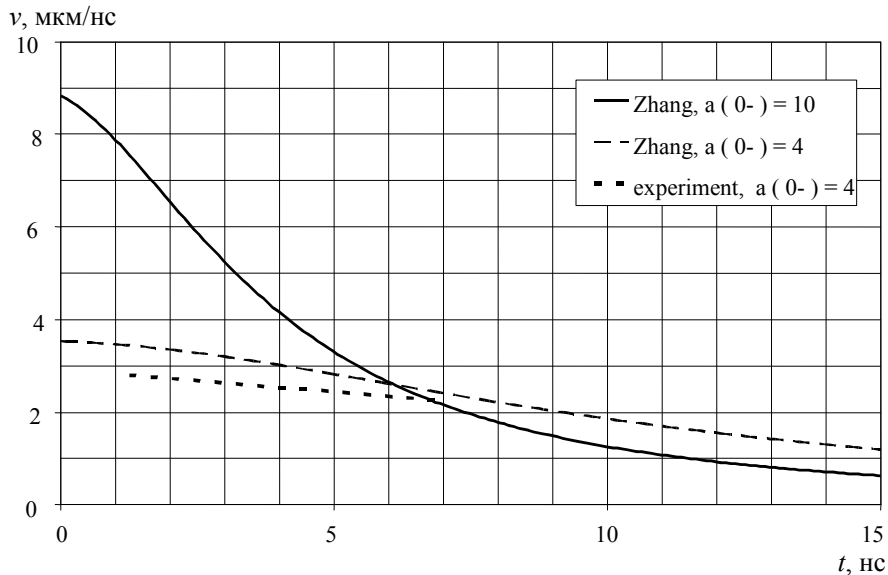


Рис. 5. Полная скорость роста возмущений

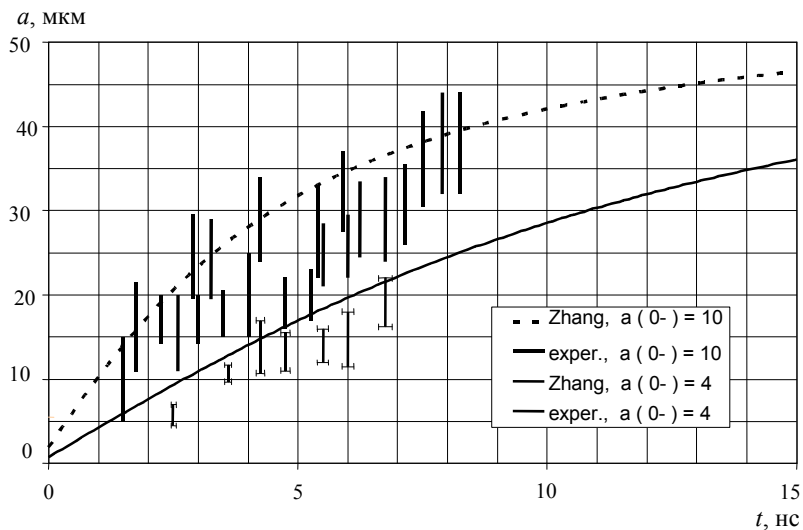


Рис. 6. Рост амплитуды

Инициализация турбулентного перемешивания

При выходе УВ на КГ 3 ($t_1 \approx 7,96$) происходит распад произвольного разрыва, в результате чего налево (в He) победит УВ, направо – волна разрежения, а между ними расположится контактный разрыв (КР). Схематическая картина течения после взаимодействия УВ с возмущенной КГ и значения средних газодинамических величин показаны на рис. 7.

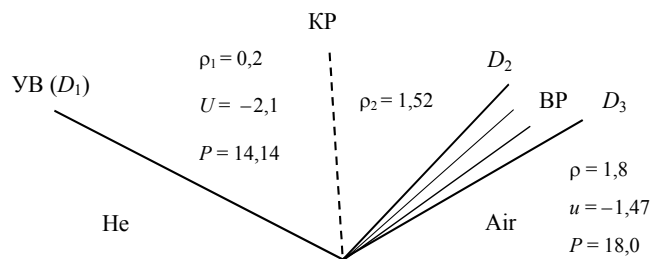


Рис. 7. Схема течения после распада разрыва на КГ 3

В результате решения задачи о распаде произвольного разрыва определим также скорость УВ в He ($D_1 = -11,44$) и скорости характеристик, ограничивающих центрированную ВР ($D_3 = 2,27$, $D_2 = 1,44$).

Число Атвуда, определенное по плотностям слева и справа от КГ $\rho_1 = 0,2$, $\rho_2 = 1,52$ (после взаимодействия УВ с возмущенной КГ), $A_{0+} \approx -0,76$. Следовательно для КГ 3 числа Атвуда до и после взаимодействия УВ с КГ близки. Амплитуда возмущенной КГ после взаимодействия с УВ вычисляется по соотношению Рихтмайера $a_{0+} = a_{0-} [1 - U/D] \approx 0,525 a_{0-} = 0,00316$.

На рис. 8 представлены зависимости амплитуды пузырей и струй от времени согласно модели Zhang. Согласно данному рисунку, время включения уравнений ТП в расчет для КГ 3 можно принять равным $t \approx t_1 + \Delta t_1$, где $t_1 \approx 7,96$ – начало развития возмущений на КГ 3 (время прихода УВ на КГ), а $\Delta t_2 \approx 0,35$ – отрезок времени, который соответствует

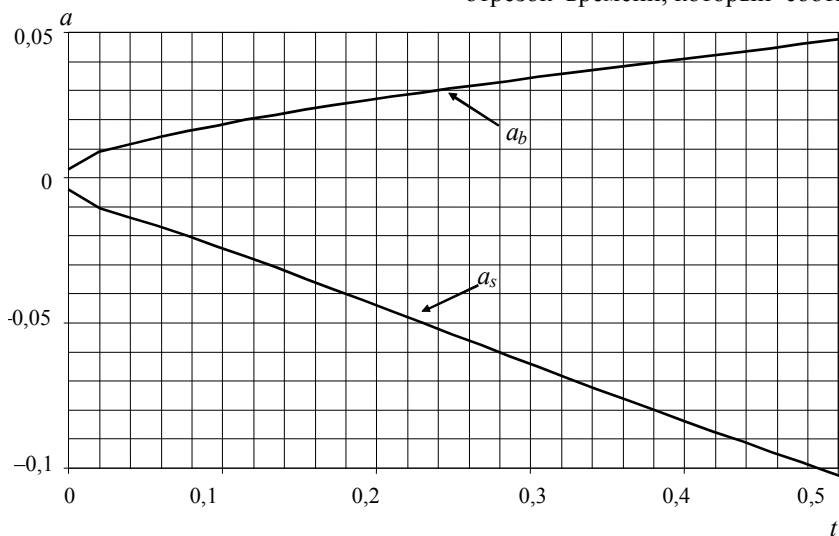


Рис. 8. Амплитуда пузырей и струй на КГ 3

слабо нелинейной стадии развития возмущений (скорость роста пузырей может незначительно отличаться от скорости роста струй). Глубины проникновения пузырей и струй на выбранный нами момент времени ($t \approx 8,3$) составляют соответственно $a_b \approx 0,04$, $a_s \approx 0,07$.

Определим турбулентные величины, которые необходимо задать в начальной зоне при $t \approx 8,3$. Примем, что интенсивность турбулентности составляет 5 % от скорости КГ 3, т. е. $I = \sqrt{u_1'^2} / U = 0,05$, где $U = 2,1$ – скорость КГ. В этом случае для продольной кинетической энергии турбулентности получаем

$$e_1 = \frac{\overline{u_1' u_1'}}{2} = \frac{(IU)^2}{2} = \frac{(0,05 \cdot 1,2)^2}{2} \approx 0,0055.$$

Для поперечных пульсаций скорости положим $e_2 = e_1$. Скорость диссипации кинетической энергии турбулентности (Q) определяется значениями пульсаций скорости (e_1), масштабом турбулентности (ℓ) и

эмпирической постоянной α : $Q = \alpha \frac{e_1^{1,5}}{\ell} = \alpha_1 e_1^{1,5}$. При

$\alpha = 0,15$, $\ell = 0,1$ ($\ell \leq |a_s| + |a_b|$ – начальное значение масштаба турбулентности не может превосходить амплитуду возмущения) находим $Q \approx 0,00061$.

Относительная интенсивность квадрата пульсаций плотности определяется согласно соотношению

$$R = \frac{\overline{\rho' \rho'}}{\rho^2} = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho} \frac{\rho_2 - \rho}{\rho},$$

где ρ_1, ρ_2 – плотности газов, ρ – средняя плотность смеси. Для средней плотности смеси примем приближение $\rho = 0,5(\rho_1 + \rho_2)$, тогда имеем

$$R = \frac{\overline{\rho' \rho'}}{\rho^2} = \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \right)^2 = A^2 \quad (A - \text{число Атвуда}).$$

Введем в последнее выражение эмпирический коэффициент, в результате получим выражение для вычисления относительной интенсивности квадрата пульсаций плотности в следующем виде:

$$R = \beta A^2. \quad (5)$$

Величину эмпирического коэффициента ($\beta = 0,1$) определим из условия, чтобы при умеренных отношениях плотностей на КГ определенная таким образом интенсивность пульсаций плотности согласовывалась с формулой В. В. Никифорова

$$R = \frac{\overline{\rho' \rho'}}{\rho^2} = \alpha \frac{(\delta - 1)^2}{\delta}, \quad \delta = \frac{\rho_1}{\rho_2} \geq 1.$$

Преимущество определения интенсивности пульсаций плотности через число Атвуда по сравнению с формулой Никифорова становится заметным при больших отношениях плотностей на КГ (при $\delta \rightarrow \infty$ формула

Никифорова дает большие начальные значения $R \rightarrow \infty$, что в некоторых задачах приводит к нефизическому росту начальной зоны). Для КГ 3 имеем $R = \beta A^2 \approx 0,0577$.

На момент времени, соответствующий нелинейной стадии развития возмущений, для КГ 3 найдена глубина проникновения пузырей и струй и определены значения турбулентных величин. Аналогичный анализ выполнен для КГ 2.

Скорость движения УВ по He ($D_1 = -11,44$), найденная выше, позволяет определить время прихода УВ на КГ 2 (начало развития неустойчивости) $t_2 = t_2 + 4,8/D_1 \approx 8,38$.

В результате распада разрыва на КГ налево и направо побегут ударные волны, а между ними расположится контактный разрыв. Схематическая картина течения после взаимодействия УВ с возмущенной КГ и параметры течения, полученные в результате решения задачи о распаде произвольного разрыва, показаны на рис. 9.

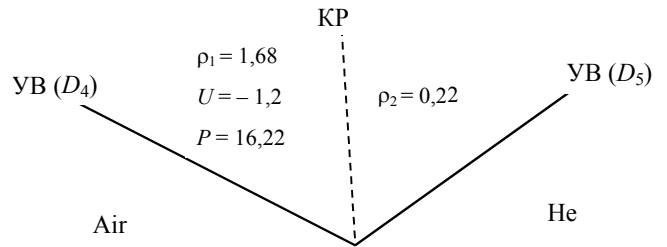


Рис. 9. Схема течения после распада разрыва на КГ 2

Решив задачу о распаде произвольного разрыва, определим также скорость УВ в Air ($D_4 \approx -4,23$) и скорость УВ в He ($D_5 \approx 9,14$).

Число Атвуда, определенное по плотностям $\rho_1 \approx 1,68$, $\rho_2 \approx 0,22$ (после взаимодействия УВ с возмущенной КГ), $A_{0+} \approx 0,76$. Амплитуда возмущенной КГ после взаимодействия с УВ вычисляется по соотношению Рихтмайера $a_{0+} = a_{0-} [1 - U/D_1] \approx 5,37 \cdot 10^{-3}$.

На рис. 10, 11 представлены результаты теоретических зависимостей роста амплитуды пузырей и струй от времени, где приняты обозначения: Zhang_2D – скорость роста в двумерном случае, Zhang_3D – скорость роста в трехмерном случае.

Проанализируем ситуацию, используя рис. 2, 10, 11 и результаты расчетов, выполненных по методике ВИХРЬ. Развитие возмущений на КГ 2 начинается при $t_2 \approx 8,38$. Отраженная от левого торца трубы УВ возвращается на КГ 2 при $t_4 \approx 16,0$. Таким образом, отрезок времени от момента начала развития неустойчивости

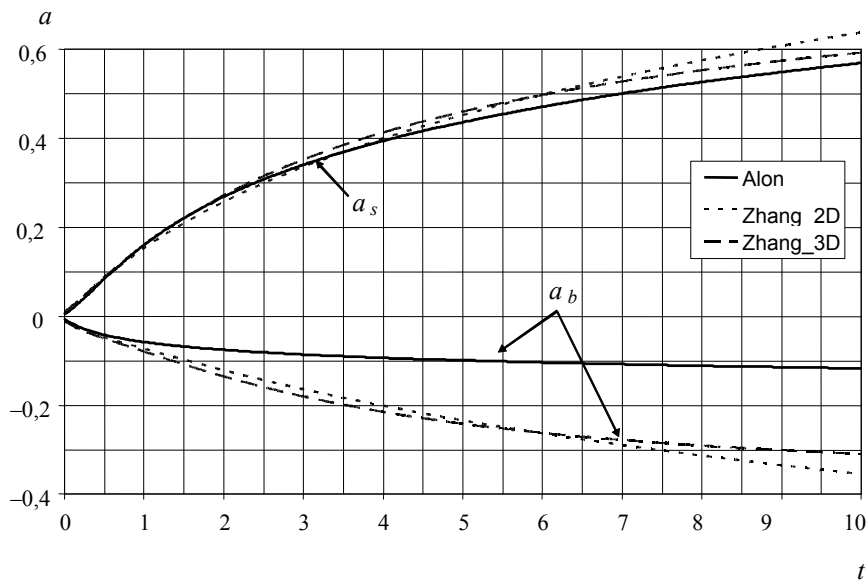


Рис. 10. Амплитуда пузырей и струй на КГ 2

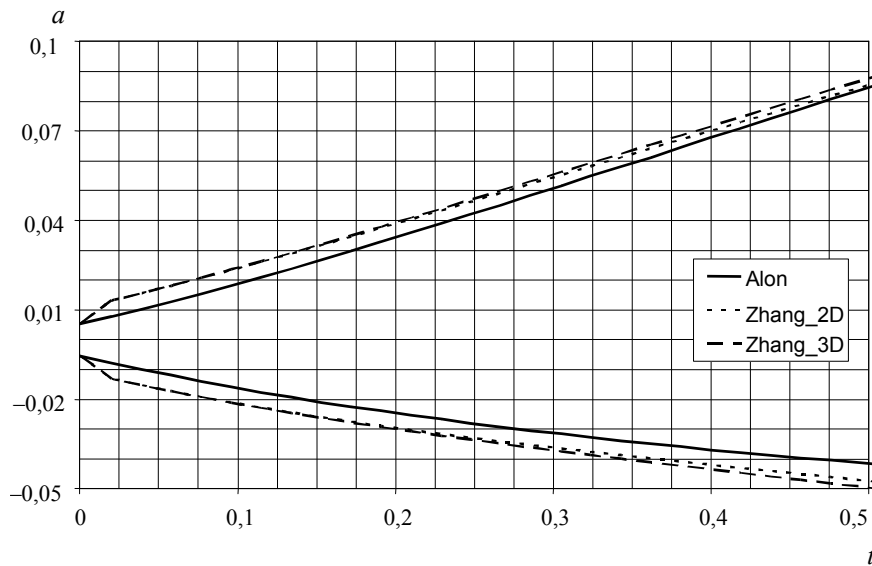


Рис. 11. Амплитуда пузырей и струй на КГ 2 (фрагмент рис. 10)

до момента возвращения отраженной от левого торца трубы УВ на КГ 3 составляет $\Delta t \approx 7,6$. Согласно данным рис. 10 за время $\Delta t \approx 7,6$ полная амплитуда возмущения достигает величины: по теории Alon $a = a_s - a_b \approx 0,63$, по Zhang – $a = a_s - a_b \approx 0,83$. Приведенные на рис. 2 результаты расчета, выполненного по методике ВИХРЬ, дают значение ширины зоны $\approx 0,73$ (по результатам расчета нельзя сказать, что представляет собой зона: то ли это этап развития неустойчивости, то ли турбулентное перемешивание). Казалось бы, данные Alon и Zhang соответствуют результатам методики ВИХРЬ, однако это может оказаться случайным совпадением хотя бы потому, что теории Alon и Zhang проверены лишь на линейной и слабо нелинейной стадиях развития неустойчивости. К тому же теория не дает ответа на вопрос, когда заканчивается этап развития неустойчивости и осуществляется переход к ТП. В такой ситуации разумно поступить следующим образом.

Время начала счета уравнений ТП для КГ 2 примем равным $t \approx t_2 + \Delta t_2$, где $t_2 \approx 8,38$ – начало развития возмущений на КГ 2, а $\Delta t_2 \approx 0,35$ – отрезок времени, который соответствует слабо нелинейной стадии развития возмущений (скорость роста пузырей начинает отличаться от скорости роста струй). Согласно данным рис. 11 глубина проникновения пузырей и струй на выбранный нами момент включения уравнений ТП в расчет ($t \approx 8,73$) для КГ 2 составляет соответственно $a_b \approx 0,04$, $a_s \approx 0,06$.

Определим турбулентные величины, которые необходимо задать в расчете в начальной зоне на момент $t \approx 8,73$. Примем, как и для КГ 3, что интенсивность турбулентности составляет 5% от скорости КГ 2, т. е. $I = \sqrt{u_1'^2} / U = 0,05$, где $U = 1,2$ – скорость КГ. В этом случае для продольных пульсаций скорости получаем

$$e_1 = \frac{\overline{u_1' u_1'}}{2} = \frac{(IU)^2}{2} = \frac{(0,05 \cdot 1,2)^2}{2} \approx 0,0018.$$

Для поперечных пульсаций скорости положим $e_2 = e_1$. Скорость диссипации кинетической энергии турбулентности (Q) определяется значениями пульсаций скорости (e_1), характерным масштабом турбулентности (ℓ)

и эмпирической постоянной α : $Q = \alpha \frac{e_1^{1,5}}{\ell} = \alpha_1 e_1^{1,5}$. При $\alpha = 0,15$, $\ell = 0,1$ находим $Q \approx 0,00012$.

Относительная интенсивность квадрата пульсаций плотности определим по соотношению (5) $R = \beta A^2 \approx 0,0577$.

Результаты расчета турбулентного перемешивания

Выше получена вся необходимая информация для постановки численного расчета. При проведении расчета используется подробная сетка с равномерной расстановкой точек в областях (нумерация областей слева направо). В первой области взято $M_1 = 2000$ точек, во второй – $M_2 = 480$, в третьей – $M_3 = 3520$. При таком выборе сетки во всех областях линейный размер ячейки составляет $h = 0,01$.

Таблица 2

Исходная информация, заданная на КГ 2 и 3

Номер КГ	t	R	e_1	e_2	Q	L_0
2	8,3	0,0577	0,0018	0,0018	0,00012	4+6
3	8,7	0,0577	0,0055	0,0055	0,00065	7+4

В таблице используются следующие обозначения: t – время включения в расчет уравнений ТП; R – значения относительного квадрата пульсаций плотности; e_1 – продольная кинетическая энергия турбулентности; e_2 – поперечная кинетическая энергия турбулентности; Q – скорость диссипации; L_0 – начальная ширина зоны. Обозначение 4 + 6 для КГ 2 соответствует заданию турбулентных величин, приведенных в таблице, в четырех точках слева и в шести точках справа от КГ (аналогично для КГ 3). Нетрудно заметить, что при $h = 0,01$ глубина проникновения пузырей и струй на КГ 2 в момент времени $t \approx 8,3$ соответствует расчету по модели Zhang.

На рис. 12 показаны $R-t$ диаграммы границ зон ТП, полученные в расчете по методике ВИХРЬ и в экспериментах. Из рис. 12 видно, что границы зон ТП и $R-t$ диаграмма УВ, полученные в расчете, оказываются сдвинутыми относительно экспериментальных точек. При этом в эксперименте взаимодействие отраженной от левого торца УВ с зоной ТП Air-He начинается раньше, чем в расчете на время $t \approx 0,5$. Такое расхождение может быть связано с систематическими ошибками измерения времени и положения границ зон ТП в эксперименте. Расчетные данные, построенные в переменных ($r + 0,5$; $t - 0,5$), хорошо согласуются с экспериментальными.

Фазовая инверсия и freeze-out

В рассмотренном выше эксперименте [27] реализуется ситуация, при которой числа Атвуда на обеих КГ не меняют своего знака: до и после взаимодействия УВ с КГ число Атвуда остается либо положительным, либо отрицательным, т. е. на обеих границах выполняется условие $A_0 - A_{0+} > 0$. Однако такая ситуация может складываться не при любых комбинациях исследуемых газов, расположенных слева и справа от КГ.

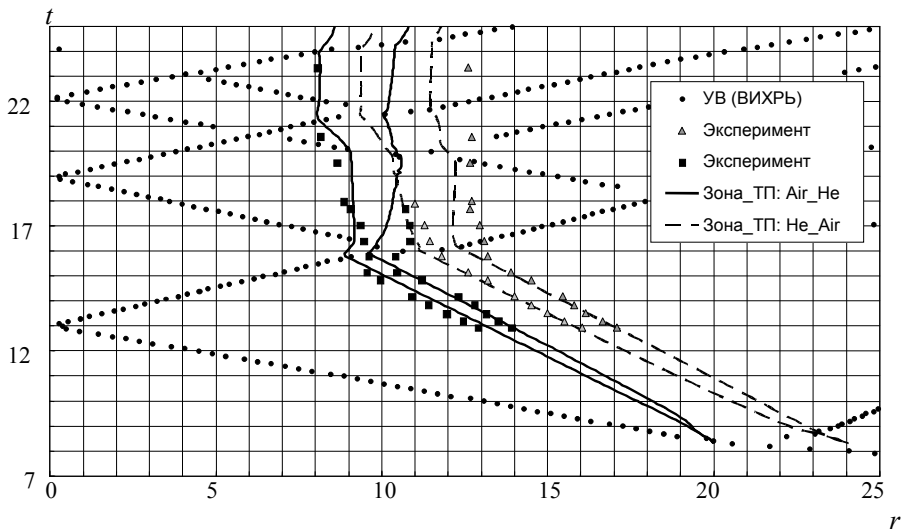


Рис. 12. $R-t$ диаграмма границ зон ТП и УВ

Для подтверждения сказанного рассмотрим, например, движение УВ из легкого вещества в тяжелое ($\rho_A - \rho_B > 0$). При выходе УВ на КГ в результате распада разрыва образуются две УВ. Следовательно, вещество с плотностью ρ_A будет сжиматься один раз (прошедшей УВ), вещество с плотностью ρ_B сжимается дважды: первый раз – падающей УВ, второй раз – отраженной от КГ ударной волной. Если вещество A имеет меньшую сжимаемость, чем вещество B ($\gamma_A > \gamma_B$), после распада разрыва может оказаться, что плотности слева и справа от КР будут одинаковыми и, следовательно, $A_{0+} = 0$. Такая ситуация в зарубежной литературе получила название freeze-out [14].

Для конфигурации УВ-ВР подобная ситуация также возможна при определенных комбинациях интенсивности падающей УВ и различных сжимаемостях контактирующих веществ. В ситуации freeze-out импульсная модель Рихтмайера дает нулевую скорость роста амплитуды. Прямое численное моделирование подобных ситуаций [14] дает отличную от нуля скорость роста амплитуды возмущений. Экспериментальные данные, которые позволили бы прояснить ситуацию, нам не известны.

Другой интересный случай связан с фазовой инверсией [14]. Различают два типа фазовой инверсии [6]. Прямая фазовая инверсия является результатом взаимодействия УВ с КГ: сразу же после взаимодействия амплитуда возмущенной КГ становится отрицательной, т. е. $a_{0+} a_{0-} < 0$. В модели Рихтмайера амплитуда возмущений после взаимодействия УВ с КГ определяется скоростями КГ и падающей УВ: $a_{0+} = a_{0-} (1 - \Delta U/D)$. Из этого соотношения следует, что для сильных УВ, когда скорость КГ становится больше скорости падающей УВ, $a_{0+} < 0$, что означает сдвиг фазы возмущения на 180° . Возможна ситуация, при которой сдвиг фазы происходит не мгновенно после взаимодействия УВ с КГ, а лишь по прошествии некоторого отрезка времени (не прямая фазовая инверсия), когда УВ удаляется от КГ на определенное расстояние.

В работах [6, 13, 14] показано, что в рассмотренных ситуациях импульсная модель может приводить к недостоверным результатам. В этой связи в выражениях (3) и (4) в качестве скорости роста амплитуды возмущения v_{lin} , определяемой по импульсной модели Рихтмайера, следует использовать результаты сжимаемой линейной теории Рихтмайера или находить скорость роста возмущений путем прямого численного моделирования этапа развития неустойчивости. Следует отметить, что для реальных газов ситуация freeze-out может встретиться крайне редко.

Заключение

По методике ВИХРЬ проведено численное моделирование ТП, возникающего в плоской трехслойной газовой системе при неустойчивости РМ.

В расчетах момент перехода от этапа развития неустойчивости к турбулентному перемешиванию принимался равным $t \approx t_k + \Delta t_k$, где t_k – начало развития возмущений на КГ с номером k (время прихода УВ на КГ), Δt_k – отрезок времени, в течение которого развитие возмущений выходит на слабо нелинейную стадию (скорость роста пузырей начинает отличаться от скорости роста струй). Ширина возмущенной зоны на КГ рассчитана на время $t \approx t_k + \Delta t_k$ по модели Zhang, Sohn [7]. В результате расчета развития неустойчивости определены глубина проникновения легкого вещества в тяжелое (пузырей) и глубина проникновения тяжелого вещества в легкое (струй). Таким образом, момент включения уравнений ТП в расчет, ширина и асимметрия начальной зоны ТП соответствуют физике процесса (с точностью, соответствующей рассмотренным моделям).

Рассмотрен алгоритм задания продольной и поперечной кинетической энергии турбулентности, скорости диссипации и относительного квадрата пульсаций плотности в начальной зоне.

Результаты сравнения данных численного моделирования задачи, в которой происходит слияние двух зон ТП, и данных экспериментов показали работоспособность модели. Предполагается тестирование и, если потребуется, уточнение модели инициализации ТП на других задачах.

Список литературы

1. Richtmyer R. D. // Commun. Pure Appl. Math. 1960. Vol. 13. P. 297–319.
2. Мешков Е. Е. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 5. С. 151–158.
3. Алешин А. Н., Лазарева Е. В., Зайцев С. Г. и др. // Докл. АН СССР. 1990. № 5. Т. 310. С. 1105–1108.
4. Dimonte G., Frerking C. E., Schneider M., Remington B. // Phys. Plasmas. 1996. Vol. 3(2). P. 614.
5. Benjamin R., Besnard D., Haas J. // LANL, LA-UR 92-1185, 1993.
6. Yang Y., Zhang Q., Sharp D. H. // Phys. Fluids. 1994. Vol. 6(5). P. 1856.
7. Zhang Q., Sohn S. I. // Phys. Lett. 1996. Vol. A212. P. 149–155.
8. Zhang Q., Sohn S. I. // Phys. Fluids. 1997. Vol. 9(4). P. 1106–1124.
9. Zhang Q., Sohn S.I. // Phys. Fluids. 2001. Vol. 13(11). P. 3493.
10. Li X. L., Zhang Q. // Phys. Fluids. 1997. Vol. 9(10). P. 3069.
11. Zhang Q. // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 81(16). P. 3391.
12. Sohn S. I. // Phys. Rev. 2003. E67. 026301-1.
13. Velikovich A. L. // Phys. Fluids. 1996. Vol. 8(6). P. 1666.
14. Mikaelian K. O. // Phys. Fluids. 1994. Vol. 6(1). P. 356.

15. Sadot D., Erez L., Alon U. et al. // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 80(8). P. 1654.
16. Oron D., Arazi L., Kartoon D. et al. // *Phys. Plasmas*. 2001. Vol. 8(6). P. 2883.
17. Holmes R., Dimonte G., Fryxell B., Gittings M. et al. // *J. Fluid Mech.* 1999. Vol. 389. P. 55–79.
18. Meyer K. A., Blewett P. J. // *Phys. Fluids*. 1972. Vol. 15(5). P. 753–759.
19. Pham T., Meiron D. I. // *Phys. Fluids A*. 1993. Vol. 5(2). P. 344–368.
20. Grove J. W., Holmes R., Sharp D. H., Yumin Yang, Zhang Q. // *Phys. Rev. Lett.* 1993. Vol. 71, No. 21. P. 3473–3476.
21. Alon U., Hecht J., Ofer D., Shvarts D. // *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 74, No. 4. P. 534.
22. Hecht J., Alon U., Shvarts D. // *Phys. Fluids*. 1994. Vol. 6(12). P. 4019.
23. Alon U., Hecht J., Mukamel D., Shvarts D. // *Phys. Rev. Lett.* 1994. Vol. 72, No. 18. P. 2867.
24. Wouchuk J. G. // *Phys. Plasmas*. 2001. Vol. 8(6). P. 2890.
25. Vandenboomgaerde M., Gauthier S., Mugler C. // *Phys. Fluids*. 2002. Vol. 14(3). P. 1111.
26. Андронов В. А., Козлов В. И., Никифоров В. В., Разин А. Н., Юдин Ю. А. // *Методика расчета турбулентного перемешивания в одномерных течениях (методика ВИХРЬ) // ВАНТ. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики.* 1994. Вып.2. С. 59.
27. Андронов В. А., Бахрах С. М., Мешков Е. Е., Никифоров В. В., Певницкий А. В., Толшмяков А. И. // *Докл. АН СССР.* 1982. № 1. Т. 264. С. 76.
28. Козлов В. И., Разин А. Н. // *ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика.* 2001. Вып. 3. С. 3–8.
29. Разин А. Н. // *ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика.* 2003. Вып. 1–2. С. 3–14.

Статья поступила в редакцию 07.04.2005.