

ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ИОНОВ В ПРОСТЫХ ВЕЩЕСТВАХ. III. МЕДЛЕННЫЕ ИОНЫ

Д. К. Ковшов
РФЯЦ-ВНИИЭФ

Получена формула для коэффициента торможения медленного иона. Показано, что изотопические эффекты в электронных потерях энергии пренебрежимы при всех энергиях. Для полуэмпирической формулы потерь энергии установлена область адекватности и определена погрешность, которая составляет 2,4%.

Введение

Завершая аппроксимацию тормозной способности простых веществ [1, 2], мы переходим в область малых энергий и исследуем зависимость коэффициента торможения от вещества и частицы. Для аппроксимации используются данные из работ, перечисленных в табл. 1 [1].

Затем мы установим границы применимости полуэмпирической формулы потерь энергии и найдем ее погрешность.

Коэффициент торможения медленного иона

При изучении торможения медленных ионов, согласно общепринятому представлению, электронные потери энергии в этой области пропорциональны скорости: $S_3 = k_3 \sqrt{E}$. Здесь, как и в работах [1, 2], S_3 измеряется в эВ·см²/атом, E – в эВ/а.е.м.

Поведение k_3 в зависимости от вещества и частицы можно описать, взяв за основу формулу Линдхарда [6], модифицированную по Пичу, Хаузеру и Нойвирту [27], и еще более обобщив ее:

$$k_3(Z_0, Z) = \frac{k_{30} Z_0^{p_{k0}} Z^{p_k}}{[g_0(Z_0) + g(Z)]^{q_k}}. \quad (1)$$

Здесь g_0 зависит от вещества, g – от частицы. Формула (1) обладает высокой степенью общности; все основные формулы потерь энергии медленных ионов можно получить из нее как частные случаи:

- формулу Ферми – Теллера [3] и ее модификацию по Линдхарду и Ритчи [4, 5] – при $p_{k0} = 0, p_k = 2, g(Z) = 0$;
- формулу Фирсова [7] – при $p_{k0} = p_k = 0, q_k = -1$;
- формулу Линдхарда [6] и ее модификацию по Пичу, Хаузеру и Нойвирту [27] – при $p_{k0} = 1, p_k = 7/6, q_k = 3/2$.

Зависимость от массы иона должна была бы войти в параметр g . Однако у ионов-изотопов значения этого параметра оказались близки и могут с удовлетворительной точностью считаться равными. Поскольку (как

показано в работах [1, 2]) параметры $I_0, E_{гр}, E_{max}, S_{max}$ также не зависят от M , можно заключить, что изотопический эффект в электронных потерях энергии отсутствует при любой энергии; электронные потери определяются не энергией, а скоростью иона. Этот вывод подтверждается экспериментами [19, 22, 42, 43, 47, 48, 54, 59, 64, 68, 69, 75, 77–79].

Формула (1) обладает “избыточностью”: если ко всем g_0 прибавить одно и то же число G , а от всех g отнять это же число, то, очевидно, значения k_3 не изменятся. Они не изменятся также, если умножить все g_0 и g на одно и то же число C , а коэффициент k_{30} – на C^{q_k} ; благодаря этому можно без потери общности придать k_{30} любое фиксированное значение. Чтобы удобнее было сравнивать с формулой Линдхарда, положим

$$k_{30} = \frac{2\sqrt{2}\Sigma E}{v_B} = 0,1216 \cdot 10^{-15} \text{ эВ}^{1/2} \cdot \text{а.е.м.}^{1/2} \cdot \text{см}^2/\text{атом}.$$

Остальные параметры формулы (1) были найдены аппроксимацией экспериментальных данных. Показатели степени составляют $p_k \approx 1, p_{k0} \approx 1, q_k \approx 3/2$. Они вполне согласуются с формулой Линдхарда, если в ней множитель ξ_3 считать константой (вопреки традиционной формуле $\xi_3 \approx Z^{1/6}$ [6]), и расходятся с формулами Ферми – Теллера и Фирсова.

Параметры g_0 и g приведены в табл. 1 и 2 (в скобках даны значения, полученные интерполяцией). Они подвержены осцилляциям соответственно по Z_0 и по Z .

Максимумы g_0 (рис. 1) лежат при $Z_0 \approx 2; 10; 18; 29; 35; 47; 54; 72 \div 78$; минимумы – при $Z_0 \approx 4; 13 \div 14; 23 \div 24; 32; 42; 51; 57 \div 65$. Это согласуется с картиной периодичности потерь медленных ионов, полученной экспериментально [23, 39, 44, 49, 51, 60], компиляцией экспериментальных данных [31, 32, 36, 50] и численно [27–30, 33–35, 50, 57, 61, 71, 72]. (При сопоставлении было принято во внимание, что g_0 входит в знаменатель формулы (1), так что его максимумам соответствуют минимумы S и обратно.)

Параметр g_0 для веществ

| Вещество | g_0 |
|-----------------|-----------|
| H ₂ | 2,42±0,20 |
| He | 4,07±0,20 |
| Li | (3,67) |
| Be | 1,22±0,21 |
| B | (1,06) |
| C (аморф.) | 2,01±0,06 |
| N ₂ | 4,11±0,13 |
| O ₂ | 5,1±1,4 |
| F ₂ | (7,14) |
| Ne | 7,5±0,5 |
| Na | (7,00) |
| Mg | 5,4±2,0 |
| Al | 3,71±0,10 |
| Si | 3,85±0,22 |
| P | (4,52) |
| S | (7,18) |
| Cl ₂ | 7,5±1,7 |
| Ar | 8,54±0,28 |
| K | (8,46) |
| Ca | (7,89) |
| Sc | (6,83) |
| Ti | 5,3±0,3 |
| V | 4,2±0,5 |
| Cr | 4,1±0,6 |
| Mn | 6,2±0,9 |
| Fe | 5,5±0,4 |
| Co | 6,5±0,5 |
| Ni | 7,52±0,25 |
| Cu | 8,61±0,24 |
| Zn | 7,1±0,4 |
| Ga | (5,55) |

| Вещество | g_0 |
|-----------------------|-----------|
| Ge | 4,9±0,6 |
| As | (8,62) |
| Se | 13±6 |
| Br ₂ (газ) | 15,5±2,2 |
| Kr | 12,6±0,6 |
| Rb | (11,90) |
| Sr | (9,64) |
| Y | 12,2±8,1 |
| Zr | 7,5±0,8 |
| Nb | 7,5±0,5 |
| Mo | 6,6±0,6 |
| Tc | (6,95) |
| Ru | (8,58) |
| Rh | (9,19) |
| Pd | 8,8±0,7 |
| Ag | 9,56±0,24 |
| Cd | (9,23) |
| In | 10,6±1,3 |
| Sn | 9,1±2,1 |
| Sb | 6,2±0,7 |
| Te | 9,7±2,8 |
| I ₂ | (10,94) |
| Xe | 11,8±1,1 |
| Cs | (11,67) |
| Ba | (10,52) |
| La | 9±4 |
| Ce | (9,32) |
| Pr | (9,11) |
| Nd | 9±3 |
| Pm | (9,15) |
| Sm | (9,40) |

| Вещество | g_0 |
|----------|------------|
| Eu | (9,80) |
| Gd | 16,6±1,6 |
| Tb | 9±6 |
| Dy | 14±3 |
| Ho | (11,88) |
| Er | 12±5 |
| Tm | (12,69) |
| Yb | (13,00) |
| Lu | 16,2±1,5 |
| Hf | 11,3±0,8 |
| Ta | 13,1±0,7 |
| W | 12,9±0,9 |
| Re | 12,8±0,9 |
| Os | (13,52) |
| Ir | 18±5 |
| Pt | 12,5±0,9 |
| Au | 13,55±0,26 |
| Hg | (12,61) |
| Tl | (12,22) |
| Pb | 13,3±1,9 |
| Bi | 7,7±0,9 |

Таблица 2

Параметр g для ионов

| Ион | g |
|-----|-----------|
| H | 0,97±0,15 |
| He | 1,75±0,12 |
| Li | 3,32±0,14 |
| Be | 2,91±0,24 |
| B | 2,47±0,17 |
| C | 2,78±0,12 |
| N | 2,48±0,10 |
| O | 3,17±0,13 |
| F | 3,96±0,15 |
| Ne | 4,96±0,15 |
| Na | 5,8±0,4 |
| Mg | (6,76) |
| Al | 6,8±0,5 |
| Si | 6,62±0,20 |
| P | 5,4±0,4 |
| S | 4,8±0,3 |
| Cl | 4,72±0,28 |
| Ar | 4,42±0,24 |
| K | 4,6±0,4 |
| Ca | (4,83) |

| Ион | g |
|-----|----------|
| Sc | 5,2±0,5 |
| Ti | 5,6±0,6 |
| Cr | 7,0±0,7 |
| Mn | 7,8±0,8 |
| Fe | 7,7±0,7 |
| Co | 9,2±0,9 |
| Ni | (9,26) |
| Cu | 8,8±0,6 |
| Zn | (9,80) |
| Ga | (9,84) |
| Ge | 11,3±1,0 |
| As | 10,7±1,1 |
| Se | (9,02) |
| Br | 8,2±0,5 |
| Kr | 8,7±0,8 |
| Y | 7,7±0,9 |
| Ag | 7,0±0,5 |
| In | 10,6±2,7 |
| Sn | 6±6 |
| Sb | 5±5 |

| Ион | g |
|-----|----------|
| Te | 4±3 |
| I | 7,3±0,4 |
| Xe | 8,3±0,8 |
| Cs | 3,3±1,6 |
| Ba | 5±4 |
| La | 5±4 |
| Ce | 6±5 |
| Nd | 13,4±2,0 |
| Sm | 16,1±2,6 |
| Eu | 6±6 |
| Gd | 5±4 |
| Tb | 9±9 |
| Dy | 12±5 |
| Er | 16±6 |
| Ta | 10,8±0,9 |
| Au | 13,1±0,8 |
| Bi | 13,8±2,6 |
| U | 15±4 |

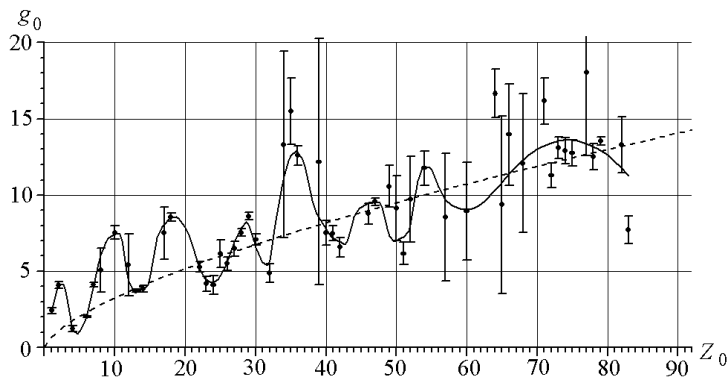


Рис. 1. Параметр g_0 для веществ — — осцилляции (сглаженная кривая);
- - - - монотонная часть зависимости

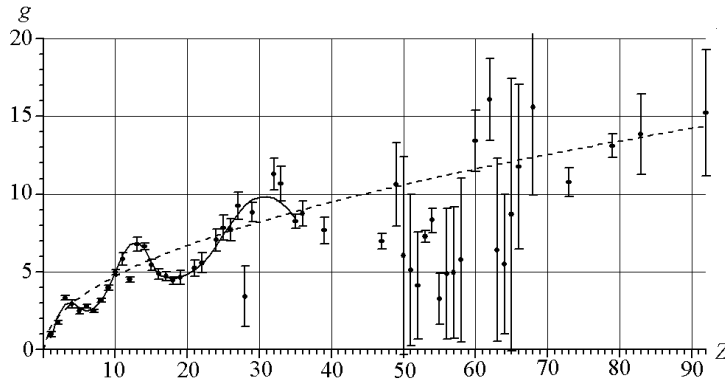


Рис. 2. Параметр g для ионов — — осцилляции (сглаженная кривая);
- - - - монотонная часть зависимости

Осцилляции g_0 идут на фоне общего роста

$$g_0 \approx 0,7Z_0^{2/3}, \quad (2)$$

что очень близко к формуле Линдхарда, в которой $g_0 = Z_0^{2/3}$.

Параметр g (рис. 2) имеет максимумы при $Z \approx 3$; $13 \div 14$; 32 и минимумы при $Z \approx 5 \div 7$; 18 , в согласии с результатами экспериментов [7–14, 18, 21, 23, 36, 37, 56, 62], компилятивных работ [20, 55] и расчетов [15–17, 20, 24–26, 28, 34, 38, 40, 45, 52, 58, 63, 65, 70, 73, 74, 76]. При $Z > 36$ ход графика неясен из-за большого числа отсутствующих точек и больших погрешностей у остальных; для этих ионов интерполяция не проводилась.

Значения g для ионов Mg и Ni выпадают из гладкого хода кривой $g(Z)$. Наиболее вероятным объяснением служат систематические ошибки в работах [67] и [80]. Для обоих ионов в табл. 2 даны интерполированные значения.

Осцилляции g также сопровождаются общим ростом

$$g \approx 1,5\sqrt{Z}. \quad (3)$$

По формуле Линдхарда следовало бы ожидать $g = Z^{2/3}$. Впрочем, высокие погрешности g при больших Z не позволяют говорить о значимом расхождении.

Точность и адекватность формулы

Совокупность формул (1)–(5) статьи [1], (1), (2), (4), (5), статьи [2] и (1) настоящей статьи составляет

полуэмпирическую формулу потерь энергии. Если она не выходит за пределы разброса имеющихся экспериментальных данных, ее можно признать удовлетворительной и использовать в расчетах.

Разброс экспериментальных данных складывается из 1) случайной погрешности каждого отдельного измерения и 2) разброса между результатами разных экспериментальных работ, обусловленного систематическими погрешностями (которые благодаря большому числу анализируемых работ рандомизируются и тоже ведут себя как случайные). Первая составляющая характеризуется дисперсией “внутри статьи” σ_0^2 , вторая – дисперсией “между статьями” σ_1^2 .

Обе компоненты погрешности были изучены методом дисперсионного анализа (см. приложение) в зависимости от вещества, частицы и энергии. Чтобы более точно оценить их, данные были сгруппированы по энергии в 19 диапазонов: 0,7–1,4 кэВ/а.е.м.; 1,4–3,2 кэВ/а.е.м.; 3,2–7 кэВ/а.е.м.; 7–14 кэВ/а.е.м.; ...; 700–1400 МэВ/а.е.м.

Оказалось, что разброс внутри статей не зависит ни от Z_0 , ни от E и слабо растет с ростом Z . В среднем он составляет $\sigma_0 = 2,5\%$, что согласуется с авторскими оценками погрешности, лежащими обычно в пределах 2–5%.

Разброс между разными работами не зависит от Z_0 и Z , но сильно возрастает с убыванием энергии, доходя

до 37 % (при 1 кэВ/а.е.м.). При энергии 3 МэВ/а.е.м. и ниже он превышает σ_0 ; это обстоятельство отмечалось в работах [46, 48, 53, 66].

Для проверки адекватности был применен специально разработанный критерий (П.9). На рис. 3 показано отношение $S_{\text{неад}}^2/S_{\text{крит}}^2$ (при уровне значимости 1 %) в зависимости от Z и E . Там, где это отношение меньше единицы (светлые области), формула адекватна; превышение над единицей (темные области) свидетельствует о расхождении между формулой и экспериментом. Из рисунка видно, что основная доля расхождений приходится на тяжелые ионы малых и промежуточных энергий; этот район очерчен жирной линией. В остальной части диаграммы согласие в целом удовлетворительное.

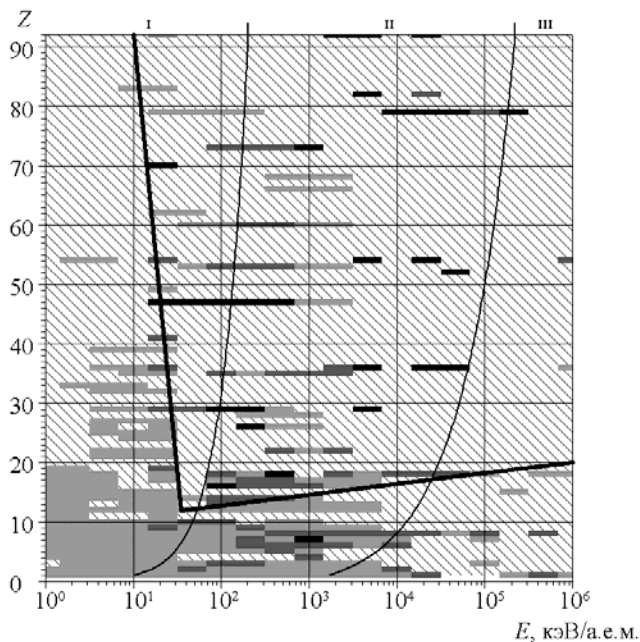


Рис. 3. Область адекватности формулы потерь энергии: — — — примерная граница области адекватности; — — — примерные границы характерных энергетических областей: I – медленные ионы, II – ионы промежуточных энергий, III – быстрые ионы. Штриховка указывает на отсутствие экспериментальных данных

Диаграмма ограничена энергией 1 кэВ/а.е.м. Ниже нее преобладают ядерные потери энергии, которые в данной работе не изучались.

Погрешность формулы (среднеквадратическое отклонение от неизвестного нам истинного значения) характеризуется величиной $\sigma_{\text{аппр}}$. В области адекватности она практически постоянна (рис. 4) и составляет $\sigma_{\text{аппр}} = 2,4\%$. Для сравнения на том же рисунке показана суммарная погрешность эксперимента $\sigma_{\text{эксп}} = \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_1^2}$.

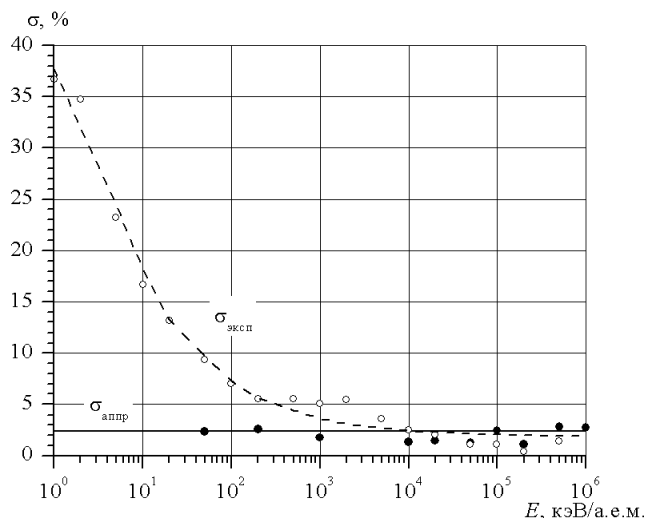


Рис. 4. Погрешности

Заключение

Итак, полученная формула позволяет находить электронные потери энергии с точностью 2,4 % в широком диапазоне условий: медленные ионы ($E = 1 \div 50$ кэВ/а.е.м.); легкие ионы промежуточных энергий ($Z \leq 12$, $E = 50 \div 1000$ кэВ/а.е.м.); легкие и средние быстрые ионы ($Z \leq 20$, $E = 10^3 \div 10^6$ кэВ/а.е.м.). В формулу входят четыре параметра (g_0 , $E_{\text{max}0}$, S'_{max} , I_0), зависящие от вещества, и один параметр (g), зависящий от частицы; таким образом, влияние вещества и влияние частицы полностью разделены. Это позволяет рассчитать потери энергии любой частицы в любом веществе, если только ранее были измерены потери энергии данной частицы в каком-либо веществе и потери энергии какой-либо частицы в данном веществе.

Попутно был установлен нижний предел применимости формулы Бете; изучена зависимость положения и величины максимума потерь от атомного номера частицы; сделан выбор между тремя теориями торможения медленной частицы (Ферми – Теллера, Фирсова и Линдхарда – Шарффа); подтверждено отсутствие изотопических эффектов.

Автор выражает благодарность сотрудникам научной библиотеки, и особенно В. А. Чулковой; без чьего содействия эта работа была бы невозможна; Ю. И. Соломатину за помощь в переводах с французского; К. Н. Ковшову за консультации по вопросам математической статистики.

Приложение

Статистическая процедура

Применяя модель компонент дисперсии при иерархической классификации [41], запишем относительную невязку $\delta = \ln(S_{\text{эксп}}/S_{\text{аппр}})$ в виде

$$\delta_{ijk} = -\Delta_i + A_{ij} + U_{ijk}, \quad i = 1, \dots, r, \quad j = 1, \dots, q_i, \quad k = 1, \dots, n_{ij}. \quad (\text{П. 1})$$

Здесь Δ_i – отклонение расчетного значения от истинного при i -й комбинации условий (вещество, частица, энергия); A_{ij} – погрешность j -й статьи при i -й комбинации условий; U_{ijk} – случайная ошибка отдельной экспериментальной точки. Величины Δ_i , A_{ij} , U_{ijk} считаем случайными, независимыми между собой, нормально распределенными с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями $\sigma_{\text{анпр}}^2$, σ_1^2 , σ_0^2 соответственно.

В этой модели сумма квадратов распадается на составляющие

$$\sum_{i,j,k} \delta_{ijk}^2 = S_0^2 + S_1^2 + S_{\text{анпр}}^2; \quad (\text{П.2})$$

формулы для их расчета см. [41], с. 60. Они имеют математические ожидания

$$\mathbf{M}[S_0^2] = (n-q)\sigma_0^2; \quad (\text{П.3})$$

$$\mathbf{M}[S_1^2] = (q-r)\sigma_0^2 + (n-\varphi)\sigma_1^2; \quad (\text{П.4})$$

$$\mathbf{M}[S_{\text{анпр}}^2] = r\sigma_0^2 + \varphi\sigma_1^2 + n\sigma_{\text{анпр}}^2, \quad (\text{П.5})$$

где $n = \sum_{i,j} n_{ij}$ – общее число экспериментальных точек;

$q = \sum_i q_i$ – число комбинаций “условия + статья”; r –

число комбинаций условий; $\varphi = \sum_{i,j} (n_{ij}^2 / n_i)$.

Из (П.3)–(П.5) находим оценки дисперсий

$$\begin{aligned} \sigma_0^2 &= \frac{S_0^2}{n-q}; & \sigma_1^2 &= \frac{S_1^2 - (q-r)\sigma_0^2}{n-\varphi}; \\ \sigma_{\text{анпр}}^2 &= \frac{S_{\text{анпр}}^2 - r\sigma_0^2 - \varphi\sigma_1^2}{n}. \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

Построим для σ_0^2 и σ_1^2 доверительные интервалы (для σ_1^2 воспользуемся доверительным интервалом Уилльямса, см. [41], с. 30) с доверительной вероятностью $1-\alpha$, где α – уровень значимости

$$\sigma_{0 \min}^2 = \frac{S_0^2}{\chi_{n-q;1-\alpha/2}^2}; \quad \sigma_{0 \max}^2 = \frac{S_0^2}{\chi_{n-q;\alpha/2}^2}; \quad (\text{П.7})$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1 \min}^2 &= \frac{q-r}{n-\varphi} \times \\ &\times \left[1 - F_{q-r;n-q;1-\alpha/4} \frac{S_0^2/(n-q)}{S_1^2/(q-r)} \right] \frac{S_1^2}{\chi_{q-r;1-\alpha/4}^2}; \\ \sigma_{1 \max}^2 &= \frac{q-r}{n-\varphi} \times \\ &\times \left[1 - F_{q-r;n-q;\alpha/4} \frac{S_0^2/(n-q)}{S_1^2/(q-r)} \right] \frac{S_1^2}{\chi_{q-r;\alpha/4}^2}. \end{aligned} \right\} (\text{П.8})$$

Здесь F и χ^2 – процентные точки F -распределения Фишера и распределения χ^2 .

На основе формулы (П.5) и доверительных интервалов (П.7), (П.8) можно предложить приближенный критерий для проверки адекватности аппроксимации. Если сумма квадратов $S_{\text{анпр}}^2$ превышает критическое значение

$$S_{\text{крит}}^2 = r\sigma_{0 \max}^2 + \varphi\sigma_{1 \max}^2, \quad (\text{П.9})$$

то наблюдается значимая неадекватность (при уровне значимости $\approx \alpha$).

Для исследования зависимости погрешностей от вещества, частицы и энергии нужно вычислять суммы квадратов (П.2) и вспомогательные суммы n , q , r , φ отдельно для каждого вещества (каждой частицы, каждого энергетического диапазона).

Список литературы

1. Ковшов Д. К. Потери энергии ионов в простых веществах. I. Быстрые ионы // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2005. Вып. 1–2. С. 3–12.
2. Ковшов Д. К. Потери энергии ионов в простых веществах. II. Ионы промежуточных энергий // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2005. Вып. 1–2. С. 13–19.
3. Fermi E., Teller E. // Phys.Rev.1947. Vol. 72, No. 5. P. 399–408.
4. Lindhard J. // Dan.Mat.Fys.Medd. 1954. Bd. 28, nr. 8.
5. Ritchie R. H. // Phys. Rev. 1959. Vol. 114, No. 3. P. 644–654.
6. Lindhard J., Scharff M. // Phys. Rev. 1961. Vol. 124, No. 1. P.128–130.
7. Теплова Я. А., Николаев В. С., Дмитриев И. С., Фатева Л. Н. // ЖЭТФ. 1962. Т. 42. Вып. 1. С. 44–60.
8. Ormrod J. H., Duckworth H. E. // Can. J. Phys. 1963. Vol. 41, No.9. P. 1424–1442.
9. Ormrod J. H., Macdonald J. R., Duckworth H. E. // Can. J. Phys. 1965. Vol. 43, No. 2. P. 275–284.
10. Fastrup B., Hvelplund P., Sautter C.A. // Dan. Mat. Fys. Medd. 1966. Bd. 35, nr. 10.
11. Eriksson L., Davies J.A., Jespersgaard P. // Phys. Rev. 1967. Vol. 161, No.2. P. 219–234.
12. Fastrup B., Borup A., Hvelplund P. // Can. J. Phys. 1968. Vol. 46, No. 6. P. 489–495.
13. Ormrod J. H. // Can. J. Phys. 1968. Vol. 46, No. 6. P. 497–502.
14. Eisen F. N. // Can. J. Phys. 1968. Vol. 46, No. 6. P. 561–572.
15. Winterbon K. B. // Can. J. Phys. 1968. Vol. 46, No. 21. P. 2429–2433.
16. Cheshire I. M., Dearnaley G., Poate J. M. // Phys. Lett. A. 1968. Vol. 27, No. 5. P. 304–305.
17. Bhalla C. P., Bradford J. N. // Phys. Lett. A. 1968. Vol. 27, No. 5. P. 318–319.

18. Hvelplund P., Fastrup B. // *Phys.Rev.* 1968. Vol. 165, No. 2. P. 408–414.
19. Andersen H. H., Simonsen H., Sorensen H., Vajda P. // *Phys. Rev.* 1969. Vol. 186, No. 2. P. 372–375.
20. Cheshire I. M., Dearnaley G., Poate J. M. // *Proc. Roy. Soc. A.* 1969. Vol. 311, No. 1504. P. 47–51.
21. Bottiger J., Bason F. // *Radiat.Eff.* 1969. Vol. 2. P. 105.
22. Bernstein W., Cole A.J., Wax R.L. // *Nucl. Instr. Meth.* 1970. Vol. 90. P. 325–328.
23. Hvelplund P. // *Dan. Mat. Fys. Medd.* 1971. Bd. 38, nr. 4.
24. Komarov F. F., Kumakhov M. A. // *Phys. Stat. Sol. (b).* 1973. Vol. 58, No. 1. P. 389–400.
25. Kanaya K., Hojou K. // *Japan. J. Appl. Phys.* 1974. Vol. 13, No. 3. P. 393–399.
26. Briggs J. S., Pathak A. P. // *J. Phys. C.* 1974. Vol. 7, No. 11. P. 1929–1936.
27. Pietsch W., Hauser U., Neuwirth W. // *Nucl. Instr. Meth.* 1976. Vol. 132. P. 79–87.
28. Land D. J., Brennan J. G. // *Nucl. Instr. Meth.* 1976. Vol. 132. P. 89–93.
29. Latta B. M., Scanlon P. J. // *Phys. Rev. A.* 1976. Vol. 13, No. 4. P. 1370–1380.
30. Latta B.M., Scanlon P. J. // *Phys.Stat.Sol.(b).* 1976. Vol. 74, No. 2. P. 711–719.
31. Andersen H. H., Ziegler J. F. *Hydrogen Stopping Powers and Ranges in All Elements. (The Stopping and Ranges of Ions in Matter. Vol. 3.)* N. Y.: Pergamon Press, 1977.
32. Ziegler J. F. *Helium: Stopping Powers and Ranges in All Elemental Matter. (The Stopping and Ranges of Ions in Matter. Vol. 4.)* N. Y.: Pergamon Press, 1977.
33. Land D. J., Brennan J. G., Simons D. G., Brown M. D. // *Phys. Rev. A.* 1977. Vol. 16, No. 2. P. 492–499.
34. Land D. J., Brennan J. G. // *At. Data Nucl. Data Tables.* 1978. Vol. 22, No. 3. P. 235–247.
35. Neuwirth W., Pietsch W., Kreutz R. // *Nucl. Instr. Meth.* 1978. Vol. 149, No. 1–3. P. 105–113.
36. Mertens P. // *Nucl. Instr. Meth.* 1978. Vol. 149, No. 1–3. P. 149–153.
37. Ward D., Andrews H. R., Mitchell I.V. et al. // *Can. J. Phys.* 1979. Vol. 57, No. 5. P. 645–656.
38. Cruz S. A., Vargas C., Brice D. K. // *Nucl. Instr. Meth.* 1980. Vol. 170, No. 1–3. P. 205–207.
39. Geissel H., Armbruster P., Kitahara T. et al. // *Nucl. Instr. Meth.* 1980. Vol. 170, No. 1–3. P. 217–219.
40. Pathak A. P. // *Phys. Rev. B.* 1980. Vol. 22, No. 1. P. 96–98.
41. Джонсон Н., Лион Ф. *Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: Методы планирования эксперимента: Пер. с англ. М.: Мир, 1981.*
42. Santry D. C., Werner R. D. // *Nucl. Instr. Meth.* 1981. Vol. 188, No. 1. P. 211–216.
43. Astner G., Mannervik S., Veje E. // *Nucl. Instr. Meth.* 1981. Vol. 188, No. 2. P. 475–476.
44. Geissel H., Laichter Y., Schneider W. F. W., Armbruster P. // *Nucl. Instr. Meth.* 1982. Vol. 194, No. 1–3. P. 21–29.
45. Pathak A. P. // *Nucl. Instr. Meth.* 1982. Vol. 194, No. 1–3. P. 31–34.
46. Bichsel H., Porter L. E. // *Phys. Rev. A.* 1982. Vol. 25, No. 5. P. 2499–2510.
47. Conradie J., Lombaard J. M., Friedland E. // *Nucl. Instr. Meth.* 1983. Vol. 205, No. 1–2. P. 359–363.
48. Semrad D., Bauer P., Aumayr F. et al. // *Nucl. Instr. Meth.* 1983. Vol. 218, No. 1–3. P. 811–816.
49. Fink D., Biersack J. P., Stadle M. et al. // *Nucl. Instr. Meth.* 1983. Vol. 218, No. 1–3. P. 817–820.
50. Cruz S. A., Vargas–Aburto C., Brice D.K. et al. // *Phys.Rev. A.* 1983. Vol. 27, No. 5. P. 2403–2420.
51. Ribas R. V., Seale W. A., Rao M. N. // *Phys. Rev. A.* 1983. Vol. 28, No. 6. P. 3234–3237.
52. Puska M. J., Nieminen R. M. // *Phys. Rev. B.* 1983. Vol. 27, No. 10. P. 6121–6128.
53. Bauer P., Aumayr F., Semrad D., Scherzer B. M.U. // *Nucl. Instr. Meth. B.* 1984. Vol. 1, No. 1. P. 1–8.
54. Bauer P., Semrad D., Golser R. // *Nucl. Instr. Meth. B.* 1984. Vol. 2, No. 1–3. P. 149–152.
55. Xia Yue-yuan, Tan Chun-yu // *Nucl. Instr. Meth. B.* 1986. Vol. 13, No. 1–3. P. 100–106.
56. Lennard W. N., Geissel H., Jackson D. P., Phillips D. // *Nucl. Instr. Meth. B.* 1986. Vol. 13, No. 1–3. P. 127–132.
57. Nagy I., Laszlo J., Giber J. // *Nucl. Instr. Meth. B.* 1986. Vol. 15, No. 1–6. P. 8–10.
58. Ashley J. C., Ritchie R. H., Echenique P. M., Nieminen R. M. // *Nucl. Instr. Meth. B.* 1986. Vol. 15, No. 1–6. P. 11–13.
59. Mertens P., Bauer P., Semrad D. // *Nucl. Instr. Meth. B.* 1986. Vol. 15, No. 1–6. P. 91–95.
60. Dickstein P., Ingman D., Shafirir N.H. // *Nucl. Instr. Meth. B.* 1986. Vol. 15, No. 1–6. P. 109–113.
61. Kaneko T. // *Phys. Rev. A.* 1986. Vol. 33, No. 3. P. 1602–1611.
62. Lennard W. N., Geissel H. // *Nucl. Instr. Meth. B.* 1987. Vol. 27, No. 2. P. 338–343.
63. Arnau A., Echenique P. M., Ritchie R.H. // *Nucl. Instr. Meth. B.* 1988. Vol. 33, No. 1–4. P. 138–141.
64. Ogino K., Kiyosawa T., Kiuchi T. // *Nucl. Instr. Meth. B.* 1988. Vol. 33, No. 1–4. P. 155–157.
65. Nagy I., Arnau A., Echenique P. M. // *Phys. Rev. A.* 1989. Vol. 40, No. 2. P. 987–994.
66. Bauer P. // *Nucl. Instr. Meth. B.* 1990. Vol. 45, No. 1–4. P. 673–683.
67. Arstila K., Keinonen J., Tikkanen P. // *Phys. Rev. B.* 1990. Vol. 41, No. 10–A. P. 6117–6123.

68. Price J. L., Stern S. H., Simons D. G. et al. // Nucl. Instr. Meth. B. 1991. Vol. 56/57, Pt. I. P. 348–351.
69. Golser R., Semrad D. // Phys. Rev. Lett. 1991. Vol. 66, No. 14. P. 1831–1833.
70. Penalba M., Arnau A., Echenique P. M. // Nucl. Instr. Meth. B. 1992. Vol. 67. P. 66.
71. Kaneko T. // At. Data Nucl. Data Tables. 1993. Vol. 53, No. 2. P. 271–340.
72. Cui N., Wang Y.-N., Ma T.-C. // Nucl. Instr. Meth. B. 1993. Vol. 73, No. 2. P. 123–129.
73. Xia Yueyuan, Tan Chunyu, Hu Xierong, Mei Liangmo // Nucl. Instr. Meth. B. 1993. Vol. 82, No. 4. P. 513–517.
74. Cruz S. A., Soullard J., Cabrera-Trujillo R. // Nucl. Instr. Meth. B. 1993. Vol. 83, No. 1–2. P. 5–14.
75. Price J. L., Simons D. G., Stern S. H. et al. // Phys. Rev. A. 1993. Vol. 47, No. 4-B. P. 2913–2918.
76. Calera-Rubio J., Gras-Marti A., Arista N. R. // Nucl. Instr. Meth. B. 1994. Vol. 93, No. 2. P. 137–141.
77. Leblanc L., Ross G. G., Wallace W. E. // Nucl. Instr. Meth. B. 1995. Vol. 95, No. 4. P. 457–462.
78. Eppacher Ch., Diez Muino R., Semrad D., Arnau A. // Nucl. Instr. Meth. B. 1995. Vol. 96, No. 3–4. P. 639–642.
79. Ribas R.V., Medina N. H., Rao M. N. et al. // Phys. Rev. A. 1995. Vol. 51, No. 3. P. 2634–2636.
80. Harikumar V., Pathak A. P., Nath N. et al. // Nucl. Instr. Meth. B. 1997. Vol. 129, No. 2. P. 143–146.

Статья поступила в редакцию 31.01.2005