

ОСОБЕННОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕЙТРОНОВ ВБЛИЗИ ГРАНИЦ

Н. Б. Бабичев, А. А. Севастьянов

ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", 607188, г. Саров Нижегородской обл.

Получены аналитические формулы для расчета градиентов собственных функций односкоростного интегрального уравнения для нейтронов вблизи границ раздела оптически толстых систем из веществ с разными ядерно-физическими свойствами. Из них следует, что на границах градиенты собственных функций характеризуются логарифмическими расходящимися. Аналогичные расходящиеся имеют место и в случае действия ступенчатых источников нейтронов ($Q = \text{const}$ в определенной пространственной зоне и $Q = 0$ вне ее) в оптически тонких системах.

Введение

Логарифмическую расходящуюся производной от нейтронной плотности $\left. \frac{dn}{dx} \right|_{x \rightarrow +0} \rightarrow -\infty$ на плоской гра-

нице $x = 0$ полубесконечного пространства $x \geq 0$ с однородным инертным веществом обнаружили Плачек, Зейдель и Марк (см. [1, 2, 3]) в 1947 году при решении задачи Милна. Такой же результат

$\left(\left. \frac{1}{n(x=0)} \frac{dn(x=0)}{dx} \right| = \infty \right)$ в 1948 году получил Н. А.

Дмитриев, решив стационарную задачу о поведении собственных функций вблизи границы $x = 0$ раздела двух полубесконечных однородных сред с разными ядерно-физическими характеристиками. Использованное Н. А. Дмитриевым стационарное приближение применимо далеко не всегда. Например, если хотя бы одна из оптически толстых сред размножает нейтроны, то их число не может быть постоянным и эволюция собственной функции (СФ) во времени подчиняется экспоненциальному закону

$$n(t, x) = e^{\lambda t} n(x). \quad (1)$$

Этот закон далее будем называть квазистационарным*.

Ниже определены соответствующие решения квазистационарной (при $\lambda = 0$ стационарной) задачи о поведении СФ вблизи границы раздела двух оптически толстых пластин, а также полубесконечных пространств с разными веществами. Эти решения получены (см. первый раздел) путем анализа однородного квазистационарного уравнения Пайерлса (см. [4, 5])

$$n(\vec{r}) = \int \frac{d\vec{r}'}{4\pi S^2} \beta(\vec{r}') n(\vec{r}') \times$$

$$\times \exp \left\{ - \int_{S_{\min}}^S dS' \left[\frac{\lambda}{V} + \alpha(\vec{r}') \right] [S'(\vec{r}', \vec{r})] \right\}. \quad (2)$$

Кроме этого на основе неоднородного ($Q \neq 0$) стационарного интегрального уравнения

$$n(\vec{r}) V = \int \frac{d\vec{r}'}{4\pi S^2} [\beta(\vec{r}') n(\vec{r}') V + Q(\vec{r}')] \times$$

$$\times \exp \left\{ - \int_{S_{\min}}^S dS' \alpha(\vec{r}') [S'(\vec{r}', \vec{r})] \right\}, \quad (3)$$

где $S = |\vec{S}|$, в данной работе (см. раздел 2) изучен вопрос о поведении нейтронной плотности вблизи поверхностей Σ , на которых источник нейтронов Q претерпевает скачки ΔQ так, что $\left. \frac{dQ}{d\vec{r}} \right|_{\Sigma} = \infty$. Вектор

$\vec{S} = \vec{r} - \vec{r}'$ направлен вдоль вектора \vec{V} скорости полета нейтрона; $Q(\vec{r}')$ – внешний источник нейтронов (количество нейтронов, испущенных источником в точке \vec{r}' за единицу времени в единичный объем); $\alpha = n_{\text{я}} (\sigma_s + \sigma_f + \sigma_c)$ и $\beta = h \alpha$ – параметры Пайерлса;

$h = \frac{v\sigma_f + \sigma_s}{\sigma_s + \sigma_f + \sigma_c}$ – активность среды**; $\sigma_s, \sigma_f, \sigma_c$ – элементарные сечения рассеяния, деления и поглощения

* Если речь идет о размножающих (активных) средах, то собственное значение (СЗ) λ положительно.

** В случае инертной среды $h = 1$, а для размножающей и поглощающей нейтроны сред активность h соответственно больше единицы и меньше единицы.

ния; ν – среднее число вторичных нейтронов, возникающих в одном акте деления; n_n – плотность ядер.

1. Зависимость градиента нейтронной плотности от координат в приграничных зонах оптически толстых систем

В подразделе 1.1 дан подробный вывод формул, а в подразделе 1.2 аналогичные математические выкладки опущены и представлены лишь итоговые результаты.

1.1. Поведение собственной функции вблизи поверхности оптически толстого однородного шара

В случае шара уравнение Пайерлса (2) внутри шара ($r \leq R$) можно свести к следующему безразмерному виду:

$$f(u) = \frac{\beta R}{2} \Psi(u); \quad (4)$$

$$u = \frac{r}{R} \leq 1; \quad f(u) = u n(u); \quad \Psi(u) = \Psi_+(u) + \Psi_-(u); \quad (5)$$

$$\Psi_{\pm}(u) = \pm \int_0^1 dz f(z) Ei(-\gamma|z \pm u|). \quad (6)$$

$Ei(-ax) = - \int_{x>0}^{\infty} \frac{dt}{t} e^{-at}$ – интегральная показательная функция.

Здесь и ниже использовано следующее обозначение:

$$\gamma = \left(\alpha + \frac{\lambda}{V} \right) R, \quad (7)$$

где R – характерный размер системы (в данном случае это радиус шара).

Требуется определить производную $\frac{df(u)}{du}$ вблизи границы $u=1$. Найдем сначала $\frac{d\Psi_-}{du}$ с учетом того, что

$$\frac{d}{dx} Ei(-\alpha x) = \frac{e^{-\alpha x}}{x}. \quad (8)$$

Выполнив дифференцирование под знаком интеграла, имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_-}{du} &= - \int_0^u \frac{dz f(z)}{u-z} e^{-\gamma(u-z)} + \\ &+ \int_u^1 \frac{dz f(z)}{z-u} e^{-\gamma(z-u)} \equiv J_1 + J_2. \end{aligned} \quad (9)$$

В первом интеграле перейдем к переменной $t = u - z$, а во втором – к $t = z - u$.

$$J_2 = \int_0^{1-u} \frac{dt}{t} f(u+t) e^{-\gamma t}.$$

Так как решается задача об оптически толстом шаре ($\gamma \gg 1$), то из-за затухающей экспоненты вклад в интеграл будут давать лишь малые по величине $t \sim \frac{1}{\gamma} \ll 1$, т. е. $1-u \ll 1$ и $u \approx 1$. Поэтому

$$J_2 \approx f(1) \int_0^{1-u} \frac{dt}{t} e^{-\gamma t};$$

$$J_1 = - \int_0^u \frac{dt}{t} f(u-t) e^{-\gamma t} =$$

$$= - \int_0^{1-u} \frac{dt}{t} f(u-t) e^{-\gamma t} - \int_{1-u}^u \frac{dt}{t} f(u-t) e^{-\gamma t} \approx$$

$$\approx -f(1) \int_0^{1-u} \frac{dt}{t} e^{-\gamma t} - f(1) \int_{1-u}^u \frac{dt}{t} e^{-\gamma t};$$

$$\frac{d\Psi_-}{du} \approx -f(1) \int_{1-u}^u \frac{dt}{t} e^{-\gamma t} \approx$$

$$\approx -f(1) \int_{1-u}^{\infty} \frac{dt}{t} e^{-\gamma t} = f(1) Ei[-\gamma(1-u)].$$

При $u \rightarrow 1$ производная $\frac{d\Psi_+}{du} = \int_0^1 \frac{dz}{z+u} \times f(z) e^{-\gamma(z+u)}$ конечна и $\left(\frac{d\Psi}{du} \right)_{u \rightarrow 1} \approx f(1) \times Ei[-\gamma(1-u)] \approx f(1) \ln[\gamma(1-u)] \rightarrow -\infty$. Поэтому

$$\left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \right)_{r \rightarrow R-0} \approx \frac{\beta}{2} \ln \left[\left(\alpha + \frac{\lambda}{V} \right) (R-r) \right]. \quad (10)$$

Здесь и далее используется следующее обозначение:

$$\left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \right)_{r \rightarrow R \pm 0} \equiv \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\frac{1}{n(R \pm \varepsilon)} \frac{dn(R \pm \varepsilon)}{dr} \right].$$

Если оптическую толщину шара устремить к бесконечности, то $\gamma \rightarrow \infty$ и $\lambda \rightarrow \lambda_{\infty}$

$$\lambda_{\infty} = (\beta - \alpha) V. \quad (11)$$

В таком случае справедлива формула

$$\left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \right)_{r \rightarrow R-0} = \frac{\beta}{2} \ln[\beta(R-r)] \rightarrow -\infty. \quad (12)$$

1.2. Логарифмическая производная от нейтронной

плотности $\frac{1}{n(x)} \frac{dn(x)}{dx}$ около плоской границы

Рассмотрим плоскую систему рис. 1 из бесконечных в двух измерениях оптически толстых слоев.

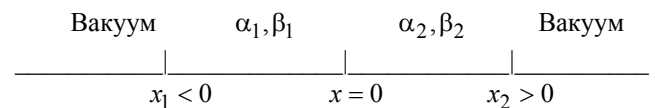


Рис. 1. Схема одномерной системы из двух пластин (разрез вдоль оси OX)

Величины α_i, β_i в пределах слоев считаем постоянными.

В случае конечных по размерам систем справедливы следующие формулы:

$$\left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx}\right)_{x \rightarrow -0} \approx \frac{1}{2} \left[\beta_1 - \frac{\alpha_1 + \frac{\lambda}{V}}{\alpha_2 + \frac{\lambda}{V}} \beta_2 \right] \ln \left| \left(\alpha_1 + \frac{\lambda}{V} \right) x \right|; \quad (13)$$

$$\left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx}\right)_{x \rightarrow +0} \approx -\frac{1}{2} \left[\beta_2 - \frac{\alpha_2 + \frac{\lambda}{V}}{\alpha_1 + \frac{\lambda}{V}} \beta_1 \right] \ln \left| \left(\alpha_2 + \frac{\lambda}{V} \right) x \right|. \quad (14)$$

Если параметры β_1 и β_2 одинаковы ($\beta_2 = \beta_1 = \beta$), то

$$\left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx}\right)_{x \rightarrow -0} \approx \frac{\alpha_1}{2} \left(h_1 - \frac{1 + \Lambda_1}{1 + \Lambda_2} h_2 \right) \ln \left| \alpha_1 (1 + \Lambda_1) x \right|; \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx}\right)_{x \rightarrow +0} &\approx -\frac{\alpha_2}{2} \times \\ &\times \left(h_2 - \frac{1 + \Lambda_2}{1 + \Lambda_1} h_1 \right) \ln \left| \alpha_2 (1 + \Lambda_2) x \right|. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь

$$h_i = \frac{\beta}{\alpha_i}; \quad \Lambda_i = \frac{\lambda}{\alpha_i V}. \quad (17)$$

Пусть теперь $x_1 \rightarrow -\infty$ и $x_2 \rightarrow +\infty$. В этом случае величина λ определяется тем бесконечным полупространством, для которого разность параметров Пайерлса $\beta - \alpha$ имеет наибольшее значение. Например, в случае двух активных сред из делящихся веществ λ определяется средой с наибольшей надкритичностью. Для определенности предположим, что $\beta_2 - \alpha_2$ больше, чем $\beta_1 - \alpha_1$. Тогда $\lambda = \lambda_{\infty 2} = (\beta_2 - \alpha_2) V$ и вместо формул (13), (14) с учетом того, что $h_i = \frac{\beta_i}{\alpha_i}$, получим

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx}\right)_{x \rightarrow -0} &= \\ &= \frac{1}{2} [\alpha_1 (h_1 - 1) - \alpha_2 (h_2 - 1)] \ln \left| [\alpha_1 + \alpha_2 (h_2 - 1)] x \right|, \quad (18) \\ \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx}\right)_{x \rightarrow +0} &= \\ &= -\frac{\alpha_2 h_2}{2} \left[1 - \frac{h_1}{1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} (h_2 - 1)} \right] \ln (h_2 \alpha_2 |x|). \quad (19) \end{aligned}$$

В противоположном случае ($\beta_1 - \alpha_1 > \beta_2 - \alpha_2$) имеем

$$\left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx}\right)_{x \rightarrow -0} = \frac{\alpha_1 h_1}{2} \left[1 - \frac{h_2}{1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} (h_1 - 1)} \right] \ln (h_1 \alpha_1 |x|); \quad (20)$$

$$\left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx}\right)_{x \rightarrow +0} =$$

$$= -\frac{1}{2} [\alpha_2 (h_2 - 1) - \alpha_1 (h_1 - 1)] \ln \left| [\alpha_2 + \alpha_1 (h_1 - 1)] x \right|. \quad (21)$$

Из приведенных формул видно, что логарифмическая расходимость исчезает, если оба полупространства заполнены инертными веществами ($h_1 = h_2 = 1$) с произвольными пробегами нейтронов.

Если $\alpha_1 = \alpha$, $\beta_1 = \beta$, $\alpha_2 = \beta_2 = 0$ (правое полупространство пустое), то формулы (20), (21) упрощаются следующим образом:

$$\left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx}\right)_{x \rightarrow -0} = \frac{\beta}{2} \ln |\beta x|, \quad (22)$$

$$\left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx}\right)_{x \rightarrow +0} = \frac{\beta - \alpha}{2} \ln |(\beta - \alpha) x|. \quad (23)$$

Выражение (22) и справедливое для шара с бесконечной оптической толщиной выражение (12) согласуются между собой. Данный результат вполне естествен. Можно показать, что формулы для логарифмических производных не зависят от кривизны произвольных поверхностей раздела сред*.

2. Оптически тонкие стационарные системы с источниками

В подразделах 2.1 и 2.2 рассматриваются соответственно оптически тонкие сферические и плоские системы.

2.1. Сферически-симметричные системы

В подразделе 2.1.1 исследован случай предельно тонких сферических систем, в которых можно пренебречь взаимодействием нейтронов с веществом. В этом случае пренебрегается первым членом $\beta(\vec{r}') n(\vec{r}') V$ в квадратных скобках интегрального уравнения (3) по сравнению со вторым $Q(\vec{r}')$.

В подразделе 2.1.2 для оптически тонкого шара получены формулы линейные по параметру малости $\frac{\beta \cdot n(\vec{r}') \cdot V}{Q} \ll 1$.

2.1.1. Нейтронные поля, создаваемые стационарными сферически-симметричными источниками нейтронов

В данном подразделе вывод представленных аналитических формул опущен.

* Сказанное справедливо для достаточно гладких поверхностей раздела.

2.1.1.1. Шарообразный источник нейтронов. Пусть постоянный источник нейтронов действует в пределах шара с радиусом R

$$q = \frac{Q}{V} = \text{const при } r \leq R, q = 0, \text{ если } r > R. \quad (24)$$

Введем относительный безразмерный радиус точки наблюдения

$$x = \frac{r}{R}. \quad (25)$$

Для нейтронной плотности в произвольной точке $x \in [0, \infty)$ справедлива формула

$$n(x) = qR\varphi(x), \quad (26)$$

где

$$\varphi(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{x^2 - 1}{2x} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| \right]. \quad (27)$$

Областью определения $\varphi(x)$ является диапазон изменения аргумента $x \in [0, \infty)$, внутри которого она непрерывна. $\varphi(x)$ – убывающая функция. Точка с абсциссой $x=0$ является точкой максимума функции, в которой она достигает своего наибольшего значения $\varphi(0) = \varphi_{\max} = 1$. При $x \rightarrow 0$: $\varphi(x) \rightarrow 1 - \frac{x^2}{3}$. При

$$x \rightarrow 1: \varphi(x) \rightarrow \frac{1}{2}. \quad \varphi(x \rightarrow \infty) \rightarrow \frac{1}{3x^2} \rightarrow 0.$$

При $x \rightarrow 1$ первая производная от функции характеризуется логарифмической расходимостью

$$\frac{d\varphi(x \rightarrow 1)}{dx} \rightarrow \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| \rightarrow -\infty.$$

Вторая производная в точке $x=1$ тоже расходится:

$$\frac{d^2\varphi(x \rightarrow 1)}{dx^2} \rightarrow \frac{1}{x-1}.$$

Поэтому обратная функция $x = X(\varphi)$ при значении своего аргумента $\varphi = \frac{1}{2}$ имеет точку перегиба.

При $x \rightarrow 1$ высшие производные от логарифмической производной функции расходятся по следующему закону:

$$\frac{d^m}{dx^m} \left[\frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{dx} \right]_{x \rightarrow 1} \rightarrow (-1)^{m-1} \frac{(m-1)!}{(x-1)^m}.$$

На границе шара логарифмическая производная от нейтронной плотности расходится в соответствии с выражениями

$$\left[\frac{1}{n(r)} \frac{dn(r)}{dr} \right]_{r \rightarrow R-0} \rightarrow \frac{1}{R} \ln \left(\frac{R-r}{2R} \right); \quad (28)$$

$$\left[\frac{1}{n(r)} \frac{dn(r)}{dr} \right]_{r \rightarrow R+0} \rightarrow \frac{1}{R} \ln \left(\frac{r-R}{2R} \right). \quad (29)$$

2.1.1.2. Однородный источник в сферическом слое. В этом случае $q(r) = q = \text{const}$ внутри слоя ($R_1 \leq r \leq R_2$) и $q = 0$ за его пределами.

Искомое решение имеет следующий вид:

$$n(x) = q [R_2 \varphi(x_2) - R_1 \varphi(x_1)]; \quad (30)$$

$$x_i = \frac{r}{R_i}, \quad i = 1, 2. \quad (31)$$

Отсюда следует, что все производные от нейтронной плотности (30) на границах слоя $r = R_2$ и $r = R_1$ обращаются в бесконечность.

2.1.1.3. Система сферически-симметричных источников. Пусть система содержит в себе k областей. В этом случае для нейтронной плотности справедлива следующая формула:

$$n(x) = \sum_{m=1}^k q_m \times \left[R_{2m} \varphi \left(x_{2m} = \frac{r}{R_{2m}} \right) - R_{1m} \varphi \left(x_{1m} = \frac{r}{R_{1m}} \right) \right]. \quad (32)$$

Здесь R_{1m} и R_{2m} – соответственно внутренний и наружный радиусы m -й области, q_m – постоянный источник нейтронов, действующий в m -й области. Пусть R_{2k} – наибольший среди R_{2m} радиус. Обозначим его через R и вынесем R за скобки в формуле (32). Тогда

$$n(x) = R \sum_{m=1}^k q_m \times \left[y_{2m} \varphi \left(x_{2m} = \frac{r}{R_{2m}} \right) - y_{1m} \varphi \left(x_{1m} = \frac{r}{R_{1m}} \right) \right]; \quad (33)$$

$y_{1m} = \frac{R_{1m}}{R}$, $y_{2m} = \frac{R_{2m}}{R}$ – относительные внутренние и внешние радиусы границ источников q_m .

Очевидно, что на всех границах раздела областей производная от нейтронной плотности обращается в бесконечность.

На рис. 2 представлена зависимость (см. сплошную кривую), нормированной на единицу в центре функции $n(x)$ для случая, когда источник постоянной мощности q действует в ядре с относительным радиусом $y_{21} = \frac{1}{3}$ ($y_{11} = 0$) и в оболочке ($y_{12} = \frac{2}{3}$, $y_{22} = 1$).

В рассмотренном случае справедливо равенство $n(x) = n_n(x) + n_{об}(x)$.

Рис. 3 иллюстрирует расходимость производной $\frac{1}{n(x)} \frac{dn(x)}{dx}$ на каждой из границ.

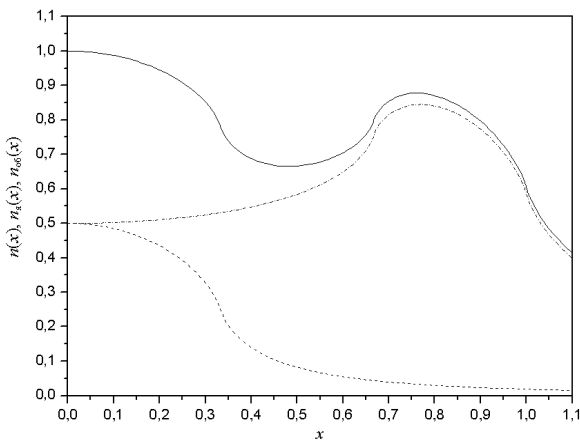


Рис. 2. Пространственная зависимость нейтронной плотности $n(x)$ в случае оболочечно-ядерного источника (сплошная кривая), а также источников в ядре $n_{я}(x)$ (пунктир) и в оболочке $n_{об}(x)$ (штрихпунктир)

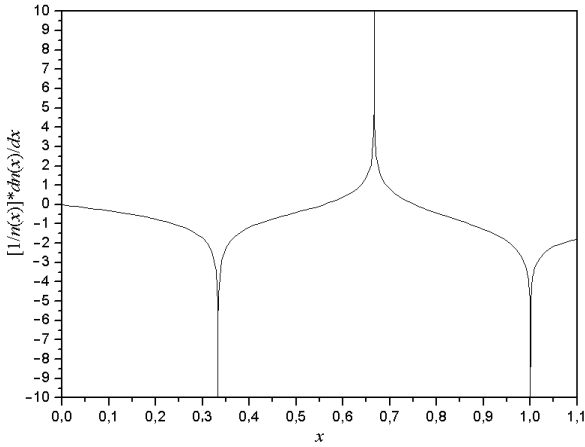


Рис. 3. Пространственная зависимость логарифмической производной от нейтронной плотности $\frac{1}{n(x)} \frac{dn(x)}{dx}$

2.1.2. Нейтронная кинетика оптически тонкого шара при действии постоянного объемного источника

В отличие от подраздела 2.1.1.1, где оптическая толщина принималась равной нулю ($p = \alpha R = 0$), теперь примем условие

$$p = \alpha R \ll 1. \quad (34)$$

В линейном приближении по оптической толщине шара были получены следующие соотношения:

$$n_{in}(x \leq 1) \approx q(1 + A_0 p h) \varphi(x) - \frac{p q}{6} (3 - x^2); \quad (35)$$

$$n_{ex}(x > 1) \approx q(1 + A_0 p h) \varphi(x) - \frac{p q}{3} \left[1 - \frac{2(x^2 - 1)}{x} (x - \sqrt{x^2 - 1}) \right]. \quad (36)$$

Выше буквами $n_{in}(x)$ и $n_{ex}(x)$ обозначены зависимости нейтронных плотностей соответственно внутри шара и за его пределами от безразмерной координаты $x = \frac{r}{R}$

$$n_{in}(x=0) \approx q \left[1 + \frac{p}{3} (3A_0 h - 1) \right]; \quad (37)$$

$$n_{in}(x=1) = n_{ex}(x=1) \approx \frac{q}{2} \left[1 + \frac{p}{3} (3A_0 h - 2) \right]; \quad (38)$$

$$n_{ex}(x \rightarrow \infty) \rightarrow 0. \quad (39)$$

где $A_0 = \frac{7}{8}$ – константа.

Выпишем формулы для логарифмической производной от нейтронной плотности вблизи границы шара $x=1$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{n_{in}} \frac{dn_{in}}{dx} \right)_{x \rightarrow 1} &= \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} \right)_{x \rightarrow 1+0} \approx \\ &\approx \frac{1 + A_0 p h}{1 + \frac{p}{3} (3A_0 h - 2)} \ln \left(\frac{1-x}{1+x} \right); \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{n_{ex}} \frac{dn_{ex}}{dx} \right)_{x \rightarrow 1} &= \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} \right)_{x \rightarrow 1+0} \approx \\ &\approx \frac{1 + A_0 p h}{1 + \frac{p}{3} (3A_0 h - 2)} \ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right); \end{aligned} \quad (41)$$

$$n(x) = \begin{cases} n_{in}(x) & \text{при } x \leq 1; \\ n_{ex}(x) & \text{при } x > 1. \end{cases} \quad (42)$$

2.2. Излучение оптически тонкого плоского слоя с постоянным объемным источником нейтронов

Пусть бесконечная вдоль осей OY и OZ однородная пластина толщиной $\Delta = x_2 - x_1$ локализована в интервале $x_1 \leq x \leq x_2$ и имеет малую оптическую толщину $p = \alpha \Delta \ll 1$. Внутри пластины действует постоянный объемный источник нейтронов q , а вне пластины пространство пустое.

В этом случае линейные по оптической толщине $p = \alpha \Delta$ решения уравнения Пайерлса внутри пластины и в вакууме имеют следующий вид.

$$n(x) = \begin{cases} n_{in}(x) & \text{при } x_1 \leq x \leq x_2; \\ n_{ex}(x) & \text{при } x < x_1 \text{ и } x > x_2. \end{cases} \quad (43)$$

Обратим внимание, что аргументы x в двух похожих формулах (42) и (43) имеют разный смысл: в (42) x – это безразмерный относительный радиус точки наблюдения, а в (43) буквой x обозначено измеряемое, к примеру, в сантиметрах расстояние от начала координат до точки наблюдения

$$\begin{aligned} n_{in}(x) &\approx \frac{q(x_2 - x)}{2} \{ 1 - C - \ell n[\alpha(x_2 - x)] \} + \\ &+ \frac{q(x - x_1)}{2} \{ 1 - C - \ell n[\alpha(x - x_1)] \}, \end{aligned} \quad (44)$$

где $x_1 \leq x \leq x_2$, $C = 0,577216$ – постоянная Эйлера – Маскерони.

В пустом пространстве нейтронная плотность постоянна

$$n_{ex}(x) \approx \frac{q\Delta}{2} [1 - C - \ln(\alpha\Delta)] = \text{const}. \quad (45)$$

Очевидно, что производная от функции $n_{in}(x)$ (44) в точках $x = x_1$ и $x = x_2$ логарифмически расходится, а $\frac{dn_{ex}(x)}{dx} \rightarrow 0$ при $x \rightarrow x_1$, $x \rightarrow x_2$.

Подведение итогов

Показано, что на границах раздела квазистационарных (при $\lambda = 0$ стационарных) оптически толстых систем из различных веществ градиент нейтронной плотности характеризуется логарифмической расходимостью.

Расходимость такого же типа имеет место и в точках разрыва ступенчатых источников нейтронов, действующих в оптически тонких стационарных системах.

Практическая ценность полученных аналитических результатов заключается в том, что с их помощью можно осуществить верификацию ряда математических методов численного решения кинетического уравнения для нейтронов.

Список литературы

1. Placzek G., Seidel W. // Phys. Rev. 1947. Vol. 72. P. 550.
2. Placzek G. // Phys. Rev. 1947. Vol. 72. P. 556.
3. Mark C. // Phys. Rev. 1947. Vol. 72. P. 558.
4. Ахиезер А., Померанчук И. Некоторые вопросы теории ядра. Л.: Оборонгиз, 1950.
5. Дэвисон Б. Теория переноса нейтронов. М.: Изд-во Главного управления по использованию атомной энергии при Совете Министров СССР, 1960.

Статья поступила в редакцию 03.06.2008.