ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ ФОРМИРОВАНИЯ ЧАСТИЦ В СИСТЕМАХ С ДВУХФАЗНОЙ ДИСПЕРСНОЙ СРЕДОЙ. РАСЧЕТЫ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТА "МОНТАНА"

А. М. Петров

ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", 607188, г. Саров Нижегородской обл.

Ранее были разработаны численные и теоретические модели кинетики формирования капель и ледяных частиц в смешанных облаках. Наряду с кинетическими уравнениями модель использует уравнения массового и теплового баланса, принимает во внимание разницу в скоростях конденсации пара над водой и льдом, использует реальные скорости конденсационного и коагуляционного роста, учитывает процессы спонтанного промерзания капель, описывает динамику фазового перехода.

На основе разработанной численной модели проведены расчеты для процессов формирования осадков в условиях эксперимента, проведенного в штате Монтана.

Введение

Для многих видов дисперсных систем задача о формировании смешанных частиц, находящихся в двух фазовых состояниях (твердом и жидком), имеет важное практическое значение. Особенно она актуальна для изучения динамики формирования и выпадения атмосферных осадков [1-3]. При отрицательных температурах в облачных системах могут одновременно присутствовать все фазовые состояния воды: твердое (лед, град, снежинки), жидкое (капли) и газообразное (пар). Процессы развития фаз и их взаимных переходов определяются конденсацией (испарением) пара, промерзанием капель и таянием твердых частиц, коагуляцией. При отрицательных температурах (вплоть до -40 °C) капли воды могут находиться в метастабильном состоянии, причем попадание ледяных частиц или пылинок (иммерсионных ядер) на поверхность или в объем капли резко стимулирует процесс ее замерзания. При этом времена существования частиц, состоящих одновременно из твердой и жидкой фазы, малы по сравнению с характерными временами конденсации и коагуляции [4-7]. Фактически можно считать, что жидкие капли мгновенно промерзают при их столкновениях с твердыми частицами и двухфазная дисперсная среда состоит из смеси жидких капель и твердых частиц, представляя собой двухкомпонентную систему [4-6]. Появление иммерсионных ядер в каплях происходит в результате парных столкновений и коагуляции. При охлаждении ниже - (15÷20) °С существенный вклад в процесс зарождения ледяных частиц может внести

спонтанное промерзание капель [8, 9]. Кроме того, в реальных облачных процессах значительный рост ледяных частиц может происходить за счет так называемого механизма Вегенера – Бержерона – Финдайзена [1], который обеспечивает передачу пара от водяных капель к ледяным частицам за счет разности давлений насыщенного пара для этих фаз. Этот механизм носит также название "перегонка" в терминах работ [1, 10].

В работах [4-6] нами разработаны теоретические и численные модели кинетики формирования капель и ледяных частиц в смешанных облаках, учитывающие описанную выше совокупность процессов. Для совместного численного моделирования процессов конденсации и коагуляции использован метод расщепления по физическим процессам. Метод расщепления откалиброван на полученных в работах [4, 5] аналитических решениях кинетических уравнений. Модель кинетики конденсации построена на основе уравнений роста отдельных облачных частиц, уравнений массового и теплового баланса. Для кинетики коагуляции использована модель, разработанная в работах [11, 12]. В этих моделях используются реальные скорости конденсационного и коагуляционного роста водяных капель и ледяных частиц, описание "перегонки" обеспечивается учетом разности давлений насыщенного пара для этих фаз. В уравнениях учитываются процессы спонтанного промерзания капель [8].

В данной работе на основе описанной выше модели выполнено моделирование процессов формирования осадков в условиях эксперимента, проведенного в штате Монтана 19.07.1981 [13, 14].

Результаты расчетов кинетики формирования осадков для эксперимента "Монтана"

Экспериментальные данные

Эксперимент был проведен 19.07.1981 в штате Монтана, США. Измеряемое изолированное кучевое облако, характерное для летнего периода данной местности, имело диаметр 6–8 км и примерно к 16:30 местного времени достигло максимума своего развития, после чего оно дало осадки в основном в виде снега и ледяной крупы. Облако характеризуется значительным перепадом высот, температур и давлений. Скорость подъема воздуха в облаке достигала 10 м/с. В эксперименте участвовали 1 планер, 4 самолета и 3 радара. Результаты измерений приведены в работах [13, 14].

Данные зондировки и однородность эквивалентной потенциальной температуры по измерениям планера указывают на применимость лагранжевых расчетов на стадии подъема облака без учета вовлечения окружающего воздуха. Более того, динамика водности говорит в пользу адиабатического характера подъема лагранжевых объемов (термиков). Анализ данных по скоростям подъема воздуха внутри облака показал определенную согласованность разных измерений и позволил построить картину распределения ветра по времени и высоте. На основе этих данных нами были построены 10 гипотетических линий подъема термиков в облаке. Наиболее информативными являются термики, которые условно обозначены нами М4 и М9, и для которых проведены расчеты кинетики формирования осадков.

Термик М4 будем считать «стартовавшим» с высоты основания облака 3900 м в момент времени в 16:20:00. В 16:27:00 он достиг высоты 6900 м. Практически весь путь его сопровождал планер. Исходные данные для лагранжевых расчетов могут быть заданы двояким образом: расчетный способ позволяет по начальным данным в основании облака через решение системы дифференциальных уравнений для равновесного адиабатического (с учетом тепловыделения фазовых переходов) подъема найти зависимость давления (или плотности воздуха) от высоты и времени; эмпирический способ основан на типичной зондировке и позволяет найти зависимость давления в термике, полагая его равным внешнему. В обоих вариантах существует возможность дополнительного контроля температуры, получаемой в расчетах. Расчеты по равновесной методике проводились как для варианта выделения теплоты конденсации, так и для полной сублимации. В рассматриваемом диапазоне температур от 0 до -20 °C существенны оба процесса. Нами получено, что измерения планера лежат в вилке возможных значений.

Термик М9 "стартовал" с высоты 3900 м в момент времени в 16:33:30. В 16:35:30 на высоте 4500 м его пересек самолет Aerocommander. Далее на высотах 5300, 5600, 6000 и 6100 м он последовательно пересекался самолетом Air King в моменты времени соответственно: 16:40; 16:42; 16:48 и 16:50. На высоте 4500 м его пересек самолет Aerocommander. Далее на высотах 5300, 5600, 6000 и 6100 м он последовательно пересекался самолетом Air King.

Отдельным вопросом является задание исходного спектра аэрозолей в основании облака. Один подход заключается в задании континентального спектра аэрозолей в качестве начального, но неясно, с какой общей концентрацией. В работах [13, 14] таких данных нет. Другой подход состоит в задании известного спектра облачных капель (ОК) на высоте 4300 м в соответствии с измерениями Aerocommander. По крайней мере, этот вариант может быть применен для термика М9, который проходил вблизи. Третий вариант заключается в задании известных спектров ОК и ледяных частиц (ЛЧ) по измерениям Aerocommander на высоте 4500 м. Два последних подхода обладают своим недостатком. Дело в том, что для проходов Aercommander на высотах 4,3 и 4,5 км имеется по 4 варианта экспериментальных спектров ОК, которые отличаются друг от друга. Можно принять, что для приближенных лагранжевых расчетов целесообразно использовать усредненный спектр ОК. Однако суммирование концентрации ОК показало, что имеется существенное (до нескольких раз!) отличие между: измеренной интегральной, просуммированной по спектрам ОК и измеренными планером концентрациями ОК. Кроме того, суммирование водности по спектрам дает различие с измерением интегральной водности.

В табл. 1, 2 приведены спектры ОК и ЛЧ. Для сведения там же приведены рассчитанные величины водности, концентрации и усредненные спектры, при этом первый символ А означает самолет, второй – номер прохода, третий – порядковый номер измерения в данном проходе, символ G обозначает спектр ледяной крупы «graupel». 1-й проход соответствует высоте 4,3 км, 2-й – 4,5 км, 3-й – 4,6 км.

По нашему мнению, нормированные на 100 % спектры ОК и ЛЧ более точны, чем их абсолютные величины. При задании расчетов для получения правильных результатов необходимо согласовать исходные данные. Например, при выбранной форме спектра, варьируемым параметром является концентрация ОК, которую необходимо подстраивать под значение водности. В этом случае значение концентрации ОК на высоте 4300 м составляет ~ 10^3 см⁻³, что согласуется с измерениями с помощью планера.

Постановка и результаты расчетов

Измерения показывают, что на высоте 4,5 км при температуре $-2,3^{\circ}$ С наблюдаются частицы ледяной фазы. При этих температурах спонтанное промерзание капель для рекомендованных в работе [8] значений параметров модели несущественно. Значимые количества ЛЧ появились бы только на высотах более 7 км. Повидимому, на высотах ~ 4,5 км в ходе эксперимента наблюдались ледяные кристаллы, образовавшиеся на больших высотах в более ранние моменты времени и выпавшие затем из верхних слоев.

Измерения спектров ЛЧ на самолете Aerocommander (концентрация [см⁻³] в интервале значений диаметра *D* [мкм])

Проход 2	< 100	100-300	300-1000	> 1000	Проход 3	< 100	100-300	300-1000	> 1000
AG2-1	1	1	2	1	AG3-1	0.5	2	2	1
AG2-2	1	2	2	1	AG3-2	0	1	2	2
AG2-3	2	15	11	3	AG3-3	1	7	4	3
AG2-4	1	7	3	1	AG3-4	0	4	4	5
AG2-5	0	1	2	1	AG3-5	1	2	2	1
AG2-6	1	4	1	0	AG3-6	0	0	1	0,5
AG2-7	0	1	1	0	AG3-7	-		-	_
<ag2> %</ag2>	9	47	33	11	<ag3> %</ag3>	5	35	33	27

Таблица 2

Измерения спектров ОК на самолете Aerocommander (концентрация [см⁻³] в интервале значений диаметра *D* [мкм])

Интервал	0–3,6	3,6–7,0	7–10,2	10,.2–13,3	13,3–16	16–20	20–24,6	Сумма	Водность	< D >
Средний D	1,8	5,3	8,6	11,75	14,65	18	22,3			
A1-1	40	60	82	57	9	2	0	250		7,7
A1-2	19	32	46	25	3	1	0	126		7,6
A1-3	40	60	126	70	13	3	0	312	0,14	8,2
A1-4	20	32	60	38	7	1	0	158	0,071	8,3
<a1> %</a1>	14,2	22	37	22,35	3,65	0,8	0	300	0,128	8,0
A2-1	0	37	55	53	26	4	2	177		
A2-2	30	41	44	38	13	2	0	168		
A2-3	23	33	50	73	27	4	1	211		9,5
A2-4	1	2	1	0	0	0	0	4		
A2-5	24	41	54	37	9	0	0	165		
A2-6	7	11	11	10	4	0	0	43		
<a2> %</a2>	10,84	21,44	28,43	27,39	10,16	1,34	0,40	180	0,106	8,8

Термик М9. Отметим, что экспериментальные данные для термика М9 приведены в табл. 2 до радиусов капель менее 20 мкм только потому, что концентрации более крупных капель слишком малы и результаты их измерения статистически не обоснованны. А именно крупные капли замерзают при охлаждении облака в первую очередь. При этом крупные ЛЧ получаются за счет промерзания больших капель, а не за счет перегонки между ОК и ЛЧ. В пользу наличия дополнительного "хвоста" спектра говорит и тот факт, что существует различие между водностью, просуммированной по спектрам капель, и измеренной интегральной водностью. Очевидно, что "недостающая" часть водности приходится на более крупные капли, измерить значения концентраций которых в ходе эксперимента не удалось. Отметим, что наличие крупных капель в реальном спектре весьма вероятно. Например, для получения крупных капель мы продолжали спектр в область больших размеров с использованием следующей функции распределения капель по размерам [15]

$$\Phi(r) = A/(r_0 + r)^k$$
; $k \sim 10, r_0 \sim 10 < r >$

где < r > - средний размер капель в спектре, A = const.Спектр продолжался в область больших размеров вплоть до значений радиуса капель ~ 300 мкм.

В табл. З приведена зависимость температуры от высоты, полученная в результате расчетов ($T_{\text{расч}}$), а также значения температуры для этих высот, полученные по равновесной методике для конденсации $T_{\text{конд}}$ и сублимации $T_{\text{субл}}$ (напомним, что экспериментальные значения температуры лежат между $T_{\text{конд}}$ и $T_{\text{субл}}$).

Таблица 3

Поведение температуры с изменением высоты

Высота, км	5,3	5,6	6,0	6,1
<i>Т</i> _{субл} , °С	-6,25	-7,95	-10,31	-10,92
$T_{\text{конд}}, ^{\circ}\text{C}$	-7,05	-8,91	-11,47	-12,12
$T_{\text{pacy}},^{\circ}\text{C}$	-7	-8,7	-11,1	-11,7

Отметим, что расчетные значения температуры, как и экспериментально измеренные на планере, попадают в "вилку" между значениями, полученными по равновесной методике. Таким образом, результаты наших расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными. В табл. 4 приведены экспериментальные и расчетные значения водности.

Таблица 4

Поведение водности с изменением высоты

Высота, км	5,3	5,6	6,0	6,1
Водность, г/м ³ (расч.)	1,1	1,4	0,8	0,5
Водность, г/м ³ (эксп.)	0,34	0,04	0,06	0,04

Нами было также проведено сравнение результатов с расчетами эксперимента "Монтана" по эмпирическим моделям, разработанным в работе [16]. Сравнение проводилось по водности, ледности и концентрациям ледяных кристаллов (значения, полученные по моделям [16], обозначены "мод").

В табл. 5 приведены экспериментальные и расчетные значения концентраций ледяных кристаллов.

Таблица 5

Поведение концентраций ледяных кристаллов с изменением высоты

Высота, км	5,3	5,6	6,0	6,1
$N_{\rm pacy}, \pi^{-1}$	0	0	0,04	0,05
$N_{ m эксп}, \pi^{-1}$	29,3	-	63,8	45,3
N _{мод} , л ⁻¹	0,013	0,016	0,05	0,084

В наших расчетах ледяные кристаллы получаются в незначительных количествах на больших высотах. При этом размер кристаллов превышает 1 мм. Отметим неплохое совпадение результатов расчетов с результатами расчетов по моделям [16] на больших высотах.

В табл. 6 представлены данные по водности и ледности.

Таблица 6

Поведение водности и ледности с изменением высоты

Высота, км	5,3	5,6	6,0	6,1
Водность, г/м ³	1,1	1,4	0,8	0,5
Ледность, г/м ³	0	0	0,8	1,1
Водность-мод, г/м ³	1,2	1,2	1,1	1,1
Ледность-мод, г/м ³	1	1,07	1,06	1,05

Отметим неплохое совпадение значений водности и ледности, полученных в ходе расчетов по нашей методике, и результатов расчетов по моделям [16].

Термик М4. Начальный экспериментальный спектр капель здесь неизвестен. Для расчетного нахождения спектра нами был использован следующий прием: по методике AERFORM [12] рассчитывался процесс конденсации на спектре Юнге с данными из табл. 5 для термика М4. Полного совпадения добиться не удалось, однако удается согласовать значения счетной концентрации капель. Неплохое совпадение получено для начального спектра, приведенного в табл. 7.

Таблица 7

Начальный спектр ОК для термика М4 на высоте 3,9 км

< r>, MKM	0,026	0,08	0,26	0,8	1,3	2,1	4,1	6,5	11,3
<i>N</i> , 1/m ³	$4 10^8$	$3,4 10^8$	$5,6\ 10^7$	$1,7 10^{6}$	$4,2 10^3$	$1,4\ 10^3$	10^{3}	300	100

В табл. 8 приведены значения температуры с изменением высоты, полученные в результате расчетов, и значения температуры для этих высот, полученные по равновесной методике для конденсации $T_{\text{конд}}$ и сублимации $T_{\text{субл}}$.

Таблица 8

Поведение температуры с изменением высоты

Высота, км	4,5	5,3	6,1	6,9
T _{расч} , °С	-2,3	-7	-11,9	-17,2
<i>Т</i> _{конд} , °С	-2,34	-7,05	-12,12	-17,6
<i>Т</i> _{субл} , °С	-1,98	-6,25	-10,92	-16,1

В табл. 9 приведено поведение расчетной и экспериментально измеренной концентраций водяных капель с изменением высоты.

Таблица 9

Поведение с изменением высоты концентрации водяных капель

Высота, км	4,5	5,3	6,1	6,9
$N_{\rm pacu}, {\rm cm}^{-3}$	740	648	558	464
$N_{ m эксп}, { m cm}^{-3}$	750	650	600	580

В табл. 10 приведены расчетные и экспериментальные значения водности.

Таблица 10

Поведение водности с изменением высоты

Высота, км	4,5	5,3	6,1	6,9
Водность, г/м ³	0,73	1,8	2	2,4
Водность, г/м ³ (эксп.)	0,8	1,5	2	2,4

Расчеты с заданием ЛОЯК

Появление ЛЧ может быть обусловлено сублимацией пара на ЛОЯК (принятое сокращение в зарубежной литературе – ICN). При этом формирование ЛЧ будет происходить за счет конденсационного роста ЛЧ на ядрах ЛОЯК и коагуляции ОК с ЛЧ. Важную роль играет также процесс "перегонки" между ОК и ЛЧ. В этой постановке основной является задача определения концентрации ЛОЯК на высотах 4,3-4,5 км при температуре $T \approx -2$ °C. Отметим, что в данных условиях в атмосфере присутствует достаточно большое число необводненных частиц Айткена (до 10⁸-10⁹ м⁻³), однако далеко не все они являются сублимирующими ядрами (активируются). Ряд зависимостей, дающих значения концентраций ЛОЯК в зависимости от температуры и пересыщения, приведен в работе [3]. Однако рассчитанные по этим формулам концентрации ЛОЯК при указанных температурах и имеющихся в облаке пересыщениях незначительны и не превышают 10³ м⁻³, в то время как по нашим расчетам хорошее совпадение с экспериментальными данными получено для гораздо больших (на несколько порядков) начальных концентраций ЛОЯК. В той же работе [3] указывается на ряд аномалий в поведении концентраций ЛОЯК - так называемые IN-storms, которые характеризуются внезапным увеличением концентраций ЛОЯК в течение дня (или меньшего периода) на несколько порядков по сравнению с типичными значениями. В ряде работ [17, 18] показано, что небольшие частицы пыльцы и микроорганизмы могут действовать как контактные ядра промерзания при относительно небольшом охлаждении до -4 °С. Наконец, в работе [19] показано, что приведенные в [3] зависимости противоречат экспериментальным данным и не могут быть рекомендованными для оценки количества ЛОЯК. Таким образом, видно, что для процесса активации ЛОЯК еще нет единого выработанного подхода. В целом этот процесс еще недостаточно изучен и должен являться объектом отдельного исследования. Мы сочли возможным варьировать начальную концентрацию ЛОЯК, несколько завысив ее по сравнению с данными работы [3]. Хорошее совпадение с экспериментальными данными получается, если брать в качестве ЛОЯК частицы Айткена (см., например, [20]) с концентрацией $N_0 = 10^6 \text{ м}^{-3}$. Такое количество ЛОЯК могло появиться, например, как результат IN-storms; не исключено также, что повышенная их концентрация связана с таким химическим составом ядер в эксперименте, который стимулирует сублимацию пара на ядрах.

В табл. 11, 12 показаны результаты расчетов для термиков М4, М9 с заданием ЛОЯК и их сравнение с имеющимися экспериментальными данными. Там же приведены результаты расчетов по модели [16], которые обозначены "мод".

Таблица 11

Высота, км	5,3	5,6	6,0	6,1
N лч расч, л ⁻¹	440	520	174	68
N лч эксп, л ⁻¹	29,3	-	63,8	45,3
$N_{\rm OK pacy}$, см ⁻³	648	574	284	207
$N_{\rm OK \ MOZ}$, см ⁻³	680	430	116	112
Ледность, г/м ³ (расч.)	0,03	0,01	0,9	1,2
Ледность, г/м ³ (мод.)	1	1,07	1,06	1,05
Водность, г/м ³ (расч.)	1,3	1,4	0,9	0,7
Водность, г/м ³ (мод.)	1,2	1,2	1,1	1,1
Водность, г/м ³ (эксп.)	0,34	0,04	0,06	0,04

Сравнение экспериментальных и расчетных данных для термика М9

Таблица 12

Сравнение экспериментальных и расчетных данных для термика М4

Высота, км	4,5	5,3	6,1	6,9
Ледность, г/м ³ (расч.)	0,0046	0,01	0,034	0,087
Ледность, г/м ³ (мод.)	0,006	0,08	0,37	0,8
N лч _{расч} , π^{-1}	135	330	390	428
<i>N</i> лч мод, л ⁻¹	0,3	3,5	61	200
Водность, г/м ³ (расч.)	0,73	1,8	2	2,4
Водность, г/м ³ (мод.)	0,88	1,27	1,55	1,48
$N_{\rm OK pac4}$, см ⁻³	740	650	560	460
$N_{\rm OK \ mod}, {\rm cm}^{-3}$	422	237	220	199

Поведение с изменением высоты расчетных и экспериментальных водности, а также ледности и средних радиусов ОК и ЛЧ для термика М9 представлено на рис. 1 и 2. Как видно из рис. 1, начиная с высоты

~5,6 км, происходит уменьшение водности и быстрый рост ледности. Это обусловлено тем, что, начиная с высоты ~5,5 км, скорость подъема термика в атмосфере уменьшилась почти в 3 раза, поэтому увеличивается время его подъема. В такой ситуации усиливается влияние процессов коагуляции и становится более заметным «промерзание» ОК за счет их коагуляции с ЛЧ. Кроме того, наши расчеты показали, что на высотах ~5,8 км. очень активно идет процесс «перегонки». Медленный рост среднего размера ОК (см. рис. 2) при этом в основном обусловлен конденсационным ростом крупных ОК и их коагуляцией между собой.



Рис. 1. Поведение водности и ледности с изменением высоты в термике М9



Рис. 2. Поведение средних радиусов ОК и ЛЧ с изменением высоты в термике М9

Поведение с изменением высоты расчетных и экспериментальных водности, а также ледности и средних радиусов ОК и ЛЧ для термика М4 представлено на рис. 3 и 4. Видно, что такого резкого уменьшения водности и быстрого роста ледности, как для термика М9, не происходит. Дело в том, что скорость подъема термика М4 с изменением высоты увеличивается и «промерзания» ОК за счет их коагуляции с ЛЧ практически не происходит из-за малого времени коагуляции.



Рис. 3. Поведение водности и ледности с изменением высоты в термике М4



Рис. 4. Поведение средних радиусов ОК и ЛЧ с изменением высоты в термике М4

На рис. 5, 6 приведены расчетные и экспериментальные спектры для обоих термиков на высоте 4,5 км.

Отметим, что все результаты расчетов неплохо совпадают как с экспериментальными результатами, так и с расчетами по моделям [16], воспроизводя не только общую картину процессов, но и обнаруживая количественное согласие. Наилучшее совпадение получено для термика М4. По-видимому, это связано с тем, что в этом случае экспериментальные данные хорошо подходят для сравнения с лагранжевыми расчетами, поскольку измерения проводились на планере, который фактически сопровождал термик М4 вдоль всей траектории. Следует также отметить, что использование единых констант для расчетов по термикам М4 и М9 позволяет получить результаты, со-

гласующиеся как с экспериментальными данными, так и с расчетами по другим моделям.



Рис. 5. Сравнение расчетных и экспериментальных спектров ОК для термика M4 на высоте 4,5 км



Рис. 6. Сравнение расчетных и экспериментальных спектров ОК для термика М9 на высоте 4,5 км

Заключение

Для иллюстрации работоспособности, разработанной в работах [4-6] численной модели, выполнено моделирование процессов формирования осадков в эксперименте, проведенном в штате Монтана 19.07.1981. Проанализированы экспериментальные данные [13, 14], на основе чего выполнена постановка расчетов для формирования частиц в поднимающихся лагранжевых термиках, составляющих облачную систему. Расчеты проведены двумя способами: путем задания определенных концентраций ЛОЯК в облаке, а также путем использования модели спонтанного промерзания капель [8]. Полученные результаты не только воспроизводят общую картину процессов, но и, в ряде случаев, обнаруживают полное количественное совпадение как с экспериментальными данными, так и с результатами расчетов по другим моделям.

Материал этой статьи является частью будущей кандидатской диссертации автора. Автор благодарит своего научного руководителя д-ра физ.-мат наук, профессора В. Н. Пискунова за постановку задач, постоянную поддержку и помощь в работе. Автор благодарит также д-ра физ.-мат. наук А. И. Голубева за создание математической программы, в которой реализована построенная численная модель, и за постоянный интерес к этой работе. Автор выражает благодарность К. Г. Гайнуллину за помощь при постановке расчетов для эксперимента "Монтана" и сотрудника СПбАЭП М. А. Затевахина за предоставление результатов расчетов по моделям работы [16] для сравнения.

Список литературы

 Мейсон Б. Дж. Физика облаков. Л.: Гидрометеоиздат, 1961.

2. Rogers R. R. A short course in cloud physics. Oxford: Pergamon Press, 1978.

3. Pruppacher H. R. and Klett J. D. Microphysics of cloud and precipitation. Dordrecht: Kluwer Academic Press, 1997.

4. Петров А. М. Теоретические и численные модели кинетики формирования частиц в системах с двухфазной дисперсной средой // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2007. Вып. 2–3. С. 41–48.

5. Piskunov V. N., Petrov A. M. Condensation / coagulation kinetics for mixture of liquid and solid particles: analytical solutions // J. Aerosol Sci. 2002. Vol 33. P. 647–657.

6. Piskunov V. N., Petrov A. M, Golubev A. I. Modeling particle formation kinetics in mixed-phase clouds // J. Aerosol Sci. 2003. Vol. 34. P. 1555–1580.

7. Качурин Л. Г., Морачевский В. Г. Кинетика фазовых переходов воды в атмосфере. Л.: ЛГУ, 1965.

8. Shiino J. A numerical study of precipitation development in cumulus clouds // Papers in Meteorology and Geophysics. 1978. Vol. 29, N 4. P. 157–194.

9. Cotton T. L. Numerical simulation of precipitation development in supercooled cumuli. Part II // Mon. Wea. Rev. 1972. Vol. 100, P. 764–784.

10. Bell K., Ford I. J. Criteria for broadening size distribution due to cooling and freezing of a water aerosol // J. Aerosol Sci. 2000. Vol. 31. Suppl. 1. P. 799–S800.

11. Piskunov V. N. Coagulation kinetics of composite particles // J. Aerosol Sci. 1997. Vol. 28, N 1. P. 647–648.

12. Golubev A. I., Piskunov V. N., Ismailova N. A. "AERFORM" code for numerical simulation of aerosol formation kinetics // J. Aerosol Sci. 1999. Vol. 30, N 1, P. 231.

13. Dye J. E., Jones J. J., Winn W. P., Cerni T. A., Gardiner B., Lamb D., Pitter R.L., Hallet, J., Saunders, C.P.R. Early Electrification and Precipitation Development in a Small, Isolated Montana Cumulonimbus // J. of Geophys. Res.1986. Vol. 91, N D1. P. 1231–1237.

14. Gardiner B., Lamb D., Pitter R. L. and Hallet J. Measurements of Initial Potential Gradient and Particle Charges in a Montana Summer Thunderstorm // J. Geophys. Res. 1985. Vol. 90, N D4. P. 6079–6086.

15. Волощук В. М., Седунов Ю. С. Процессы коагуляции в дисперсных системах. Л.: Гидрометеоиздат, 1975.

16. Кароль И. Л., Затевахин М. А., Ожигина Н. А. и др. Численная модель динамических, микрофизических и фотохимических процессов в конвективном облаке // Изв. РАН, ФАО. 2000. Т. 36, № 6. С. 1–16.

17. Vali G., Christensen M., Fresh R. W., Galyan E. L., Maki L. R., Schnell R. C. Biogenic ice nuclei. Part 2: Bacterial sources // J. of Atm. Sci. 1976. P. 1565–1570.

18. Levin, Z., Yankofsky S. A. Contact versus immersion freezing of freely suspended droplets by bacterial ice nuclei // J. Clim. Appl. Met. 1983. Vol. 22. P. 1964–1966.

19. Gorbunov B., Baklanov A., Kakutkina N., Windsor H. L., Toumi R. Ice nucleation on soot particles // J. Aerosol Sci. 2001. Vol. 32. Suppl 2. P. 199–215.

20. Пискунов В. Н. Теоретические модели кинетики формирования аэрозолей. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2000.

Статья поступила в редакцию 24.09.2008.