

КОНФОРМНО -ИНВАРИАНТНЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ СООТНОШЕНИЙ МЕЖДУ ФИЗИЧЕСКИМИ ВЕЛИЧИНАМИ

М. В. Горбатенко, Г. Г. Кочемасов

ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", 607188, г. Саров Нижегородской обл.

Приводится и анализируется базирующийся на конформной геометродинамике подход А. В. Пушкина к вычислению количественных соотношений между физическими величинами. В простейших случаях стационарных решений уравнений этот подход основан на выделении из решений внутренней и внешней (относительно некоторой границы) частей и использовании инверсных преобразований, преобразующих эти части друг в друга. Для квазистационарных (мета-стабильных) состояний показана возможность невозмущенческого расчета их времен жизни. Подход иллюстрируется несколькими примерами. В частности, показывается, что "гипотеза больших чисел" Дирака является одним из следствий подхода. Приведена также оценка радиационного времени жизни первого возбужденного уровня $2p$ атома водорода и времени жизни нейтрона.

Введение

Данная работа посвящена конформно-инвариантному подходу к оценке соотношений между фундаментальными физическими величинами. Насколько нам известно, этот подход впервые был использован А. В. Пушкиным (см., например, [1, 2]), поэтому естественно назвать этот подход подходом (методом) Пушкина. К сожалению, сам подход изложен в публикациях фрагментарно и без должных пояснений. Цель данной работы – восполнить указанный пробел.

В конечном итоге подход Пушкина базируется на анализе симметрии уравнений конформной геометродинамики (КГД) с тензором энергии-импульса чисто геометрического характера, а также симметрии конформной квантовой теории поля с этим же тензором как тензором вакуумной поляризации. Согласно Пушкину, в этой квантовой теории поля действует группа симметрии, называемая группой "Монстр". Исходя из указанных соображений, в работе [1] приведены оценки постоянной тонкой структуры α и отношения массы протона к массе электрона m_p/m_e , а в работе [2] сделана оценка температуры фонового излучения.

Для удобства читателей, которым, возможно, недоступны работы [1, 2], приведем окончательные результаты этих работ. Так, постоянная тонкой структуры, согласно Пушкину, равна

$$\alpha_{theory}^{-1} = \frac{\bar{N} + \Delta}{\dim \Omega_2} = 137,03599079\dots,$$

где $\bar{N} = N_{tot} - N_1 = 274$, $N_{tot} = \sum_{i=1}^6 N_i = 286$, N_i – полное число векторов Киллинга для всех подгрупп i -го порядка 15-параметрической конформной группы, $\Delta = (\tilde{N}_j - 1)^{-\frac{1}{2}}$ – квантовая аномальная размерность; $\tilde{N}_j = \bar{N} - N_2 = 194$ – число классов сопряженности в группе "Монстр", $\dim \Omega_2 = 2$ есть просто размерность двумерных поверхностей.

Для отношения массы протона к массе электрона справедливо соотношение

$$\frac{m_p}{m_e} = \frac{d_B}{120 - N_1} + \frac{\frac{\bar{N}}{2} \left[N_{tot} - \frac{\bar{N}}{2} \right]}{(N_1 - 4) C_M} = 1836,1527\dots,$$

где $d_B = 196884$ – размерность алгебры Грисса. Величина, обратная этой размерности, контролирует точность вычисления Δ и $(N_1 - 4) C_M$ в первой и второй формулах соответственно и, как следствие, окончательных результатов.

В работе [2] вычислено отношение температуры космологического фонового (реликтового) излучения к энергии покоя электрона, так что температура

$$T = k^{-1} \frac{m_e c^2}{\rho S_{Mac}} = 2,736 \text{ К},$$

где $\rho = 696729600$ – число элементов группы Вейля –

группы симметрии решетки E_8 , $S_{Mac} = 7 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{28}{9}$ –

характеристика первого возбужденного состояния внутреннего пространства, характеризуемого решеткой E_8 . В соответствии со сказанным выше все приведенные соотношения не содержат никаких феноменологических (подгоночных) параметров, в них входят только характеристики (алгебраические) конформной группы и группы "Монстр", причем характеристики этих групп связаны друг с другом.

Обсуждения работ Пушкина показывают, что именно оценки физических величин и соотношений между ними вызывают, с одной стороны, наибольший интерес, с другой стороны, наиболее эмоциональные высказывания и вопросы. Поэтому представляется целесообразным попытаться привести по возможности в систематизированном виде хотя бы некоторые аргументы и соображения, которые необходимы для понимания подхода Пушкина к оценке соотношений между физическими величинами. Подобные аргументы и соображения составляют некую "конструкцию". По словам Пушкина, именно наличие такой конструкции отличает его метод от формальной нумерологии, представляющей собой манипулирование числами с целью получения нужных соотношений. Кроме того, представляется целесообразным проиллюстрировать применение метода Пушкина несколькими конкретными примерами.

Осуществить такое намерение оказалось непросто. Метод Пушкина включает целый спектр приемов, из которых далеко не все мы можем объяснить. Наш способ преодоления данного препятствия состоит в ограничении только понятной нам частью вычислительной техники. Фактически это означает, что мы ограничиваемся той частью анализа, в которой учитываются только свойства симметрии уравнений КГД, соответствующие конформным преобразованиям и дифференцируемым заменам координат. При этом свойства, определяемые группой "Монстр", в явном виде во внимание не принимаются. Кроме того, по имеющимся у нас данным, после безвременной кончины Пушкина в 2004 году не осталось изложения его метода в систематизированном виде, поэтому в некоторых местах придется домысливать за автора. Неавторская версия изложения неизбежно будет включать субъективные моменты, проистекающие от различий в понимании обсуждаемого подхода. Поэтому предлагаемую в данной работе версию метода Пушкина не следует рассматривать как единственно возможную. Несмотря на эти оговорки, данная работа, возможно, окажется полезной при попытке понять результаты, помещенные Пушкиным в свои работы, а также неопубликованные результаты, которые Пушкин обсуждал со своими коллегами.

1. Конформно-инверсные преобразования уравнений КГД

1.1. Уравнения конформной геометродинамики

Под конформной геометродинамикой (КГД) в данной работе понимается теория, основывающаяся на уравнении [3]

$$\left. \begin{aligned} R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta}, \\ T_{\alpha\beta} \equiv -2A_{\alpha}A_{\beta} - g_{\alpha\beta}A^2 - 2g_{\alpha\beta}A^{\epsilon}_{;\epsilon} + A_{\alpha;\beta} + A_{\beta;\alpha}, \end{aligned} \right\} (1)$$

где $R_{\alpha\beta}$ – тензор Риччи в четырехмерном пространстве Римана, точка с запятой означает ковариантное дифференцирование, осуществляемое с использованием символов Кристоффеля. Тензор $T_{\alpha\beta}$, который обычно ассоциируется с тензором энергии-импульса материи, в данном случае определяется векторным полем Вейля A_{α} .

Уравнения (1) являются автомодельными, что отражает отсутствие в широком комплексе явлений, ими описываемых, абсолютного размерного масштаба, причем калибровочная инвариантность является локальной: уравнения (1) инвариантны относительно зависящих от координат конформных преобразований

$$g_{\alpha\beta}(x) \rightarrow g'_{\alpha\beta}(x) = g_{\alpha\beta}(x)\phi(x); \quad (2)$$

$$A_{\alpha} \rightarrow A'_{\alpha} = A_{\alpha} - \frac{\partial_{\alpha} \ln \phi(x)}{2\partial x^{\alpha}}.$$

Сам Вейль интерпретировал вначале вектор A_{α} как потенциал электромагнитного поля, что привело к известной критике со стороны Эйнштейна. Существует, однако, и другой подход к пониманию физического смысла калибровочного вектора A_{α} – подход, изложенный в работах [4–12]. В этом подходе смысл вектора A_{α} устанавливается путем анализа решений уравнений (1) без использования каких бы то ни было априорных предположений. Именно такого подхода мы и будем придерживаться в данной работе.

1.2. Пояснения к конформным инверсным преобразованиям

Конформные инверсные преобразования относятся к категории преобразований (2) и могут быть применены к стационарным решениям уравнений КГД. Проиллюстрируем действие конформных инверсных преобразований на примере конформно-плоских решений.

Мы стартуем с пространства Минковского с нулевым вектором Вейля. При выборе декартовых координат в этом пространстве метрика равна

$$\eta_{\alpha\beta} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1). \quad (3)$$

Рассмотрим простейший тип инверсных конформных преобразований – тех, что включают комбинацию следующих двух преобразований:

1. Инверсное координатное преобразование

$$\{x^\alpha\} \rightarrow \{x'^\alpha\}:$$

$$x^\alpha \rightarrow x'^\alpha = \frac{a^2}{r^2} x^\alpha, \quad (4)$$

где a – параметр с размерностью длины; $r^2 \equiv \eta_{\alpha\beta} x^\alpha x^\beta$.

Из соотношения (4) следует, что

$$x^\alpha = \frac{a^2}{r'^2} x'^\alpha, \quad (5)$$

где $r'^2 \equiv \eta_{\alpha\beta} x'^\alpha x'^\beta = a^4 / r^2$. Если исходно тензор Римана и вектор A_α были равны нулю, то и после преобразований (4), (5) тензор Римана и вектор A_α остаются нулевыми. При этих преобразованиях меняется, конечно, метрический тензор. Новый метрический тензор $g'^{\alpha\beta}$ зависит от координат x'^α и находится по формуле

$$g'^{\alpha\beta} = \frac{\partial x'^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial x'^\beta}{\partial x^\nu} \eta^{\mu\nu}. \quad (6)$$

Из соотношения (4) следует, что

$$\frac{\partial x'^\alpha}{\partial x^\beta} = \frac{a^2}{r^2} \delta_\beta^\alpha - 2 \frac{a^2}{r^4} x^\alpha \eta_{\beta\nu} x^\nu. \quad (7)$$

Подстановка (7) в (6) приводит к соотношениям

$$g'^{\alpha\beta} = \frac{a^4}{r^4} \eta^{\alpha\beta}; \quad g'_{\alpha\beta} = \frac{r^4}{a^4} \eta_{\alpha\beta}. \quad (8)$$

В терминах штрихованных координат имеем

$$g'_{\alpha\beta} = \frac{a^4}{r'^4} \eta_{\alpha\beta}. \quad (9)$$

2. Конформное преобразование растяжения-сжатия следующего вида:

$$g'_{\alpha\beta} \rightarrow \hat{g}'_{\alpha\beta} = g'_{\alpha\beta} \frac{r'^4}{a^4} = \eta_{\alpha\beta}. \quad (10)$$

Конформный фактор при переходе от $g'_{\alpha\beta}$ к $\hat{g}'_{\alpha\beta}$ равен

$$\phi(x') = (\sigma(x'))^2 = \frac{r'^4}{a^4}. \quad (11)$$

В результате произведенных преобразований (4), (9) получаем пространство с метрикой (3). Точка с координатами $\{x^\alpha\}$ перешла в точку с координатами

$\{x'^\alpha\}$, вычисляемую по формуле (4).

Несмотря на то, что метрика пространства после преобразований сохранила вид, тем не менее произошло одно существенное изменение – появилось ненулевое поле вектора A_α . Поле вектора A_α имеет вид

$$A_\alpha(x') = -\frac{(\sigma(x'))_{,\alpha}}{\sigma(x')} = -2\eta_{\alpha\mu} \frac{x'^\mu}{r'^2}. \quad (12)$$

Можно показать, что тензор энергии-импульса для уравнений КГД после подстановки выражения вектора A_α в форму (12) обращается в нуль. Таким образом, в результате инверсного конформного преобразования простейшего типа мы приходим к плоскому пространству, в котором вектор A_α имеет вид градиента, а тензор энергии-импульса остается равным нулю.

Еще раз подчеркнем, что конформно-плоские пространства являются точными решениями уравнений КГД, не связанными с какими бы то ни было приближениями.

Инверсные конформные преобразования не исчерпываются преобразованиями вида, что рассмотрены в данном пункте. Более широкий класс преобразований рассмотрен в работе [2].

Замечание по терминологии. Во многих работах конформно-плоским пространством называют пространство, полученное из пространства Минковского просто с помощью конформного преобразования. После такого преобразования метрика отличается от метрики пространства Минковского, поэтому таким образом полученное пространство не является конформно-плоским пространством в нашей трактовке.

Отметим также, что описанная нами процедура введения ненулевого поля Вейля и инверсных конформных преобразований допускает обобщение, заключающееся в замене пространства Минковского на произвольное риманово (псевдориманово) пространство.

2. Стационарные решения и "гипотеза больших чисел" Дирака

Рассмотрим вопрос о свойствах того образования, которое описывается статическим сферически-симметричным решением уравнений КГД. Будем использовать термин частица, понимая под ним локализованную в пространстве область, внутри и вне которой поля $g_{\alpha\beta}(x)$, $A_\alpha(x)$ описываются ветвями общего статического сферически-симметричного решения уравнений КГД. Мы исходим из предположения о том, что решение регулярно по всему пространству, за исключением возникающей поверхности разрыва. Возможность существования такого типа решений связана с двумя факторами. Во-первых, с отсутствием связей на начальные данные при постановке задачи Коши для уравнений

КГД. Во-вторых, с возможностью достижения скоростью распространения возмущений в сплошной среде, описываемой геометродинамическим тензором энергии-импульса (1), скорости света. Более детальное рассмотрение этого вопроса см. в работе [13].

Согласно [13], имеются три типа общего решения статической сферически-симметричной задачи, каждый из которых описывается пятью константами интегрирования. Некоторые из констант могут быть положены равными нулю. В простейшем случае частица характеризуется только двумя константами: гравитационным радиусом (Gm/c^2) и радиусом Вселенной. Однако какой бы набор констант мы не взяли, мы получим решение, имеющее сингулярность при каком-то значении радиальной переменной z .

В области малых значений радиальной переменной разрывное решение близко к известному в ОТО решению де Ситтера, а в области больших значений радиальной переменной – решению Шварцшильда в пространстве, асимптотически совпадающем с пространством де Ситтера. При некотором значении радиальной переменной происходит сшивка этих двух ветвей решения. Радиус поверхности сшивки обозначим a . Конкретное значение a находится из дополнительных физических соображений (см. [13]), которые здесь мы анализировать не будем. Для нас важным будет лишь сам факт существования поверхности разрыва.

Константы (Gm/c^2) , (\hbar/H) могут быть интерпретированы следующим образом. При значении радиальной переменной z , равном (Gm/c^2) , стала бы сингулярной внешняя часть решения, если бы она была продолжена в область малых значений z . При значении радиальной переменной z , равном (\hbar/H) , стала бы сингулярной внутренняя часть решения, если бы она была продолжена в область больших значений z .

Если реализуется описанная ситуация, то существует конформное преобразование, меняющее места внутренней и внешней части решения при сохранении поверхности разрыва. Это преобразование относится к категории инверсных инвариантных преобразований. Длина a должна удовлетворять при этом правилу "золотого" сечения

$$a = \text{const} \sqrt{(Gm/c^2)(c/H)} = \text{const} \sqrt{\frac{Gm}{cH}}. \quad (13)$$

Константа const , появившаяся в выражении для a , представляет собой число, близкое к единице. Здесь мы не будем заниматься вычислением const . Заметим лишь, что ее значение связано с числом способов реализации поверхности разрыва и, по-видимому, различается для разных частиц. В отсутствие оговорок она будет полагаться равной единице.

Полученное значение длины a является радиусом поверхности разрыва для простейшей сферически-симметричной статической частицы. Однако частиц с ука-

занными свойствами в природе не существует. Все частицы с ненулевой массой обладают спином, электрическим зарядом и другими квантовыми числами и, конечно, не могут описываться рассмотренным сферически-симметричным статическим решением.

Пример 1. В нулевом приближении можно пренебречь наличием спина у электрона и отождествить радиус поверхности сшивки a с классическим радиусом электрона (e^2/mc^2) , т. е. предположить, что

$$\sqrt{\frac{Gm}{cH}} \approx \frac{e^2}{mc^2}. \quad (14)$$

Оказывается, полученное в результате сделанного отождествления равенство (14) есть не что иное, как соотношение "гипотезы больших чисел" Дирака. В самом деле, это соотношение записывается, как правило, в виде равенства двух больших чисел $N_1 \approx 10^{40}$ и $N_2 \approx 10^{40}$, где

$$N_1 = \frac{e^2}{Gm^2}; \quad N_2 = \frac{(c/H)}{(e^2/mc^2)}. \quad (15)$$

Первое число есть отношение кулоновской силы, действующей между двумя электронами, к ньютоновской силе их притяжения. Второе число есть величина радиуса Вселенной, выраженная в единицах классического радиуса электрона. Используя выражения (15) для N_1 и N_2 и приравняв N_1 и N_2 , сразу же приходим к приближенному соотношению (14).

Таким образом, "гипотезу больших чисел" Дирака можно рассматривать как одно из следствий уравнений КГД, обязанную своим существованием конформной симметрии Вселенной.

Пример 2. Более реалистичным является класс аксиально-симметричных (АСС) решений уравнений КГД. Хотя общих решений АСС задачи для уравнений КГД и не найдено, но можно почти с определенностью утверждать, что в простейшем случае АСС решение определяется двумя константами: гравитационным радиусом (Gm/c^2) и комптоновской длиной (\hbar/mc) .

Рассуждения, аналогичные проведенным для сферически симметричного случая, приводят к радиусу поверхности разрыва a , равному

$$a = \text{const} \sqrt{(Gm/c^2)(\hbar/mc)} = \text{const} \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}}. \quad (16)$$

Радиус a с точностью до константы совпадает с планковской длиной. Примечательно, что величина a не зависит от массы частицы. Другими словами, радиус поверхности сшивки двух ветвей АСС решения один и тот же у всех частиц со спином $\hbar/2$.

Таким образом, одним из следствий конформной геометродинамики, является хорошо известная в физи-

ке связь между гравитационным радиусом, комптоновской длиной и планковской длиной. Обычно она устанавливается просто из соображений размерности.

3. Невозмущенческий способ оценки отношения физических величин

Предположим, далее, что помимо геометрических величин физическая ситуация описывается неким физическим полем ϕ , которое каким-то возможно сложным образом, зависит от метрического тензора и вейлевского поля. Пусть полю ϕ соответствует некоторая физическая величина $\Phi(\phi)$.

Обозначим физические величины, соответствующие решениям Large и meso, через Φ_{Large} , Φ_{meso} . Поскольку в уравнениях КГД нет ни одной размерной константы, то все физические величины можно выразить через длину, т. е. размерность Φ есть некоторая степень длины. Поэтому сохраняющаяся величина Φ_{little} должна быть связана с Φ_{Large} , Φ_{meso} тем же соотношением, что справедливо для длин (радиусов)

$$(S_{\text{little}}\Phi_{\text{little}})(S_{\text{Large}}\Phi_{\text{Large}}) \sim (S_{\text{meso}}\Phi_{\text{meso}})^2. \quad (17)$$

Величины S_{little} , S_{meso} , S_{Large} имеют смысл, близкий к смыслу статистических весов (комбинаторных множителей), т. е. способов реализации состояний little, meso, Large соответственно. А величины, обратные к ним, имеют смысл вероятностей соответствующих состояний.

В применениях удобна такая форма соотношения между физическими величинами, когда все веса (или вероятности) комбинируются в единый приведенный "нормировочный" множитель. Тогда соотношение можно записать в виде

$$\Phi_{\text{little}} = \xi \frac{\Phi_{\text{meso}}^2}{\Phi_{\text{Large}}}. \quad (18)$$

Формула (18), которую будем называть соотношением Пушкина, является основой последующего изложения. В конкретных случаях точное нахождение ξ_{little} , ξ_{Large} , ξ_{meso} может быть достаточно сложно. По поводу методов нахождения множителей ξ_{little} , ξ_{Large} , ξ_{meso} Пушкин в своей книге [9] пишет, что их происхождение обусловлено тремя главными причинами:

- а) комбинаторикой перебора нумерации ортов;
- б) наличием отражательных симметрий разного типа, в том числе и просто инверсии одной или нескольких пространственных ортов;
- в) возможностью обмена временного орта на пространственный в одном сигнатурном секторе (например, $t \rightarrow ir$ и одновременно $r \rightarrow it$).

Учет таких симметрий есть простейший способ усреднений по пучку траекторий (решений) в тех случаях, когда сравнение двух систем решений идет по

"грубым" инвариантам, которые не различают их по этим признакам. Разумеется, первичным источником таких симметрий являются топологические и дифференциально-топологические свойства рассматриваемых многообразий. Арифметически процесс суммирования или усреднения по траекториям пучка проявляется, прежде всего, в простых комбинаторных множителях типа $\frac{1}{4!} = \frac{1}{24}$; $\frac{2}{3}$ и т. п., в алгебраических формулах, связывающих инварианты решений."

В порядке уточнения приведенной цитаты отметим, что весовой множитель ξ в (18) в некоторых случаях может принимать и очень большие и очень малые значения. Это может произойти, если группа симметрий состояний little, meso, Large имеет большой порядок. Такой случай реализовался, например, при рассмотрении в работе [14] вакуумных решений, соответствующих нижней орбите решетки E_8 ; весовой множитель в этом случае был близок к порядку группы Вейля алгебры E_8 , т. е. к числу $\sim 0,7 \cdot 10^9$.

Ясно, что все сказанное справедливо не только в отношении скалярного физического поля ϕ с определенным вейлевским весом k , но и физического поля любой природы, например биспинорного поля или калибровочного поля (типа поля Янга-Миллса). Единственное ограничение – физические поля должны быть геометрическими объектами пространства Вейля, в частности иметь определенный вейлевский вес.

Понимаемые так физические поля не следует, вообще говоря, отождествлять с метрикой $g_{\alpha\beta}$ и вейлевским вектором A_α . Физические поля (биспинорные, калибровочные и др.) задаются в пространстве Вейля, в котором имеется тензор $g_{\alpha\beta}$ и вектор A_α , явный вид которых находится в результате решения уравнений КГД. Физические поля подчиняются своей динамике, которая может быть связана очень сложным образом с динамикой полей $g_{\alpha\beta}$ и A_α . Практически для ее нахождения можно пользоваться феноменологическими приемами описания полей, наработанными теоретической физикой. Следует иметь в виду, что какое бы решение в терминах физических полей мы не рассматривали, одновременно с ним в каждой пространственно-временной области существует и какое-то определенное решение уравнений КГД.

Параллельное существование в каждой области пространства какого-то решения в терминах физических полей и какого-то решения уравнений КГД может приводить к возникновению соотношений между физическими величинами, если выполнены предположения, указанные в пункте 1.2.

Из изложенной выше процедуры получения формулы Пушкина следует, что рассматриваемый нами метод Пушкина применим только к состояниям, связанным инверсными конформными преобразованиями. Поиск состояний такого рода представляет собой само-

стоятельную задачу.

Мы провели поиск (далеко не полный) инверсно-конформных состояний. В результате поиска мы пришли к выводу, что рассматриваемый нами метод Пушкина можно пытаться применить к следующим процессам:

1. Процесс распада первого возбужденного уровня атома водорода, т. е. процесс перехода атома водорода из состояния $2p$ в состояние $1s$.

2. Процесс излучения атомом водорода радиолнии 21 см.

3. Процесс распада нейтрона в свободном состоянии.

Все три процесса принадлежат к одному классу, который характеризуется следующим.

А. Рассматриваемые состояния причинно связаны. То есть они относятся к процессам, происходящим с одним и тем же физическим объектом, причем по крайней мере одно из состояний должно быть квазистационарным (квазистабильным). Пушкин в книге [9] соотносит таким связанным или квазисвязанным состояниям решения в евклидовом секторе, имеющим сигнатуру $(++++)$. Процесс перехода из метастабильного

в стабильное состояние описывается решением с лоренцевой метрикой. Исходное и конечное состояния связаны в геометродинамике с помощью общего (не сферически симметричного) решения в сигнатурном секторе $(-+++)$. (В случае атома водорода оно является геометродинамическим представлением излучения фотона.) Решение в сигнатурном секторе $(-+++)$ является "инстантоном" по отношению к решениям в евклидовом секторе $(++++)$.

Б. Рассматриваемые процессы носят диссипативный характер, т. е. такой характер, при котором рассматриваемые процессы не могут быть естественным образом объяснены в рамках стандартных версий эффективных теорий. Заметим, что уравнения КГД учитывают диссипативные процессы без нарушения принципа причинности. За диссипативный процесс, в результате которого происходит переход из одного состояния

в другое, ответственны конформно-инвариантные взаимодействия.

В. Рассматриваемые состояния выделены с физической точки зрения. Выделенность (фундаментальность) состояний означает, что состояния относятся к простейшим элементарным частицам и ядрам и низшим их энергетическим уровням.

Далее мы рассматриваем каждый из перечисленных процессов и показываем, как найти соотношения между характеристиками этих процессов.

4. Нетривиальные примеры применения метода Пушкина

4.1. Ширина первого возбужденного уровня атома водорода

Рассмотрим атом водорода и зададимся вопросом, можно ли на основании соотношения (18) получить оценку радиационного времени жизни τ первого возбужденного уровня $2p$ атома водорода. В квантовой теории при получении подобной оценки рассматриваются основное состояние атома, его возбужденное состояние $2p$ и процесс перехода из возбужденного состояния в основное. В энергетическом представлении возбужденное состояние характеризуется энергией E_1 , отсчитываемой от основного состояния и равной энергии фотонов, излучаемых при переходе $2p \rightarrow 1s$. Времени жизни τ соответствует ширина уровня $\Delta E_1 = \frac{\hbar}{\tau_1}$. Ос-

новное состояние характеризуется энергией атома как целого, в системе покоя атома эта энергия есть $E_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$. Пушкин в книге [9] соотносит возбужденному и основному состояниям решения в евклидовом секторе, имеющим сигнатуру $(++++)$. Процесс перехода из метастабильного в стабильное состояние описывается решением с лоренцевой метрикой. Исходное и конечное состояния связаны в геометродинамике с помощью общего (не сферически-симметричного) решения в сигнатурном секторе $(-+++)$. (В случае атома водорода оно является геометродинамическим представлением излучения фотона.) Решение в сигнатурном секторе $(-+++)$ является "инстантоном" по отношению к решениям в евклидовом секторе $(++++)$.

Каждой из указанных выше характеристик E_0 , E_1 , ΔE_1 соответствуют тройственно связанные в соответствии с (18) решения КГД. Характеристики этой связи определяются неравенством

$$E_0 \gg E_1 \gg \Delta E_1. \quad (19)$$

Формула (18) в данном случае запишется в виде

$$\Delta E_1 = \frac{E_1^2}{E_0} \xi_s, \quad (20)$$

а время жизни уровня $2p$ дается формулой

$$\tau = \frac{\hbar E_0}{\xi_s E_1^2}. \quad (21)$$

При подстановке в правую часть известных значений \hbar , E_0 , E_1 получаем $\tau = \frac{5,93}{\xi_s} \cdot 10^{-9} s$, в то время как экспериментальное значение $\tau_y = 1,6 \cdot 10^{-9} s$ [15]. При $\xi_s = 4$ теоретическое значение $\tau = 1,48 \cdot 10^{-9} s$. По нашему мнению, основывающемуся на квантово-

механической интуиции, такому значению ξ_s соответствует $S_0 = 1$, $S_1 = 1$, $S_\Delta = 2$, однако настоящее определение ξ_s требует погружения в глубокие методы анализа уравнений геометродинамики, которые развивал Пушкин.

Среди трех состояний, фигурирующих в проведенном рассмотрении для атома водорода, одно относится к атому как целому. Закономерен вопрос: почему в оценках, связанных с уровнями электрона, появляется член $M_H c^2$, связанный с протоном? При ответе на вопрос такого рода следует иметь в виду, что обычно используемая факторизация волновой функции в виде произведения волновой функции ядра на волновую функцию электронов является не более чем предположением. В рамках КГД атом – это связанная система, для которой во всей области пространства-времени факторизации волновой функции нет; волновая функция в одной области пространства может быть представлена приближенно в виде произведения, а в другой – нет. Поэтому при рассмотрении свойств электронов, входящих в состав атома, вполне может оказаться уместным использование и $M_H c^2$.

Дополнительную пищу для размышлений дает анализ тройцы: водород, дейтерий, тритий. В приведенные выше формулы входит масса атома. На этом основании может показаться, что для дейтерия время жизни первого возбужденного состояния в 2 раза больше, чем у водорода, а у трития – в 3 раза больше. Известно, однако, что время жизни первого возбужденного уровня атомов водорода, дейтерия и трития совпадает. Кажущееся противоречие устраняется тем, что в случае дейтерия необходимо учитывать в левой части дополнительный множитель $2! = 2$, связанный с перестановкой протона и нейтрона. Для трития такой множитель равен (с учетом тождественности двух нейтронов) $3 = 3!/2!$.

4.2. Оценка времени излучения радиолинии водорода

Представим себе, что переход атома водорода из состояния $\uparrow\uparrow$ в состояние $\uparrow\downarrow$ происходит под действием микроволнового фонового излучения, которое является тепловым резервуаром ("баней") для электрона.

Оценку плотности энергии фонового излучения ε_γ сделаем, предполагая, что:

- 1) в 1 м^3 содержится 10^9 фотонов фонового излучения;
- 2) энергия каждого из фотонов по порядку величины составляет $\frac{1}{2} kT$.

Полагая $T = 2,73 \text{ К}$, получаем, что плотность энергии ε_γ равна

$$\varepsilon_\gamma = 1,88 \cdot 10^{-13} \text{ } \ddot{\text{y}}\ddot{\text{d}}\ddot{\text{a}}/\ddot{\text{n}}\ddot{\text{i}}^3. \quad (22)$$

Находить ширину уровня $\uparrow\uparrow$, которую обозначим

$\Delta E_{\uparrow\uparrow}$, будем по формуле Пушкина (18), которая в данном случае принимает вид

$$\Delta E_{\uparrow\uparrow} = ((\Delta E_{atom})/E_{electron}). \quad (23)$$

Здесь ΔE_{atom} – разность энергий фонового излучения, содержащихся в первоначальном и конечном состояниях; $E_{electron}$ – энергия фонового излучения, содержащаяся в объеме электрона.

Величина $E_{electron}$ может быть оценена следующим образом:

$$E_{electron} = (\hbar/m\ddot{\text{n}})^3 \varepsilon_\gamma. \quad (24)$$

Поскольку комптоновская длина для электрона $(\hbar/mc) = 3,8 \cdot 10^{-11} \text{ } \ddot{\text{n}}\ddot{\text{i}}$, то для $E_{electron}$ получим

$$E_{electron} = 1,03 \cdot 10^{-44} \text{ } \ddot{\text{y}}\ddot{\text{d}}\ddot{\text{a}}. \quad (25)$$

Величину ΔE_{atom} оценим как

$$\Delta E_{atom} = E'_{atom} - E''_{atom}, \quad (26)$$

где E'_{atom} , E''_{atom} – энергии фонового излучения, содержащиеся в первоначальном и конечном состояниях. Величины E'_{atom} , E''_{atom} равны

$$E'_{atom} = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \varepsilon_\gamma; \quad E''_{atom} = \frac{4}{3} \pi (r_0 - \Delta r_0)^3 \varepsilon_\gamma. \quad (27)$$

Здесь $r_0 = (\hbar^2/me^2) = 5,29 \cdot 10^{-9} \text{ } \ddot{\text{n}}\ddot{\text{i}}$ – радиус первой боровской орбиты. Что касается величины Δr_0 , то она имеет смысл уменьшения радиуса первой боровской орбиты при переходе, соответствующем излучению фотона с длиной волны $\lambda = 21,1 \text{ } \ddot{\text{n}}\ddot{\text{i}}$ (т. е. радиолинии водорода). Энергия излучаемого фотона $\hbar\omega$ находится по формуле

$$\hbar\omega = (2\pi\hbar\ddot{\text{n}}/\lambda) = 0,929 \cdot 10^{-17} \text{ } \ddot{\text{y}}\ddot{\text{d}}\ddot{\text{a}}.$$

Далее рассуждаем следующим образом: если энергии связи электрона на первой боровской орбите $E_1 = 13,6 \text{ } \ddot{\text{y}}\ddot{\text{A}} = 2,18 \cdot 10^{-11} \text{ } \ddot{\text{y}}\ddot{\text{d}}\ddot{\text{a}}$ соответствует радиус r_0 , то энергии связи $E_1 + \hbar\omega$ должен соответствовать радиус $r_0 - \Delta r_0$. Отсюда

$$r_0 - \Delta r_0 = r_0 \frac{E_1}{E_1 + \hbar\omega}.$$

Поскольку $\hbar\omega \ll E_1$, то получаем

$$\Delta r_0 = r_0 \frac{\hbar\omega}{E_1} = 2,25 \cdot 10^{-15} \text{ } \text{с}\ddot{\text{i}}. \quad (28)$$

Для величины ΔE_{atom} находим

$$\Delta E_{atom} = 4\pi r_0^2 (\Delta r_0) \varepsilon_\gamma = 1,49 \cdot 10^{-43} \text{ } \ddot{\text{y}}\ddot{\text{d}}\ddot{\text{a}}. \quad (29)$$

Подстановка найденных значений ΔE_{atom} и $E_{electron}$ в формулу для $\Delta E_{\uparrow\uparrow}$ дает следующее:

$$\Delta E_{\uparrow\uparrow} = \left((\Delta E_{atom})^2 / E_{electron} \right) = 2,16 \cdot 10^{-42} \text{ ýđă} .$$

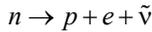
Зная ширину линии $\Delta E_{\uparrow\uparrow}$, находим среднее время жизни τ

$$\tau = (\hbar / \Delta E_{\uparrow\uparrow}) = 4,8 \cdot 10^{14} \text{ ħ} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ ăđă} . \quad (30)$$

Полученное значение для среднего времени жизни τ близко к тому значению $\tau \approx 10^7$ лет, которое получено из астрофизических соображений (см. [16]). Такой результат указывает как на справедливость физических представлений о роли фонового излучения, так и на справедливость формулы Пушкина для этого случая.

4.3. Оценка времени жизни нейтрона

За процесс распада свободного нейтрона по схеме



ответственны электрослабые взаимодействия. Реакция идет через образование промежуточного заряженного бозона, фотоны не могут принимать прямого участия в этом распаде.

Вместе с тем, в затравочной форме (до спонтанного нарушения симметрии) электрослабые взаимодействия могут быть сформулированы в конформно-инвариантной форме. Поэтому представляет интерес рассмотреть этот процесс методом Пушкина.

С процессом распада связаны две величины с размерностью энергии. Во-первых, величина

$$(\Delta M)c^2 = (M_n - M_p)c^2 = 1,29 \text{ Ĩ} \text{ ýĀ} = 2,06 \cdot 10^{-6} \text{ ýđă} .$$

Во-вторых, энергия фонового излучения E_{b-g} , содержащаяся в объеме нейтрона

$$E_{b-g} = \left(\frac{\hbar}{M_n c} \right) \varepsilon_\gamma = \left(2,08 \cdot 10^{-14} \text{ ĩ} \right) \left(1,88 \cdot 10^{-13} \frac{\text{ýđă}}{\text{ĩ}^3} \right) = 1,69 \cdot 10^{-54} \text{ ýđă} .$$

Ширину уровня ΔE находим по формуле Пушкина, которая в данном случае имеет вид

$$\Delta E = \sqrt{(\Delta M)c^2 E_{b-g}} = \sqrt{(2,06 \cdot 10^{-6} \text{ ýđă})(1,69 \cdot 10^{-54} \text{ ýđă})} = 1,87 \cdot 10^{-30} \text{ ýđă} .$$

Этой ширине уровня соответствует время жизни уровня T , равное

$$T = \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{(1,04 \cdot 10^{-27} \text{ ýđă} \cdot \text{ĩ})}{(1,87 \cdot 10^{-30} \text{ ýđă})} = 560 \text{ ĩ} .$$

Экспериментальные значения времени жизни ней-

трона равно (888 ± 10) с. Сравнение T с экспериментальным значением показывает, что метод Пушкина работает и в данном случае, но точность его, как и ожидалось, не высока. Это связано, по-видимому, с тем, что при распаде нейтрона фотоны фонового излучения играют вспомогательную роль – как механизм возмущения нейтрона в свободном состоянии, в результате которого нейтрон распадается.

4.4 Дополнение с выходом в биологию

В книге Пушкина [9] приведена иллюстрация цепочки процессов, для которой конформная геометродинамика дает средства для построения решений. Эта цепочка начинается с элементарных частиц и заканчивается глобальными космологическими структурами, т. е. начинается с самых малых масштабов, а заканчивается самыми большими. Симметрия конформной геометродинамики позволяет связывать инварианты решений не только ближайших, но и не ближайших соседей в этой цепочке. Поэтому, даже не имея в явном виде таких решений, можно задаться вопросом о связи отдаленных по масштабам величин. Фактически в разделе 2 мы уже рассматривали подобные задачи.

В такой постановке возникает естественный вопрос, каким будет средний масштаб, если в качестве большого масштаба взять размер Вселенной

$$L_H = cH^{-1} = 4300 \text{ Mpc} = 1,33 \cdot 10^{28} \text{ ĩ} ,$$

а в качестве малого масштаба – длину Планка

$$l_{pl} = \left(\frac{\hbar G}{c^3} \right)^{\frac{1}{2}} = 1,61 \cdot 10^{-33} \text{ ĩ} .$$

Тогда по формуле (18) с $\xi = 1$ получаем для среднего масштаба величину

$$l_c = \sqrt{L_H l_{pl}} = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ ĩ} . \quad (31)$$

Как это не удивительно, размеры клеток человека лежат именно в диапазоне 5–100 мкм. Более того, размеры сперматозоида и ядра женской яйцеклетки колеблются в диапазоне 50–60 мкм. Получается, что важнейшие для существования человечества, да и всего живого, объекты равноудалены от "опасных" самого большого и самого малого размеров.

Путешествие в биологию можно продолжить, но мы ограничимся только еще одним примером. Человек в основном состоит из воды. Возьмем в качестве малого размера диаметр молекулы воды

$$l_{H_2O} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ сĭ} ,$$

в качестве большого размера средний рост человека

$$L_{hb} = 160 \text{ ĩ} ,$$

тогда

$$l_c^1 = \sqrt{l_{H_2O} L_{hb}} = 22 \text{ ĩ} \text{ êĭ} .$$

Мелких клеток в теле больше, чем больших. Эта оценка объективно характеризует гармоничность (оптимальность) конструкции человеческого тела. При таком рассмотрении слон явно перетяжелен, а мышшь является слишком легкой.

Приведенные в данном разделе примеры, по сути, хорошо известны. Их интерпретация становится более наглядной, если записать формулу золотого сечения в логарифмической форме. Тогда, например, соотношение (31) примет вид

$$\ln l_c = \frac{1}{2} (\ln l_{pl} + \ln L_H),$$

т. е. на масштабной оси клетки живых организмов находятся ровно посередине между Вселенной и длиной Планка. Многие детали анализа жизни и человека в масштабе Вселенной в логарифмическом виде описаны в книге [17]. Конечно, тема масштабной гармонии является весьма древней, ей посвящено огромное количество исследований, о ней написано множество книг. Все искусство и архитектура немислимы без гармонии. Существуют различные подходы к ее описанию. Изложенный нами подход конструктивно связывает масштабную гармонию Мира с геометрией Вейля и ее конформной симметрией.

Заключение

В данной работе мы попытались представить отдельные аспекты подхода А. В. Пушкина к оценке фундаментальных физических постоянных и соотношений между физическими величинами. Подход Пушкина основывается на анализе (групповом, геометрическом, функциональном) конформной геометродинамики. Мы ограничились теми оценками, которые следуют непосредственно из симметрии решений уравнений КГД относительно конформных преобразований и дифференцируемых замен координат. При этом в стороне оставлены наиболее тонкие особенности метода, связанные с анализом симметрии конформной квантовой теории поля с тензором вакуумной поляризации, совпадающим с тензором энергии-импульса уравнений КГД. Согласно Пушкину, в этой квантовой теории поля действует группа симметрии, называемая группой "Монстр". Группа "Монстр" имеет достаточно "строительного материала" ($\approx 8,08 \cdot 10^{53}$ элементов) для проведения вычислений с точностью, соперничающей с точностью наиболее прецизионных экспериментов современной физики. Мы же ограничились оценками по порядку величины.

Данная работа основывается на нескольких нетривиальных строго доказанных фактах. К числу доказанных фактов относится наличие у стационарных решений уравнений КГД специфической симметрии, связанной с конформными инверсными преобразованиями. Эта симметрия приводит к возникновению связи между длинами, характеризующими положение сингулярностей внутренней и внешней частей решения. А

эта связь, в свою очередь, ведет к возникновению соотношения между физическими величинами, характеризующими каждую из указанных частей решения. Кроме того, в КГД имеется возможность самосогласованного описания процессов распада, т. е. возможность описания перехода между двумя (квази) связанными состояниями с помощью общего решения уравнений КГД. Это решение также приводит к появлению соотношения между физическими характеристиками процесса и состояний, имеющего вид обобщенного золотого сечения.

В данной работе с использованием приведенных фактов и некоторых предположений рассмотрены два общеизвестных ("гипотеза больших чисел" и связь между гравитационным радиусом, длиной Планка и комптоновской длиной) и три нетривиальных примера использования соотношения Пушкина (18) между физическими величинами. Эти примеры, конечно, не исчерпывают всех возможных соотношений "золотого сечения". Для нас в данной работе важно было продемонстрировать, что за соотношением Пушкина (18) стоят определенные физические модели КГД, что эти соотношения не являются просто результатом подбора или угадывания. Приведенные в работе примеры, как мы надеемся, выполнили эту задачу.

Говоря о значимости соотношений между физическими величинами, следующих из конформно-инверсной симметрии, по-видимому, можно отметить два аспекта.

- В некоторых случаях эти соотношения могут позволить получить количественную оценку физической величины. Подобно тому, как это было сделано для времени жизни первого возбужденного состояния атома водорода: если бы мы это время не знали, мы могли бы его оценить.

- Безразмерные соотношения между физическими величинами могут служить подсказками для расшифровки скрытого смысла взаимосвязей между явлениями и процессами. На этот аспект обращается внимание во многих работах (см., например, [18–22]). Например, стандартная модель электрослабых взаимодействий не может рассматриваться как фундаментальная теория этих взаимодействий, поскольку в эту модель входят феноменологические параметры, не выведенные из нее самой. И в совершенствовании этой модели, и в развитии теории более высокого уровня безразмерные соотношения между физическими величинами, как нам представляется, могут быть востребованы.

Список литературы

1. Pushkin A. V. Monstrous Moonshine' and Physics. Proceedings of the Second International A. D. Sakharov Conference on Physics. World Scientific, 1996. С. 316–319.
2. Горбатенко М. В., Пушкин А. В. О соответствии между тензорами и биспинорами. Часть VI. (Природа фонового излучения). // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2004.

Вып. 3. С. 3–9.

3. Горбатенко М. В., Пушкин А. В. Динамика пространства линейной аффинной связности и конформно-инвариантное расширение уравнений Эйнштейна // Там же. 1984. Вып. 2/2. С. 40–46.

4. Горбатенко М. В., Пушкин А. В. Термодинамический анализ уравнений геометродинамики, основанной на геометрии Вейля // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 1992. Вып. 2. С. 17–21.

5. Gorbatenko M. V., Pushkin A. V., Schmidt H.-J. On a relation between the Bach equation and the equation of geometrodynamics // *General Relativity and Gravitation*. 2002. Vol. 34, N 1. P. 9–22.

6. Gorbatenko M. V., Pushkin A. V. Conformally Invariant Generalization of Einstein Equation and the Causality Principle // *General Relativity and Gravitation*. 2002. Vol. 34, N 2. P. 175–188.

7. Gorbatenko M. V., Pushkin A. V. Addendum. Conformally Invariant Generalization of Einstein Equation and the Causality Principle // *General Relativity and Gravitation*. 2002. Vol. 34, N 7. P. 1131–1133.

8. Пушкин А. В. О построении системы аксиально-симметричных стационарных решений уравнений геометродинамики. Часть I // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2001. Вып. 3. С. 53–69.

9. Пушкин А. В. Геометродинамика. Программа разработки алгоритмов построения аналитических решений уравнений, описывающих двумерные и трехмерные движения сплошных сред. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2005.

10. Canuto V., Adams P. J., Hsieh S.-H., Tsiang E. Scale-covariant theory of gravitation and astrophysical applications // *Phys. Rev. D*. 1977. Vol. 16, N 6. P. 1643–1663.

11. Fairchild E. Gauge theory of gravitation. // *Phys. Rev. D* 14. 384 (1976).

12. Brans C., Dicke R. H. // *Phys. Rev.* 1961. Vol. 124. P. 925.

13. Gorbatenko M. V. // *Advances in Mathematics Research*. Vol. 6. Editors: Oyibo, Gabriel. Nova Science Publishers, Inc. 2005.

14. Gorbatenko M. V., Pushkin A. V. // *GRG*. 2005. Vol. 37, N 10. P. 1705–1718.

15. Бете Г., Солпитер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М.: ГИФМЛ, 1960.

16. Сороченко Р. Л. Радиолиния водорода 21 см // *Физика космоса. Маленькая энциклопедия*. М.: Советская энциклопедия, 1986.

17. Сухонос С. И., Третьяков Н. П. Человек в масштабе Вселенной. М.: Новый центр, 2004.

18. Марков М. А. Избранные труды. Том 1. М.: Наука, 2000. Том 2. М.: Наука, 2001.

19. Okun L. B. Fundamental Constants of Nature // *arXiv:hep-ph/9612249*.

20. Shemi-zadeh V. E. Coincidence of large numbers, exact value of cosmological parameters and their analytical representation // *arXiv:gr-qr/0206084*.

21. Варшалович Д. А., Иванчик А. В., Потехин А. Ю. Фундаментальные физические константы: одинаковы ли их значения в различных областях пространства-времени? // *Журнал технической физики*. 1999. Т. 69. Вып. 9. С. 1–5.

22. Saibal Ray, Utpal Mukhopadhyay, Partha Pratim Ghosh. Large Number Hypothesis. // *arXiv:0705.1836 [gr-qc]*.

Статья поступила в редакцию 11.12.2007.