

## УЧЕТ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ВЯЗКОСТИ ПРИ ПРЯМОМ 3D ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ГРАВИТАЦИОННОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ

А. Л. Стадник, В. П. Стаценко, Ю. В. Янилкин  
РФЯЦ-ВНИИЭФ

С помощью газодинамической 3D методики ТРЭК исследуется влияние молекулярной вязкости на развитие гравитационного турбулентного перемешивания на плоской границе раздела двух несжимаемых жидкостей (газов). Результаты расчетов сравниваются с данными расчетов без вязкости и соответствующими известными экспериментальными данными.

Турбулентное перемешивание при неустойчивости Рэлея – Тейлора представляет собой классическую задачу. Имеется достаточно большое количество экспериментальных данных (например, [1, 2]) для данной задачи по закону роста зоны турбулентного перемешивания (ЗТП), которые однако дают заметно различающиеся друг от друга значения коэффициента роста зоны на участке, который предполагается автоматическим ( $0,04 < \alpha < 0,35$ ).

В наших работах [3–5] было показано, что в 3D расчетах по коду ТРЭК без учета молекулярной вязкости, как и в экспериментах, имеет место начальная неавтомодельная стадия развития турбулентного перемешивания. Ширина соответствующего участка зависит от начальных данных, используемой разностной схемы и количества счетных ячеек в расчете, что указывает на значительное влияние схемной вязкости на решение.

В работе [7] на основе анализа экспериментальных данных [6, 8] показано, что на начальной стадии развития процесса перемешивания существенна роль молекулярной вязкости.

В настоящей работе приводятся результаты 3D расчетов с учетом молекулярной вязкости, для моделирования которой в комплексе ТРЭК была разработана методика решения уравнений Навье – Стокса для сжимаемой среды. С использованием этой методики была выполнена серия расчетов на счетной сетке с числом счетных ячеек  $N = 2 \cdot 10^6$ .

Результаты расчетов, проведенных по разработанной методике, сравниваются с аналогичными результатами без учета вязкости, что позволяет оценить как ее влияние на решение, так и величину схемных эффектов.

### 1. Постановка расчетов

Задача ставится аналогично [5]: в начальный момент два полупространства, разделенных плоскостью  $z = z_c = 0$ , заполнены покоящимися идеальными газами

с плотностями  $\rho_2 = n\rho_1 = 3$  и  $\rho_1 = 1$ , число Атвуда  $A = 0,5$ . Ускорение тяжести  $g_z = -1 \equiv -g$  направлено от тяжелого вещества к легкому.

Счетная область – параллелепипед с вертикальной стороной боковой грани  $L_z = 2$ . Его горизонтальная грань – квадрат со стороной  $L_x = 1$ . Счетная сетка – равномерная с числом ячеек по  $x, y, z$  соответственно  $100 \times 100 \times 200$ . В начальный момент на границе раздела (в слое толщиной в одну ячейку) задаются случайные возмущения плотности:  $\delta\rho = \pm\rho_1\delta$ , где  $\delta = 0,1$ .

Начальный профиль давления задавался исходя из условия гидростатического равновесия:  $p(z) = p_0 - \int_{z_2}^z \rho(z)gz dz$ . Здесь координата верхней грани  $z_2 = 0,875$ ,

координата нижней –  $z_1 = -1,125$ . Значение  $p_0 = 5$ . Отметим, что давление  $p_0$  таково, что для данного турбулентного течения хорошо выполнялось условие несжимаемости:  $k = \xi L_t g \ll \gamma p / \rho$ , где  $\xi = \text{const} \ll 1$ ;  $L_t < \Lambda$ ,  $L_t$  – ширина ЗТП;  $k$  – турбулентная энергия. Тем не менее давление  $p_0$  значительно меньше принятого в работе [5] ( $p_0 = 20$ ), что сделано для экономии машинного времени.

Уравнение состояния – идеальный газ с постоянной адиабатой  $\gamma = 1,4$ . На всех границах счетной области ставилось условие типа "жесткая стенка" с проскальзыванием.

Рассчитывались варианты со следующими значениями динамического коэффициента  $\nu$  молекулярной вязкости:  $\nu = 0$ ,  $\nu = 5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\nu = 5 \cdot 10^{-4}$ ,  $\nu = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $\nu = 5 \cdot 10^{-6}$ .

### 2. Результаты трехмерных расчетов: интегральные характеристики

На рис. 1, а, б, в, г приведена динамика развития процесса турбулентного перемешивания в виде изопо-

верхностей объемных концентраций на моменты времени  $t = 1, 2; 2, 4; 4; 5$  мкс в расчетах со значениями динамического коэффициента  $\nu$  молекулярной вязкости  $\nu = 0$  и  $\nu = 5 \cdot 10^{-3}$  соответственно.

На рис. 2а, б, в, г приведены растровые картины объемных концентраций в сечении  $X = 0,5$  для тех же расчетов на эти же моменты времени.

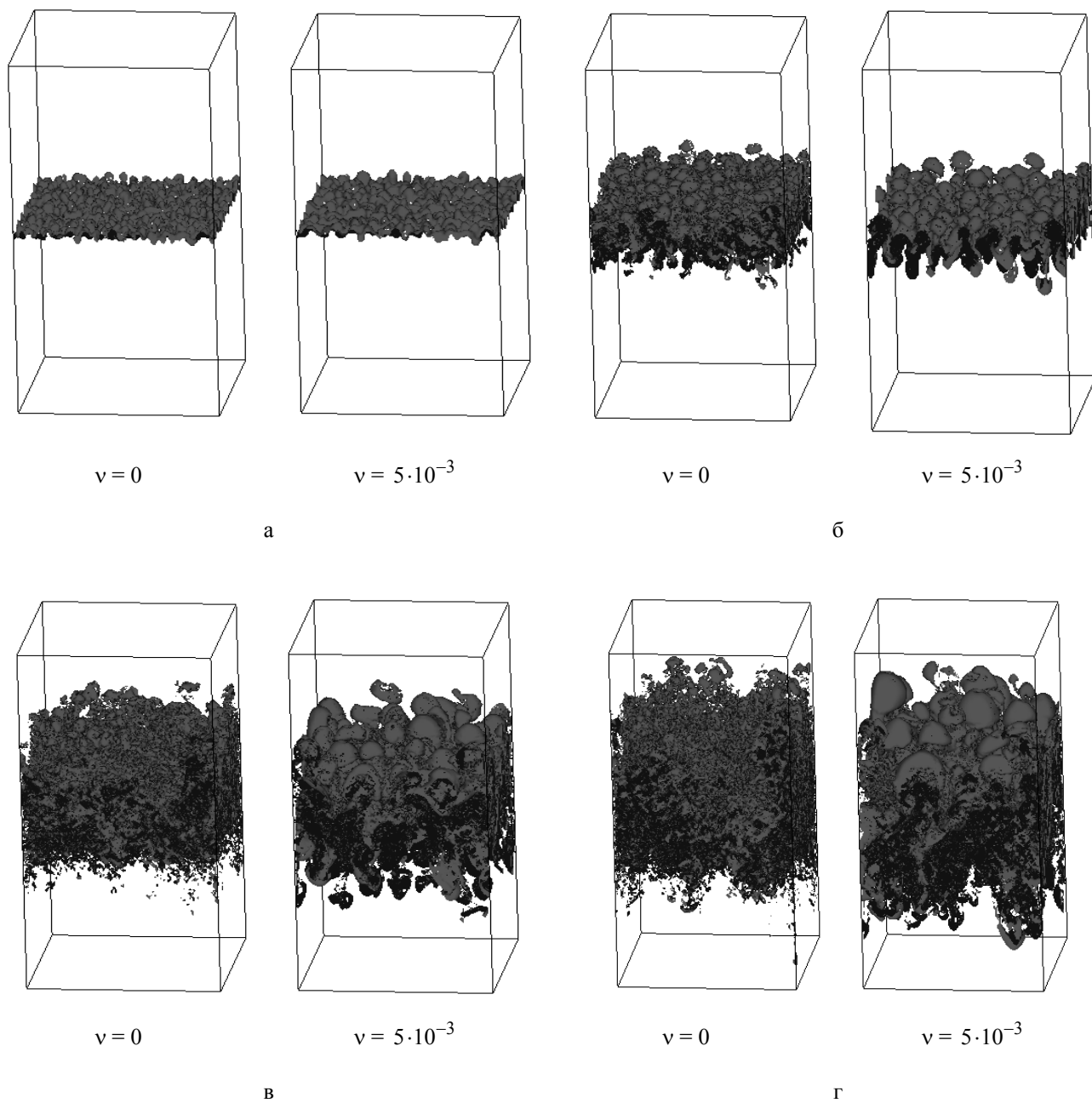


Рис. 1. Изоповерхности объемных концентраций на моменты времени  $t = 1, 2$  (а),  $2, 4$  (б),  $4$  (в),  $5$  (г) в расчетах с  $\nu = 0$  и  $\nu = 5 \cdot 10^{-3}$

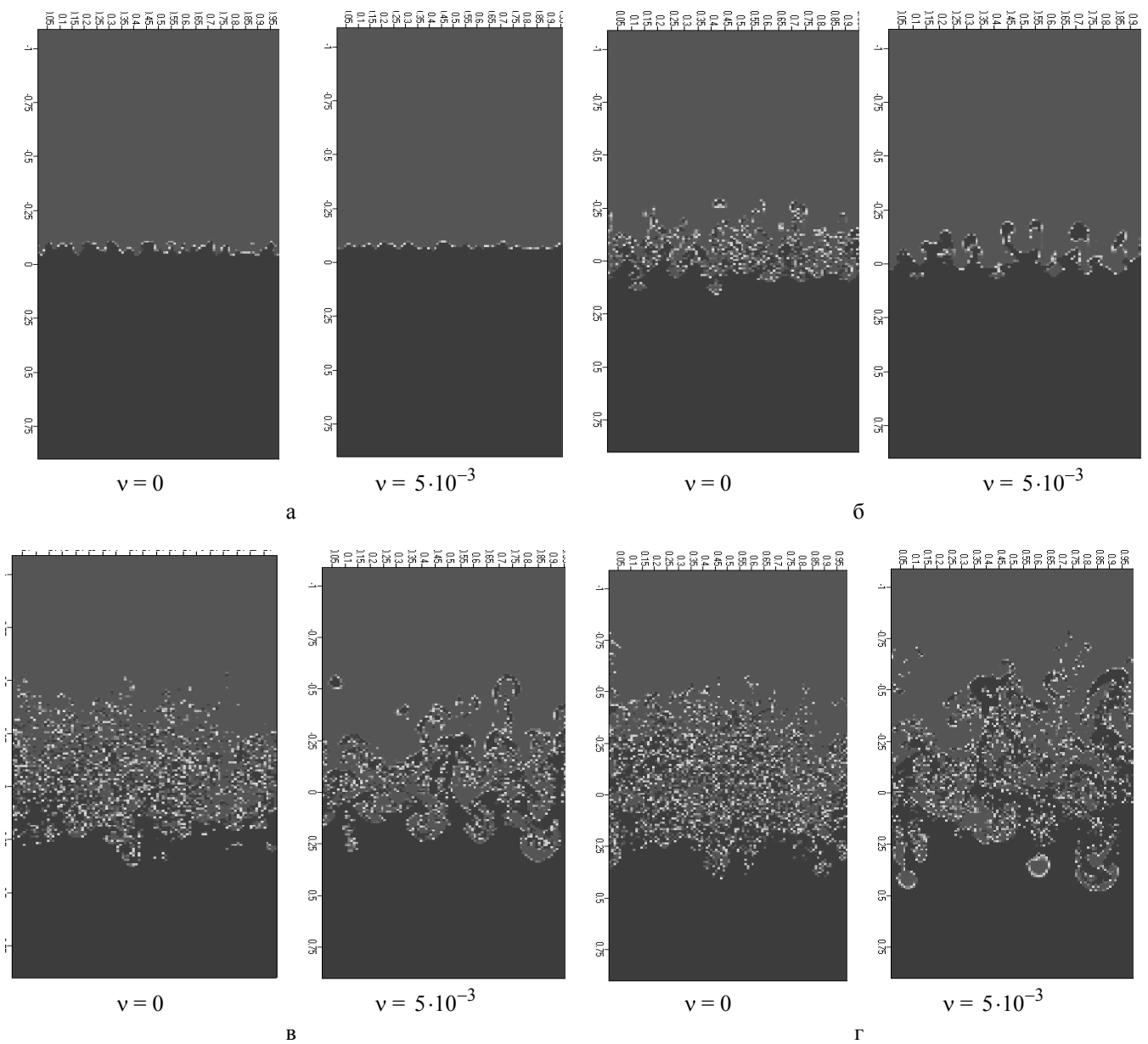


Рис. 2. Растровые картины объемных концентраций на моменты времени  $t = 1,2$  (а),  $2,4$  (б),  $4$  (в),  $5$  (г) в расчетах с  $\nu = 0$  и  $\nu = 5 \cdot 10^{-3}$

Из рис. 1, 2 видно влияние молекулярной вязкости на процесс перемешивания, а именно: с увеличением вязкости мелкомасштабный спектр в ЗТП представлен гораздо слабее. В целом же эволюция течения, наблюдавшаяся в расчетах, аналогична предыдущим расчетам без учета вязкости [1–5]: наблюдаются укрупнение со временем вихрей и выход на автомодельный режим.

Автомодельный режим данной задачи выражается, в частности, в выходе на линейную зависимость функции ширины ЗТП  $L_t(t)$

$$F \equiv \frac{1}{t_0} \sqrt{\frac{L_t}{Ag}}. \quad (1)$$

Далее время  $\tau$  измерено в единицах  $t_0 \equiv \sqrt{\frac{L_x}{g}}$  ( $\tau \equiv t/t_0$ ), а величина  $L_t(t)$  (ширина зоны перемешивания) определялась следующим образом:

$$L_t \equiv z_2 - z_1, \quad (2)$$

где  $\beta_2(z_1) = 0,02$ ,  $\beta_2(z_2) = 0,98$ ,  $\beta_2$  – объемная доля вещества, имевшего в начальный момент плотность  $\rho_2$ .

Угол наклона  $dF/d\tau$  определяет (см. [4, 5]) приведенное значение ширины ЗТП  $\alpha = \left(\frac{dF}{d\tau}\right)^2$ , характеризующее скорость роста ЗТП, при этом на автомодельной стадии

$$\alpha_a = \frac{L_t}{Ag t^2} = \text{const.} \quad (3)$$

На рис. 3 приведена зависимость  $F(\tau)$ , полученная из расчета с использованием формулы (2). Как видно, при достаточно малой величине вязкости  $\nu \leq 5 \cdot 10^{-5}$  (соответствующее число Рейнольдса, которое мы определим так же, как в работе [7],  $Re_\nu = \frac{g^2 t^3}{\nu}$ ,  $Re_\nu \sim 0,5 \div 4 \cdot 10^6$  для  $t = 3 \div 6$ ) результаты расчета с  $\nu = 5 \cdot 10^{-5}$  и  $\nu = 5 \cdot 10^{-6}$  близки между собой и близки к расчету без вязкости. Это означает, что введение в 3D расчеты молекулярной вязкости  $\nu \leq 5 \cdot 10^{-5}$  дает эффект, сравнимый со схемной вязкостью или меньший ее. И лишь молекулярная вязкость  $\nu > 5 \cdot 10^{-5}$  превосходит схемную вязкость по своему влиянию на  $F(\tau)$ .

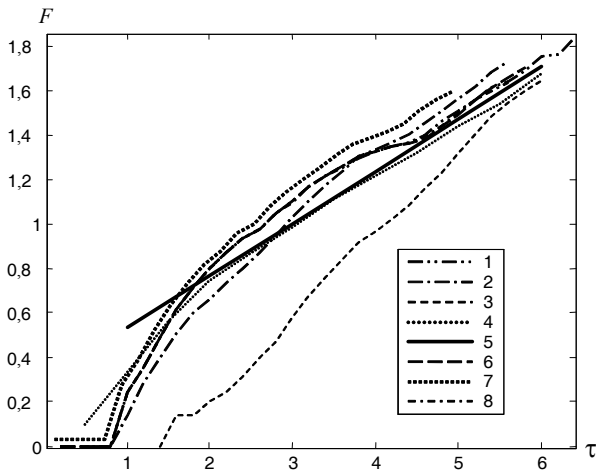


Рис. 3. Зависимость от времени функции ширины ЗТП в 3D расчетах: 1, 8 –  $\nu = 0$ ; 2 –  $\nu = 5 \cdot 10^{-4}$ ; 3 –  $\nu = 5 \cdot 10^{-3}$ ; 4 – расчет [5] с  $\nu = 0$  на подробной сетке; 6 –  $\nu = 5 \cdot 10^{-6}$ ; 7 –  $\nu = 5 \cdot 10^{-5}$ ; 5 – аппроксимация с  $\alpha_a = 0,055$

Для  $\nu \leq 5 \cdot 10^{-5}$  достигается автомодельная стадия перемешивания. На рис. 3 приведены аналогичные данные работы [5], а также аппроксимация с  $\alpha_a = 0,055$ . Как видно, эта аппроксимация очень близка на автомодельной стадии как к данным [5], так и к нашим данным. При этом, однако, из-за того, что наши расчеты для их удешевления выполнены с меньшим значением  $\rho_0$ , наблюдаются заметные пульсации всех величин, что происходит в силу большей сжимаемости при прохождении волн через ЗТП.

С другой стороны, при достаточно большой величине вязкости  $\nu \geq 5 \cdot 10^{-4}$  (соответствующее число Рейнольдса  $Re_\nu \sim 0,5 \div 4 \cdot 10^5$  для  $t = 3 \div 6$ ) результаты явно отличаются от предыдущих вариантов – начальная (неавтомодельная) стадия с большим углом наклона  $dF/d\tau$  длится тем дольше, чем больше вязкость.

Аналогично (1) определим функцию координаты  $z_2$  проникновения легкой жидкости в тяжелую

$$F_2 \equiv \frac{1}{t_0} \sqrt{\frac{z_2 - z_c}{Ag}} \quad (4)$$

Угол наклона  $\frac{dF_2}{d\tau}$  определяет приведенное значение координаты  $z_2$  проникновения легкой жидкости в тяжелую  $\alpha_2 = \left(\frac{dF_2}{d\tau}\right)^2$ , при этом на автомодельной стадии

$$\alpha_2 = \alpha_{a2} = \frac{z_2 - z_c}{Ag t^2} = \text{const.} \quad (5)$$

Мгновенные величины весьма немонотонны – пульсируют по времени, как это видно на рис. 3. Это должно приводить к еще большим пульсациям величин  $\alpha$  и  $\alpha_2$ , получаемых их дифференцированием. Проведем сглаживание исходных величин, фигурирующих в формуле (5), используя усреднение по фиксированному интервалу времени ( $\Delta t = 1,4$ ). Результаты (рис. 4) показывают, что на стадии, когда достигается автомодельный режим в расчетах с малой вязкостью, полученное в нашем расчете  $\alpha_{a2} \approx 0,025$  – соответствующая этому значению прямая приведена на рис. 4.

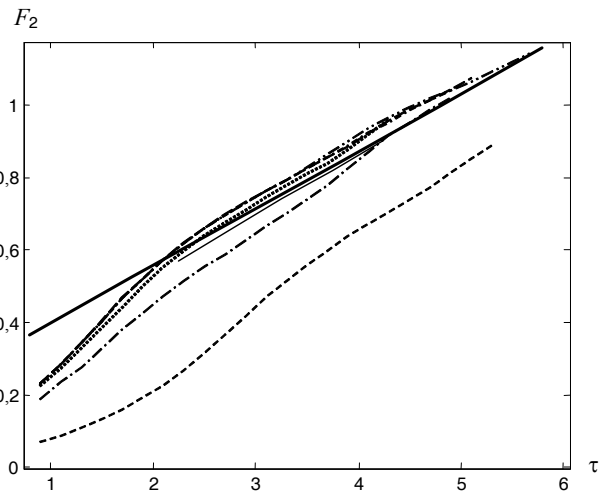


Рис. 4. Сглаженная зависимость от времени функции координаты  $z_2$  проникновения легкой жидкости в тяжелую: 5 – аппроксимация с  $\alpha_a = 0,025$ , остальные обозначения см. рис. 3

Автомодельный режим не достигается в расчетах с большой вязкостью. Дело в том, что этой стадии соответствуют достаточно большие числа  $Re$ , а в расчетах с большой вязкостью такие числа просто не достигаются. Это видно из рис. 5, 6, на которых показана зависимость от числа  $Re$  приведенной координаты  $\alpha_2$  проникновения легкой жидкости в тяжелую.

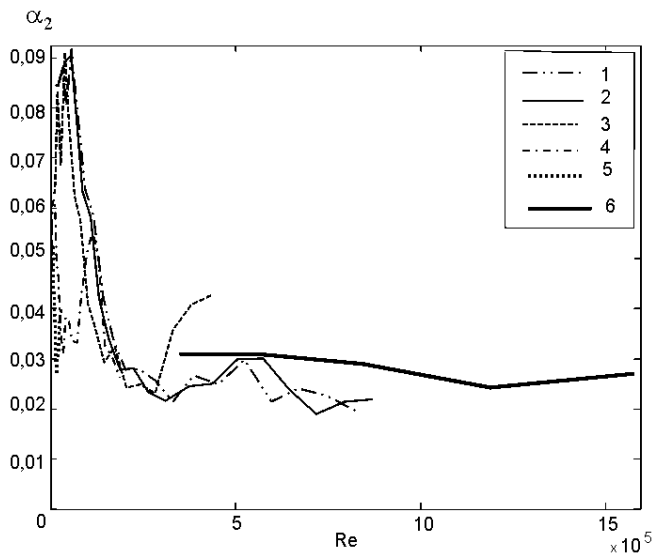


Рис. 5. Сглаженная зависимость от числа Re приведенной координаты  $\alpha_2$  проникновения легкой жидкости в тяжелую: 1 –  $\nu = 0$ ; 2 –  $\nu = 5e-6$ ; 3 –  $\nu = 5e-5$ ; 4 –  $\nu = 5e-4$ ; 5 –  $\nu = 5e-3$ ; 6 –  $\nu = 0$  (подробная сетка)

В 3D расчетах эта зависимость имеет все еще нерегулярный характер, хотя на рисунках приведены сглаженные значения. На начальной стадии (малые числа Re) наблюдается большой разброс величины  $\alpha_{a2}$  – 3D расчетам с большими значениями  $\nu \geq 5 \cdot 10^{-4}$  соответствует минимум, с малыми значениями  $\nu \leq 5 \cdot 10^{-5}$  – максимум.

Значение соответствующей приведенной координаты  $\alpha_b$  в экспериментах, как следует из анализа [7],  $\alpha_b \approx 0,04$ . Хотя это и почти вдвое меньше, чем принятое авторами [6] значение, оно все еще заметно больше наших данных. Причина этого будет выяснена в следующем разделе.

Автомодельному режиму для данной задачи соответствует также выход на стационарное значение величины

$$E_m(t) \equiv \frac{k_m}{L_t g}, \quad (6)$$

где  $k_m(t) \equiv \max(\langle k \rangle(z, t))$  – максимальное по ширине ЗТП значение усредненной турбулентной энергии

$$k(z) = \frac{\langle (u_j)^2 \rangle - \langle u_j \rangle^2}{2}, \quad (7)$$

усреднение (обозначаемое знаком  $\langle \rangle$ ) производится по всему горизонтальному сечению  $z = \text{const}$ . Как видно из рис. 7, величина  $E_m(\tau)$  в вариантах 3D расчетов с  $\nu < 5 \cdot 10^{-4}$  выходит на приближенно постоянное значение  $E_m \approx E_{ma} \approx 0,03$  во всех вариантах. В вариантах же с большей вязкостью значение  $E_m$  оказывается заметно ниже – причиной этого является весьма затянутая начальная стадия в этих вариантах. Вероятно, если бы мы располагали достаточно большой счетной областью

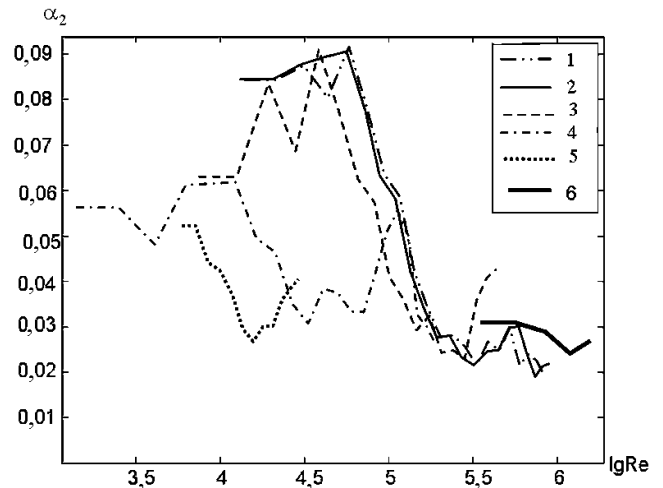


Рис. 6. Сглаженная зависимость от  $\lg Re$  приведенной координаты  $\alpha_2$  проникновения легкой жидкости в тяжелую: 1 –  $\nu = 0$ ; 2 –  $\nu = 5e-6$ ; 3 –  $\nu = 5e-5$ ; 4 –  $\nu = 5e-4$ ; 5 –  $\nu = 5e-3$ ; 6 –  $\nu = 0$  (подробная сетка)

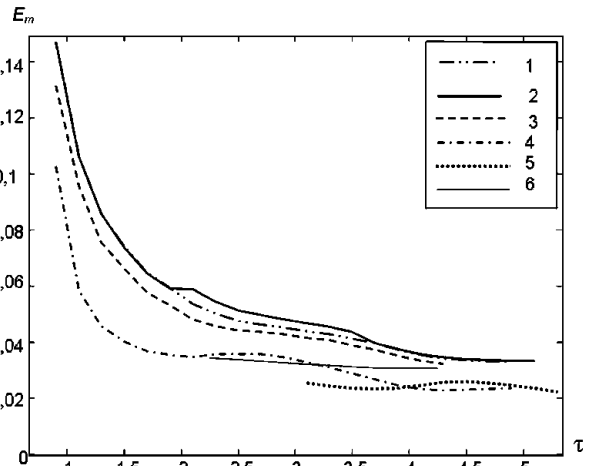


Рис. 7. Зависимость от времени максимальной по ЗТП приведенной турбулентной энергии: 1 –  $\nu = 0$ ; 2 –  $\nu = 5e-6$ ; 3 –  $\nu = 5e-5$ ; 4 –  $\nu = 5e-4$ ; 5 –  $\nu = 5e-3$ ; 6 –  $\nu = 0$  (подробная сетка)

(т. е. большим количеством счетных ячеек), через большой промежуток времени  $E_m(\tau)$  также начало бы возрастать и достигло значения  $E_m \approx E_{ma}$  при достижении достаточно большого числа Re. Это особенно хорошо видно из зависимости  $E_m$  от числа Re, показанной на рис. 8.

На рис. 9 показана зависимость от времени максимального в ЗТП относительного квадрата пульсаций плотности

$$R_m \equiv \frac{\langle \rho'^2 \rangle}{\rho^2}. \quad (8)$$

Как следует из этого рисунка, на автомодельной стадии значения  $R_m$  выходят практически на постоян-

ное (с незначительными пульсациями) значение, близкое к полученному в [5]. Чем больше величина вязкости, тем позднее происходит выход на это значение.

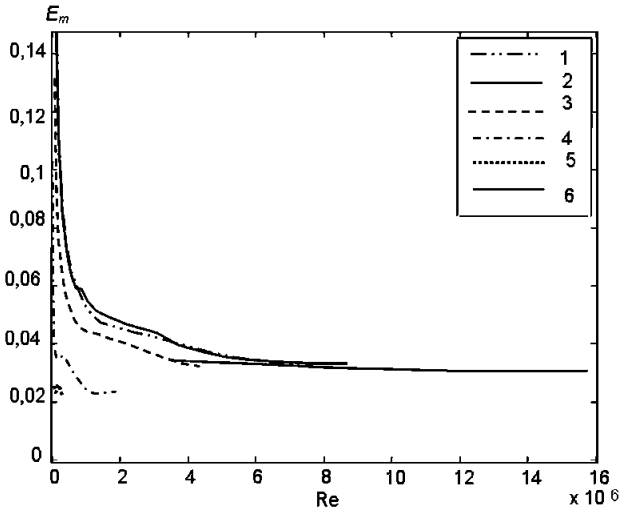


Рис. 8. Зависимость от числа Re максимальной по ЗТП приведенной турбулентной энергии: 1 –  $\nu = 0$ ; 2 –  $\nu = 5e-6$ ; 3 –  $\nu = 5e-5$ ; 4 –  $\nu = 5e-4$ ; 5 –  $\nu = 5e-3$ ; 6 –  $\nu = 0$  (подробная сетка)

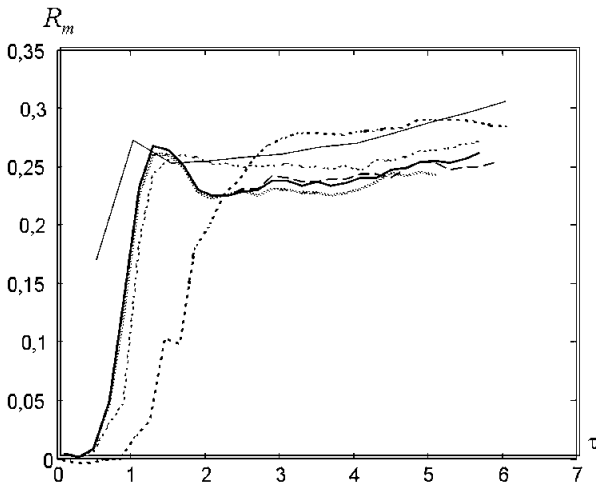


Рис. 9. Зависимость от времени максимального в ЗТП значения относительного квадрата пульсаций плотности  $R_m$ , обозначения см. рис. 3.

### 3. Анализ влияния числа Рейнольдса

На рис. 10 приведена зависимость от числа Рейнольдса координаты  $\alpha_b$  проникновения легкой жидкости в тяжелую, следующая из наших расчетов. Величина  $\alpha_b$  определяется, как и в работе [7], по формуле

$$\alpha_b \equiv \frac{1}{A} \frac{\partial(z_2 - z_c)}{\partial S}, \quad (9)$$

где  $S \equiv gt^2$ .

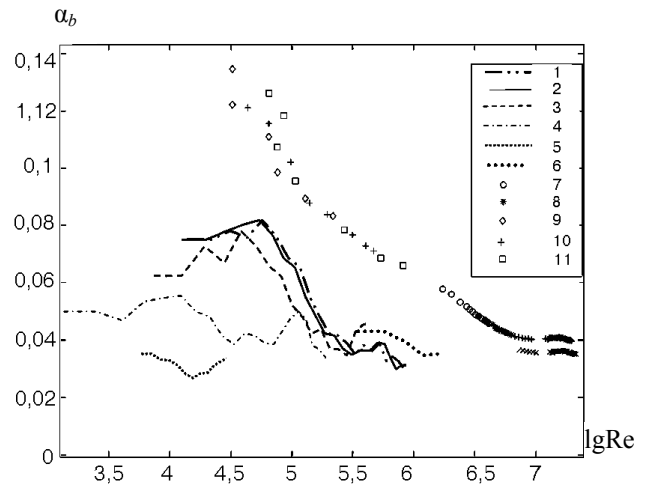


Рис. 10. Зависимость от числа Re сглаженного значения приведенной координаты  $\alpha_b$  проникновения легкой жидкости в тяжелую: 1 –  $\nu = 0$ ; 2 –  $\nu = 5e-6$ ; 3 –  $\nu = 5e-5$ ; 4 –  $\nu = 5e-4$ ; 5 –  $\nu = 5e-3$ ; 6 –  $\nu = 0$  (подробная сетка). Опыты: 7 – He-Ar [8]; 8 – Ar-Kr [8]; 9 – He-SF<sub>6</sub> [6]; 10 – Ar-SF<sub>6</sub> [6]; 11 – Ar-Kr [6]

Число Рейнольдса определим, также следуя работе [7]

$$Re = \frac{g^2 t^3}{\tilde{\nu}}. \quad (10)$$

Здесь  $\tilde{\nu}$  – некоторый средний по ЗТП кинематический коэффициент молекулярной вязкости. Мы далее будем полагать

$$\tilde{\nu} = \nu + \nu_{cx}. \quad (11)$$

Здесь  $\nu$  и  $\nu_{cx}$  – кинематический коэффициент соответственно молекулярной и схемной вязкостей.

Примем для  $\nu_{cx}$  оценку, следующую из рассмотрения [9] (это оценка весьма приближенна и справедлива только вне контактных границ, а на контактных границах счетная диффузия ограничена специальным методом расчета движения границ)

$$\nu_{cx} = \frac{hu}{4}, \quad (12)$$

где  $h$  – размер счетной ячейки;  $u$  – соответствующая скорость. Поскольку, как будет показано ниже, на малых масштабах устанавливается колмогоровский спектр пульсаций скорости, можно оценить  $u$ , исходя из соотношения

$$u \leq \sqrt{2E_m} \left( \frac{h}{L_t} \right)^{1/3}, \quad (13)$$

что дает завышенную оценку для  $\nu_{cx}$ .

Зависимость от числа Re приведенной координаты  $\alpha_b$  проникновения легкой жидкости в тяжелую, полученная по формуле (3.1) с использованием сглаженных величин, показана на рис. 10. Очевидно, с увеличением числа Re происходит выход на предельное значение  $\alpha_b \approx 0,03 \div 0,035$ .

При этом заслуживают внимания два обстоятельства:

1) полученное по формуле (9) предельное значение  $\alpha_b \approx 0,03 \div 0,035$  оказывается несколько ниже значения  $\alpha_b \approx 0,04$ , следующего согласно анализу [7] экспериментальных данных. Значения же числа Re (полученные нами по формулам (10)–(13)), при которых происходит выход на это значение  $\alpha_b$ ,  $Re = Re_b \sim 10^6$  оказываются в несколько раз ниже соответствующих данных [7], следующих из обработки опытов:  $Re_b \sim 5 \cdot 10^6$ ;

2) полученное по формуле (9) предельное значение  $\alpha_b \approx 0,03 \div 0,035$  оказывается заметно выше значения  $\alpha_{a2} \approx 0,025$ , полученного в разделе 4 из анализа величины  $\frac{dF_2}{d\tau}$ .

Одна из возможных причин отличия в числе  $Re_b$  – завышенная оценка для схемной вязкости.

Причина второго обстоятельства (а частично и первого), о которой более подробно будет сказано ниже, связана с начальным неавтомодельным участком, который при пользовании формулой (9) приводит к завышению  $\alpha_b$ .

Прежде всего отметим, что значения  $\alpha_2$ , получаемые в разделе 2 из анализа величины  $\frac{dF_2}{d\tau}$ , не зависят от сдвига по времени

$$\alpha_2 = \left( \frac{dF_2}{d\tau} \right)^2. \quad (14)$$

Это обстоятельство выгодно отличает данный способ нахождения приведенной координаты в ситуации, когда автомодельность еще не достигается (когда она имеется, оба способа дают одно и то же значение  $\alpha_b = \alpha_{a2}$ ).

С учетом (9) и (14) легко получить

$$K \equiv \alpha_2 / \alpha_b; \quad K = \frac{\partial(z_2 - z_c)}{\partial S} \frac{S}{(z_2 - z_c)}. \quad (15)$$

Очевидно, величина  $K$  (а вместе с ней и  $\alpha_b$ ) оказывается зависящей от начала отсчета времени, что неприемлемо для величины, имеющей физический смысл. Но кроме того, она "помнит" начальный неавтомодельный участок. Действительно, предположим, что на начальной стадии значение  $a \equiv \frac{\partial(z_2 - z_c)}{\partial S}$  велико, а затем убывает, выходя на постоянное значение, как это и имеет место в наших расчетах и экспериментах [6, 8]. Тогда, очевидно,  $K \leq 1$ . В самом деле, считая для простоты  $a = \text{const} = a_1$  при  $S \leq S_1$ ,  $a = \text{const} = a_2 < a_1$  при  $S_1 \leq S \leq S_2$ , получим, что  $K = 1$  при  $S \leq S_1$ , а при  $S \geq S_1$

$$K = \frac{a_2 S}{a_2 S + (a_1 - a_2) S_1}. \quad (16)$$

Именно таков характер поведения величин  $a$  и  $K$  (см. рис. 11), вычисленной для двух вариантов наших расчетов. Как видно из формулы (16), величина  $K$  тем меньше, чем больше отличие угла наклона  $a \equiv \frac{\partial(z_2 - z_c)}{\partial S}$  на начальной и автомодельной стадиях и чем больше относительная протяженность начальной стадии.

К вопросу о двух обстоятельствах, отмеченных в этом разделе выше: во-первых, как видно из рис. 11, на автомодельной стадии  $K \approx 0,75$ , что объясняет количественное отличие  $\alpha_b$  и  $\alpha_{a2}$ , полученное в наших расчетах для этой стадии. Во-вторых, это может объяснить, почему величина  $\alpha_b$  в наших расчетах несколько меньше, чем в опытах, как и соответствующее число  $Re_b$  – именно такое соотношение следует из формулы (16), если предположить, что в опытах имела место относительно большая (по сравнению с нашими расчетами) протяженность начальной стадии.

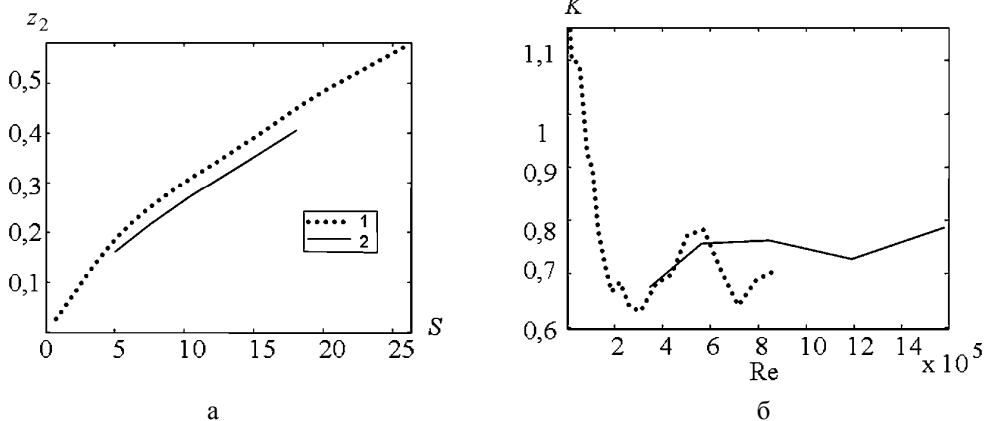


Рис. 11. Зависимость от перемещения  $S$  координаты  $z_2$  проникновения легкой жидкости в тяжелую (а); зависимость от числа Re отношения  $K$  приведенных координат (б). 1 –  $v = 5e-6$ ; 2 – подробная сетка,  $v = 0$

#### 4. Спектры пульсаций скорости и плотности

На основе расчетных данных был исследован спектр пульсаций скорости в соответствии с формулой

$$E_{iil}^{(n)}(x, y) = \langle u_i^2 \rangle_{l,x,y,z} - \langle u_i \rangle_{l,x,y,z}^2; \quad n = 1, 2, \dots, N_z; \quad (17)$$

$$E_{iil}(z) = E_{iil}^{(n)} = \langle E_{iil}^{(n)}(x, y) \rangle; \quad l = rh, r = 2, 3, \dots, N_x.$$

Здесь усреднение  $\langle \rangle_{l,x,y}$  делается в  $n$ -м слое (по  $z$ ) в квадрате со стороной  $l$  ( $l = rh$ ,  $h$  – размер счетной ячейки), центр которого имеет координаты  $x, y$  и далее усреднение  $\langle \rangle$  по всем возможным значениям  $x, y$  квадратов с данным значением  $l$  во всем  $n$ -м слое. Суммирования по  $i$  в (17) нет. Далее

$$E_l = \sum_{i=1}^{i=3} E_{iil}. \quad (18)$$

Результаты расчета для момента  $\tau = 4$  показаны на рис. 12: здесь слева – расчеты с  $\nu = 5 \cdot 10^{-6}$ , справа – с  $\nu = 0$ . Там же для сравнения приведен колмогоровский спектр

$$\lg E_l = -2/3 \lg K + \text{const}, \quad (19)$$

где  $K = 2\pi/l$ . Напомним, что спектральная плотность пульсаций  $\tilde{E}_K \sim E_l/K \sim K^{-5/3}$ .

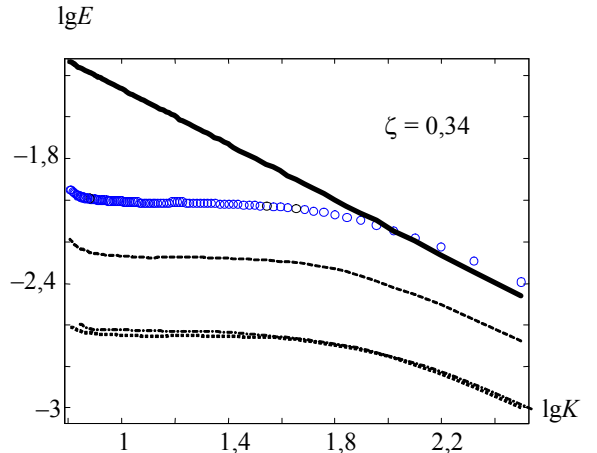
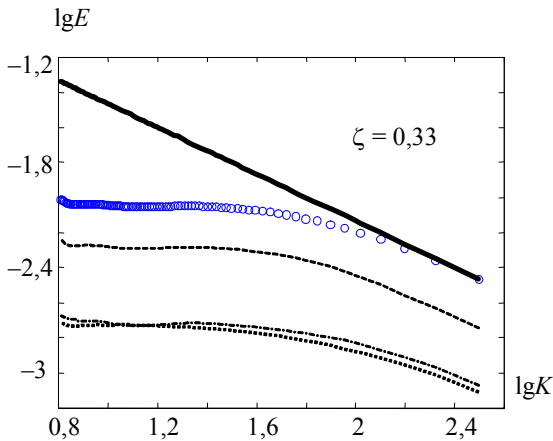
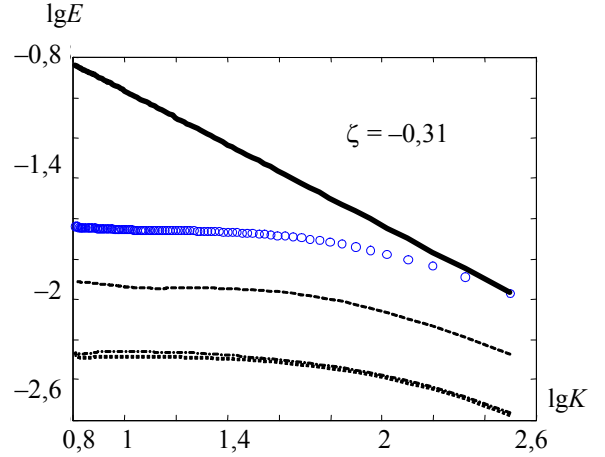
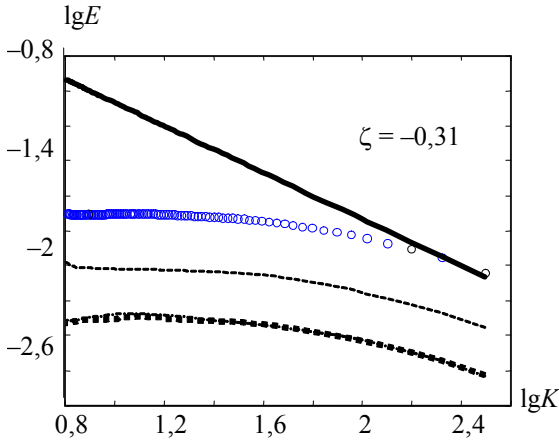


Рис. 12. Спектр пульсаций скорости,  $\tau = 4$ : слева – расчет с  $\nu = 5 \cdot 10^{-6}$ ; справа – с  $\nu = 0$ : 1 –  $E_l$ , 4 –  $E_{xxl}$ , 5 –  $E_{yy1}$ , 3 –  $E_{zz1}$ ; 2 – колмогоровский спектр

На рис. 12 указана величина приведенной координаты

$$\zeta \equiv \frac{z - z_c}{L_l}, \quad (20)$$

так что ее отрицательные значения соответствуют краю ЗТП, прилегающему к легкому веществу.

Спектр полной энергии  $E_l$  на малых пространственных масштабах (большие  $K$ ) приближается к трехмерному колмогоровскому спектру – причем большая близость наблюдается вблизи тяжелого вещества (положительные  $\zeta$ ). Видно также, что при больших  $K$  наблюдается некоторая изотропизация – компоненты  $E_{iil}$  сближаются, хотя и не очень существенно. Как видно, спектр плотности на малых масштабах приближается к колмогоровскому – ближе к нему он оказывается вблизи тяжелого вещества ( $\zeta = 0,3 \div 0,5$ ). При этом в обоих вариантах расчета спектры похожи качественно, внутри же ЗТП они близки и количественно, в то время как на краях ЗТП имеется большое количественное отличие: в расчете с вязкостью пульсации, как и следовало ожидать, меньше.



Аналогичная величина рассчитывается для квадрата пульсаций плотности

$$\rho_l^n(x, y) = \langle \rho^2 \rangle \Big|_{l,x,y,z} - \langle \rho \rangle^2 \Big|_{l,x,y,z}; \quad n = 1, 2, \dots, N_z; \quad (21)$$

$$\rho_l(z) \equiv \langle \rho_l^n(x, y) \rangle; \quad l = rh, \quad r = 2, 3, \dots, N_x,$$

она показана на рис. 13 для момента  $\tau = 4$ : здесь слева – расчеты с  $\nu = 5 \cdot 10^{-6}$ , справа – с  $\nu = 0$ .

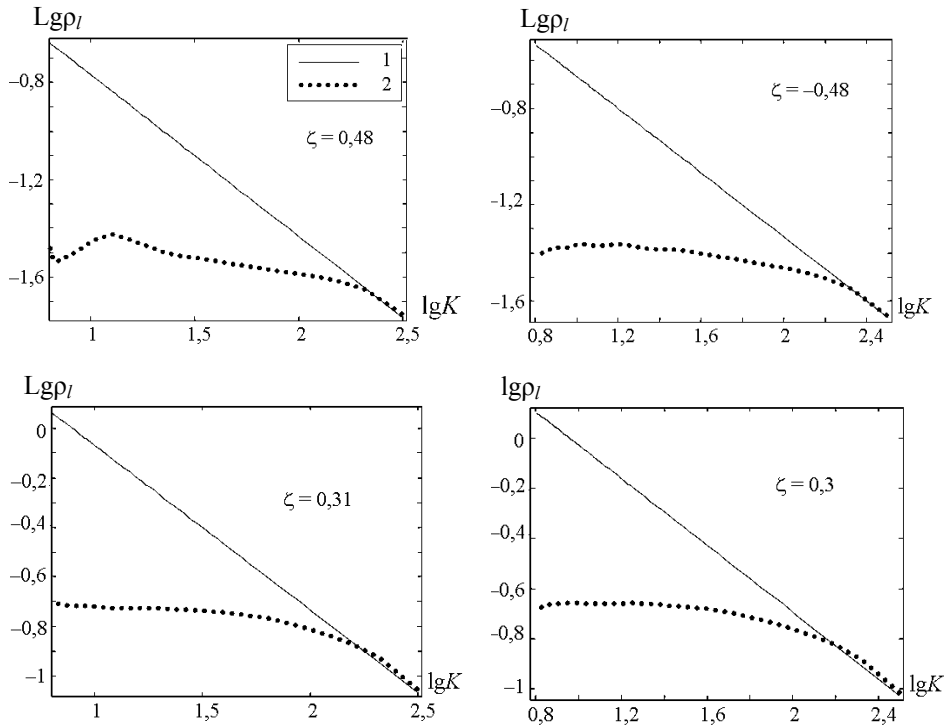


Рис. 13. Спектр пульсаций плотности,  $\tau = 4$ , расчеты с  $\nu = 5 \cdot 10^{-6}$  (слева) и с  $\nu = 0$  (справа): 1 – колмогоровский спектр; 2 – численный расчет

Как видно, спектр плотности на малых масштабах приближается к колмогоровскому – несколько ближе к нему он оказывается вблизи тяжелого вещества ( $\zeta = 0,3 \div 0,5$ ). При этом в обоих вариантах расчета спектры похожи качественно, внутри же ЗТП они близки и количественно, в то время как на краях ЗТП имеется большое количественное отличие: в расчете с вязкостью пульсации, как и следовало ожидать, меньше.

### Выводы

Проведенное нами с помощью газодинамической методики комплекса ТРЭК прямое 3D численное моделирование турбулентного гравитационного перемешивания с учетом молекулярной вязкости показало:

- при достаточно малой величине вязкости результаты расчета близки к расчету без вязкости – это показывает, что ее величина в этом случае сравнима с величиной схемной вязкости. При этом достигается автомодельная стадия перемешивания. Ей соответствует постоянное значение приведенной координаты

проникновения легкой жидкости в тяжелую, (характеризующее скорость роста ЗТП). Постоянными в этом режиме также остаются максимальные в ЗТП значения приведенных величин турбулентной энергии  $E_m$  и квадрата пульсаций плотности;

- построена зависимость приведенной координаты проникновения легкой жидкости в тяжелую  $\alpha_b$  от числа  $Re$ , определяемого суммой молекулярной и схемной вязкостей. Эта зависимость качественно аналогична по-

лученной в работе [7] из анализа экспериментальных данных [6,8] при использовании числа  $Re_\nu$  – значение  $\alpha_b$  убывает с ростом числа  $Re$ , выходя на предельное автомодельное значение;

- принятое нами (более корректное, на наш взгляд) определение приведенной координаты  $\alpha_2$  на автомодельной стадии дает заметно меньшие значения, чем для аналогичной величины  $\alpha_b$ , определенной в работе [7]. Приведено объяснение этого отличия, связанного с наличием начального неавтомодельного участка;

- величина  $\alpha_b$  на автомодельной стадии в наших расчетах несколько меньше, чем в опытах [6, 8]. Точно также соответствующее число  $Re_b$  достижения этой стадии меньше, чем полученное в работе [7] из анализа экспериментальных данных. Приведено объяснение этого отличия, связанное с относительно большой протяженностью начального неавтомодельного участка в данных опытов [6, 8];

- при достаточно больших коэффициентах молекулярной вязкости в расчетах длительность по времени

начального неавтономного участка увеличивается, но уменьшается достигаемое число  $Re$ ;

– как и в расчетах без вязкости, спектр пульсаций скорости на малых масштабах близок к колмогоровскому внутри ЗТП, однако анизотропия диагональных компонент тензора Рейнольдса сохраняется значительной. Спектр пульсаций плотности внутри ЗТП на малых масштабах также близок к колмогоровскому.

В заключение необходимо отметить, что приведенные результаты получены на достаточно грубых (с точки зрения моделирования ТП) сетках, поэтому являются предварительными. Необходимо проведение подобного исследования на существенно более мелких сетках, что позволит дать более обоснованные ответы на интересующие вопросы.

### Список литературы

1. Youngs D. L. // *Phys. Fluids*. 1999. Vol. A3. P. 1312.
2. Youngs D. L. Numerical simulation of mixing by Rayleigh–Taylor and Richtmyer–Meshkov instabilities // *Laser and Particle Beams*. 1994. Vol 12, No. 4. P. 725–750.
3. Zhmailo V. A., Stadnik A. L., Statsenko V. P., Yanilkin Yu. V. Direct numerical simulation of gravitational turbulent mixing // *Physics of Compressible Turbulent Mixing*, Stony Brook, 1995.
4. Жмайло В. А., Стадник А. Л., Стаценко В. П., Янилкин Ю. В., Синькова О. Г. Трехмерное численное моделирование гравитационного турбулентного перемешивания // Доклад на 6-й конференции "Физика турбулентного перемешивания сжимаемых сред". Марсель, 1997.
5. Yanilkin Yu. V., Statsenko V. P., Rebrov S. V., Sin'kova O. G., Stadnik A. L. Study of gravitational turbulent mixing at large density differences using direct 3D numerical simulation // Report to 8th International Seminar on Turbulent Mixing of Compressible Matter. 8th IWPCTM, Pasadena, USA, 2001.
6. Кучеренко Ю. А., Шестаченко О. Е., Пискунов Ю. А., Свиридов Е. В., Медведев В. М., Байшев А. И. Экспериментальное исследование автоматического режима перемешивания разноплотных газов в поле тяжести Земли // Доклад на 6-х Забабахинских научных чтениях, 24–28 сентября 2001 г., Снежинск, Россия.
7. Анисимов В. И., Козловских А. С., Бабань С. А. Анализ результатов экспериментов по турбулентному перемешиванию при умеренных числах Рейнольдса в поле силы тяжести Земли // Забабахинские научные чтения, 2003.
8. Кучеренко Ю. А., Шестаченко О. Е. и др. Экспериментальное исследование развития гравитационного перемешивания газов на многофункциональной ударной трубе // Доклад на 6-х Забабахинских научных чтениях, 24–28 сентября 2001 г., Снежинск, Россия.
9. Стадник А. Л., Шанин А. А., Янилкин Ю. В. Эйлерова методика ТРЭК для расчета трехмерных газодинамических течений многокомпонентной среды // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1994. Вып. 4. С. 71–78

Статья поступила в редакцию 29.04.2005.