

КОНВЕРСИОННАЯ МОДЕЛЬ РЭЛЕЙ-ТЕЙЛОРОВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

М. Д. Камчибеков

ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ", 607188, г. Саров Нижегородской обл.

Предложена модель для описания развития Р–Т неустойчивости как для одиночной моды, так и для фронтов Р–Т пузырей и струй. Результаты расчетов сравниваются как с имеющимися данными, полученными на установке LEM, так и с современными моделями для описания этих данных.

Введение

Рэлей-Тейлоровская (Р–Т) неустойчивость возникает на границе раздела тяжелой и легкой жидкостей в поле тяжести, когда тяжелая жидкость располагается сверху [1]. Известно, что на линейной стадии роста Р–Т неустойчивости начальное малое гармоническое возмущение поверхности раздела вида $\eta_0(x) = a_0 \cos(kx)$ с длиной волны λ , связанной с волновым числом k соотношением $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, растет экспоненциально со временем по закону [2]

$$\eta \sim \exp(\sqrt{gkAt}), \quad (1)$$

где g – ускорение силы тяжести; $A = \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1 + \rho_0}$ – число Атвуда; ρ_1 – плотность тяжелой жидкости; ρ_0 – плотность легкой жидкости; t – время.

При больших амплитудах возмущений легкая жидкость проникает в тяжелую в виде пузырей с постоянной скоростью, тогда как тяжелая жидкость проникает в легкую в виде струй. Для малых перепадов плотностей жидкостей $\left(\frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1} \ll 1\right)$ течение является симметричным по отношению к проникновению пузырей и струй. Эта симметрия нарушается при больших числах Атвуда, когда струи движутся быстрее пузырей, в пределе приближаясь к свободному падению ($h_0 \sim gt^2$) при $A=1$.

При наличии малых начальных возмущений в виде спектра гармоник результирующее течение является хаотическим и проходит различные стадии процессов взаимодействия между пузырями (струями) различных размеров. Такие взаимодействия гармоник могут включать слияние двух пузырей с образованием большей

структуры, или формированием более длинноволновых гармоник из начальных (см., например, [3, 4]).

Усилия исследователей, занимающихся проблемами неустойчивостей Рэлей–Тейлора (Р–Т) [1] и Рихтмайера–Мешкова (Р–М) [5, 6], а также их проявлениями в различных практических приложениях, в частности в проблемах термоядерного синтеза с инерциальным удержанием плазмы [7] и в астрофизических проблемах при взрывах сверхновых [8] и др., в последнее время были направлены в основном на изучение динамики фронтов пузырей и струй, образующихся в течение развития Р–Т неустойчивости, при наличии сложного спектра начальных возмущений с малыми амплитудами [3, 4, 9–11]. Значительные успехи в этом направлении были достигнуты в результате экспериментальных исследований [9, 11–18] и численного моделирования развития Р–Т и Р–М неустойчивостей [4, 19–23].

Результаты численных исследований [4, 10] указывали на то, что в случае Р–Т неустойчивости фронты пузырей и струй асимптотически (на больших временах) движутся ускоренно по закону

$$h_i \sim \alpha_i Agt^2, \quad (2)$$

где $i=0$ соответствует движению струй тяжелой жидкости в легкой, $i=1$ соответствует движению пузырей легкой жидкости в тяжелой, так что h_0 – смещение фронта струй от равновесной границы раздела (амплитуда фронта струй), h_1 – смещение фронта пузырей от равновесной границы раздела (амплитуда фронта пузырей), α_i – параметры.

Согласно ранее проведенным двумерным численным расчетам, $\alpha_1 = 0,04 \div 0,05$ [4, 10], тогда как в экспериментах [9–11] было получено $\alpha_1 = 0,05 \div 0,07$. Недавние эксперименты [14–16, 24], проведенные на установке LEM (Linear Electric Motor) для диапазона отношений плотностей $\rho_1/\rho_0 = 1,3 \div 50$, дали $\alpha_1 = 0,05 \pm 0,005$

для пузырей и $\alpha_0 = \alpha_1(\rho_1/\rho_0)^{D_\alpha}$ с $D_\alpha = 0,34 \pm 0,05$ для струй.

В случае P–M неустойчивости было обнаружено [16–21], что фронты пузырей и струй меняются со временем по степенному закону

$$h_i \sim t^{\delta_i}, \quad (3)$$

где $\delta_1 = 0,25 \pm 0,05$, а $\delta_0 = \delta_1(\rho_1/\rho_0)^{D_\delta}$ с $D_\delta = 0,21 \pm 0,05$ для диапазона отношений плотностей $\rho_1/\rho_0 = 1,3 \div 50$.

Попытки описания динамики фронтов пузырей и струй для P–T неустойчивости, включая P–M неустойчивость как частный случай импульсного ускорения, в рамках простых моделей предпринимались неоднократно. Представительный обзор нескольких последних моделей содержится в [20], где на основании анализа предшествующих моделей и их сравнения с последними экспериментальными данными и результатами численного моделирования P–T неустойчивости была предложена продвинутая более совершенная, чем предыдущие, модель для описания динамики фронтов P–T и P–M пузырей и струй. В качестве основного уравнения используется известное уравнение баланса сил инерции, выталкивания и торможения для амплитуд фронтов, записанное отдельно для области, занятой соответственно пузырями и струями [20]. При таком подходе неизбежно появление феноменологических констант, требующих своего определения путем калибровки модели на результаты экспериментов или полномасштабных численных расчетов. Отметим также, что при таком подходе упускается из виду начальная линейная стадия роста возмущений, когда возмущения развиваются независимо и растут экспоненциально со временем [20].

Несколько иной подход к описанию динамики фронтов P–T (и P–M) пузырей и струй использовали Shvarts et al. [22] и Alon et al. [21], которые обобщили модель слияния пузырей Sharp–Wheeler (см. [20]) на струи и на случаи произвольных A. Они использовали асимптотическую скорость для одиночного пузыря с длиной волны λ [21, 22] для описания динамики фронта совокупности пузырей, характеризующейся средней длиной волны $\langle \lambda \rangle$, зависящей от времени, так что скорость фронта пузырей в автомодельном режиме соответствовала зависимости $V_1 \sim \sqrt{g \langle \lambda \rangle} \sim \sqrt{g h_1}$ с константами пропорциональности как для пузыря в случае одиночной моды. Это дало для роста фронта P–T пузырей закон (2) с $\alpha_1 = 0,05$, однако при этом потребовалось, чтобы отношение $\langle \lambda \rangle / h_1$ в их модели было в 8 раз больше наблюдаемого [20]. Это эквивалентно наблюдению, что хаотический массив P–T пузырей поднимается в два раза быстрее, чем одиночный пузырь [20]. Авторами [21, 22] эта модель была приложена к описанию динамики фронтов P–T струй в предположении совпадения длин волн $\langle \lambda \rangle$ для фронтов P–T струй и фронтов P–T пузырей, что, как показывают и расчеты, и эксперименты, неверно [20].

Как показало сравнение предложенной в [20] модели, основанной на приближении «однородного» потока в поперечном направлении отдельно для фронтов пузырей и струй, с соответствующими экспериментальными данными имеет место вполне удовлетворительное согласие расчета и экспериментов.

Для случая постоянного ускорения (P–T неустойчивость) модель [20] дает $\alpha_1 = 0,05$ для фронта P–T пузырей и $\alpha_0 = \alpha_1(\rho_1/\rho_0)^{D_\alpha}$ с $D_\alpha = 0,42$ для струй, что согласуется с экспериментальными данными на установке LEM: $\alpha_1 = 0,05 \pm 0,005$ и $D_\alpha = 0,34 \pm 0,05$ [14–16].

Для импульсного ускорения (P–M неустойчивость) амплитуды фронтов растут со временем по степенному закону (3) с $\delta_1 = 0,25$ и $\delta_0 = \delta_1(\rho_1/\rho_0)^{D_\delta}$, $D_\delta = 0,25$. При этом эксперименты LEM дают $\delta_1 = 0,25 \pm 0,05$, $D_\delta = 0,21 \pm 0,05$ [16, 18].

Среди ограничений предложенной в [20] модели отметим, что она описывает только автомодельную фазу развития фронтов и опускает начальную линейную фазу малых амплитуд. Это приводит к тому, что расчетная асимметрия фронтов пузырей и струй оказывается больше, чем наблюдаемая [20].

В настоящей работе предлагается модель для описания динамики фронтов P–T (и P–M) пузырей и струй для сформировавшегося автомодельного спектра возмущений поля скоростей, локализованного вблизи этих фронтов. В основе этой модели лежат уравнения, описывающие динамику пузыря и струи для случая отдельной гармоника. Таким образом, предлагаемая модель близка к моделям типа [21, 22], использующим для описания динамики фронта понятия «средней» или доминантной длины волны возмущения.

1. Модель P–T неустойчивости. Одиночная мода

В обзоре [25] даны критический анализ и сравнение современных недавно опубликованных моделей для описания развития малого начального гармонического возмущения (одиночная мода) на границе двух несжимаемых жидкостей различной плотности в случае P–T неустойчивости. Были рассмотрены три недавно предложенные модели [26–28] потенциального течения для описания динамики P–T пузыря. Отмечено, что все три модели позволяют для случая A = 1 получить правильные значения для асимптотической скорости всплывания пузыря $U_1 = \sqrt{\frac{g}{3k}}$ в 2D геометрии, и

$U_1 = 1,02 \sqrt{\frac{g}{k}}$ в 3D геометрии [26–28]. Однако для произвольных чисел Атвуда A имеет место различие в функциональных зависимостях асимптотических скоростей пузыря от параметра A для этих моделей [25]. Как показало соответствующее сравнение данных мо-

делей для асимптотических скоростей пузыря при произвольных A с результатами численных расчетов, проведенных в [25], наилучшее согласие с численными расчетами имеет место для модели Гончарова В. Н. [26]. Что же касается описания динамики струй, то здесь ситуация обстоит хуже, поскольку все модели, в том числе модель Гончарова В. Н., удовлетворительно описывают динамику струй только при малых разностях плотностей жидкостей, т. е. при $\frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1} \ll 1$, тогда как

при увеличении этого параметра расхождение между моделями и численными расчетами увеличивается [25].

Ниже мы выпишем без вывода уравнения модели Гончарова В. Н. [26] для $2D$ геометрии, в которых для описания движения и формы пузыря используются два параметра: $\eta_0(t)$ – амплитуда пузыря, зависящая от времени; $\eta_2(t)$ – кривизна поверхности пузыря вблизи его верхушки (величина $\eta_2(t) < 0$). Данные величины фактически являются коэффициентами разложения вертикальной координаты поверхности раздела $\eta(x, t)$ в произвольный момент времени в окрестности верхушки пузыря ($x = 0$): $\eta(x, t) \cong \eta_0(t) + \eta_2(t)x^2$ в предположении, что в начальный момент времени имеет место $\eta(x, 0) = a_0 \cos(kx)$, где a_0 – начальная амплитуда, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ – длина волны возмущения. Тогда, согласно [26], уравнения для $\eta_0(t)$, $\eta_2(t)$ имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_2 &= -\dot{\eta}_0 \frac{k}{2}(k + 6\eta_2); \\ \ddot{\eta}_0 &\frac{k^2 - 4Ak\eta_2 - 12A\eta_2^2}{2(k - 6\eta_2)} + \\ &+ \dot{\eta}_0^2 k^2 \frac{(4A - 3)k^2 + 6(3A - 5)k\eta_2 + 36A\eta_2^2}{2(k - 6\eta_2)^2} + \\ &+ Ag\eta_2 = 0. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Уравнения для струй, представляемых в окрестности верхушки струи $x = \frac{\lambda}{2}$, в виде $\eta(x, t) \cong H_0(t) + H_2(t)\left(x - \frac{\lambda}{2}\right)^2$ получаются из (1.1), согласно [26], переходом в этих уравнениях $\eta_0 \rightarrow -H_0$, $\eta_2 \rightarrow -H_2$, $A \rightarrow -A$, $g \rightarrow -g$, и которые мы здесь приводить не будем.

Достаточно громоздкий вид уравнений (1.1) для пузырей затрудняет получение аналитического решения в явном виде и требует использования численных методов для нахождения решений. Тем не менее в [26] получено предельное (на больших временах) асимптотическое выражение для скорости $2D$ пузыря

$$U_1 = \sqrt{\frac{2Ag}{(1+A)3k}}. \quad (1.2)$$

Учитывая трудности аналитического рассмотрения решений уравнений (1.1) для амплитуд пузырей (и соответствующих уравнений для струй) в модели Гончарова В. Н. [26], а также в моделях [27, 28], отметим, что оценку и анализ эволюции отдельной моды с учетом ее нелинейного развития в условиях Р–Т неустойчивости можно проводить также с помощью более грубой модели [29], допускающей, однако, аналитическое решение и удовлетворительно описывающей как линейную, так и нелинейную стадии развития Р–Т неустойчивости. В рамках такой упрощенной модели описание нелинейной стадии роста возмущений эквивалентно включению в линейное уравнение для роста возмущений дополнительного к гравитационному полю с интенсивностью (ускорением) $g(1 - \delta)$ эффективного поля с интенсивностью w , зависящей от динамических характеристик возмущений, так что $g(1 - \delta) \rightarrow g(1 - \delta) + w$. Из соображений размерности положим

$$w \sim -k \left(\frac{db(t)}{dt} \right)^2.$$

Тогда уравнение для амплитуды пузыря $b(t)$ (см. также [29]) становится квазилинейным и имеет вид

$$\frac{d^2 b}{dt^2} = \left[g \frac{(1 - \delta)}{(1 + \delta)} - \gamma \frac{k}{(1 + \delta)} \left(\frac{db}{dt} \right)^2 \right] kb. \quad (1.3)$$

Здесь $\delta = \frac{\rho_0}{\rho_1}$; γ – параметр.

В рамках упрощенного рассмотрения динамики пузыря положим далее везде $\gamma = 3$, что в принципе не противоречит модели [29], однако позволяет нам в асимптотике для $2D$ геометрии получить скорость пузыря, полностью согласующуюся с последними результатами по динамике $2D$ пузыря [25]

$$\left(\frac{db}{dt} \right)_{as} \rightarrow \sqrt{\frac{g(1 - \delta)}{3k}}, \quad (1.4)$$

что, как нетрудно видеть, совпадает с выражением (1.2) для асимптотической скорости пузыря в модели Гончарова В. Н. [26].

При небольшой разнице в плотностях тяжелой и легкой жидкостей уравнение для струй с амплитудой $a(t)$ может быть получено из (1.3) переходом: $b \rightarrow a$, $g \rightarrow -g$, $\delta \rightarrow \frac{1}{\delta}$, так что получим при условии $(1 - \delta) \ll 1$

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = \left[g \frac{(1 - \delta)}{(1 + \delta)} - \gamma \frac{k\delta}{(1 + \delta)} \left(\frac{da}{dt} \right)^2 \right] ka, \quad (1.5)$$

где, как и в (1.3), полагаем $\gamma = 3$. При $\delta \rightarrow 1$, как и следовало ожидать, уравнения (1.3) и (1.5) совпадают.

Для случая $\delta \rightarrow 0$ уравнение (1.5) неправильно описывает динамику струи, поскольку оно сводится к обычному уравнению линейной теории, тогда, как известно, асимптотически струя падает с постоянным ускорением g .

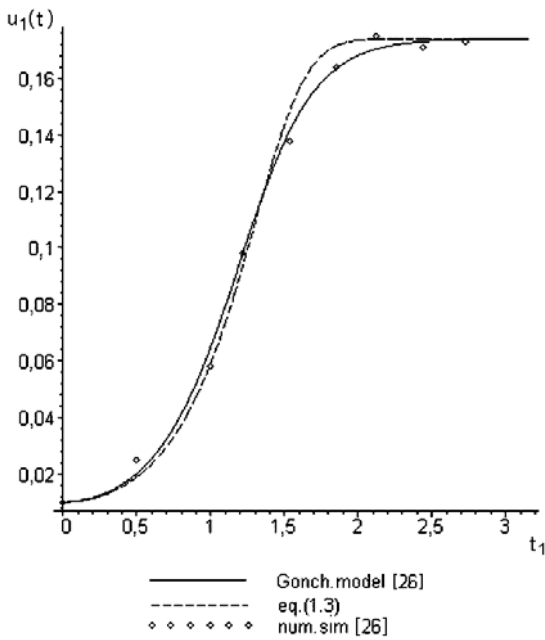


Рис. 1. Зависимости $u_1(t)$ для $A = 0,4$

На рис. 1 представлены зависимости скоростей пузыря от t_1 , где $t_1 = \sqrt{At}$, рассчитанные по модели Гончарова (уравнения 1.1) [26] и по предложенной модели (уравнение 1.3) для $A=0,4$ с параметрами $g=1$, $k=2\pi$ и начальными условиями $b(0)=0$, $\dot{b}(0)=0,01$. Там же представлены результаты численных расчетов для случая $A=0,4$, взятые из [26].

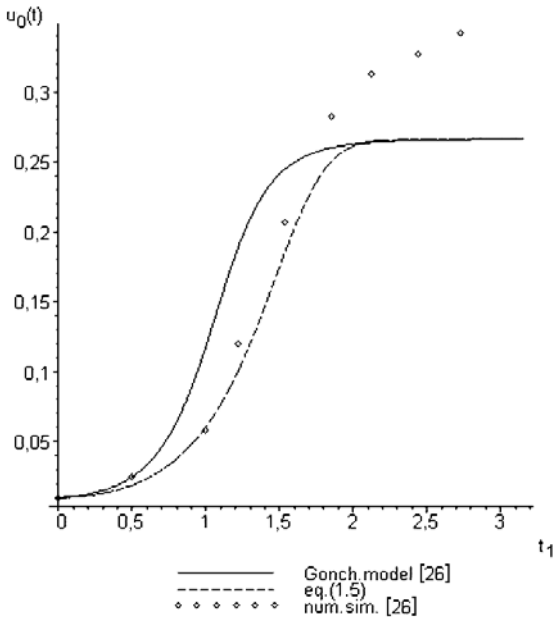


Рис. 2. Зависимости $u_0(t)$ для $A = 0,4$

На рис. 2 представлены зависимости скоростей струи от t_1 , рассчитанные по модели Гончарова (скорректированные уравнения (1.1)) и по предложенной модели (уравнение (1.5)) для $A=0,4$ с параметрами

$g=1$, $k=2\pi$ и начальными условиями $a(0)=0$, $\dot{a}(0)=0,01$. Также приведены результаты численных расчетов из [26].

Таким образом, из представленных данных следует, что уравнения (1.3), (1.5), описывающие динамику Р–Т пузырей и струй, удовлетворительно согласуются с соответствующими оценками по модели Гончарова В. Н. [26].

2. Конверсионная модель Р–Т неустойчивости. Одиночная мода

Рассмотрение динамики развития Р–Т неустойчивости в традиционных переменных амплитуды пузыря $b(t)$ и амплитуды струи $a(t)$, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями типа (1.1) или даже более простыми уравнениями более грубой модели типа [29] (уравнения (1.3), (1.5)), не позволяет выйти за рамки описательного подхода путем проведения численных расчетов этих уравнений и последующего сравнения с двумерными (или даже трехмерными) расчетами, моделирующими развитие Р–Т неустойчивости. Ниже представлен иной подход к анализу развития Р–Т неустойчивости.

2.1. Динамика 2D Р–Т пузыря

В качестве исходных уравнений, описывающих динамику амплитуд пузыря и струи, будем рассматривать далее уравнения (1.3), (1.5), которые вполне удовлетворительно согласуются с расчетами по модели Гончарова [26]. Чтобы перейти к новому описанию развития Р–Т неустойчивости, рассмотрим течение тяжелой жидкости при $z \geq b(t)$, которое локализовано по вертикали вблизи фронта пузырей, например, для гармонического возмущения с волновым числом k благодаря соотношению $v^2 \sim \exp(-2kz)$. Таким образом, ширина этой области для гармонического возмущения с волновым числом k составляет $\sim \frac{1}{2k}$, т. е. является достаточно малой величиной по сравнению с длиной волны возмущения. В этой достаточно узкой области происходит конверсия потенциальной энергии в кинетическую энергию возмущений (и она характеризуется резким градиентом или спадом кинетической энергии возмущений вплоть до 0). Эту область перед фронтом пузырей будем называть конверсионным слоем или конверсионной зоной в тяжелой жидкости, причем будем полагать, что фронт конверсии в тяжелой жидкости (нижняя граница конверсионного слоя) совпадает с фронтом пузырей.

Введем новую переменную – конверсионную функцию в тяжелой жидкости ε_1 , которая характеризует динамику фронта конверсии, через соотношение

$$\varepsilon_1 = \rho_1 u_1^2, \quad (2.1)$$

где ρ_1 – плотность тяжелой жидкости; u_1 – скорость фронта конверсии, которая по определению совпадает со скоростью пузыря $\dot{b}(t)$. Умножая в уравнении (1.3) справа и слева на $2\rho_1\dot{b}$, получим

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} = (\varepsilon_m - \varepsilon_1) \frac{d}{dt} \left(\frac{3\xi^2}{1+\delta} \right), \quad (2.2)$$

где ε_1 – конверсионная функция в тяжелой жидкости; $\varepsilon_m = \frac{\rho_1 g (1-\delta)}{3k}$ – предельное значение конверсионной функции; $\delta = \frac{\rho_0}{\rho_1}$; $\xi = kb$ – безразмерное смещение фронта конверсии в тяжелой жидкости.

В качестве начальных условий можно рассматривать следующие:

$$\varepsilon_1(0) = \varepsilon_{10}, \quad \xi(0) = kb(0).$$

Вместо уравнения (2.2) для ε_1 можно записать уравнение с новой независимой переменной

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\Gamma_1} = \varepsilon_m - \varepsilon_1, \quad (2.3)$$

где $\Gamma_1 = \frac{3\xi^2}{1+\delta}$ (соответственно $\Gamma_{10} = \frac{3(kb(0))^2}{1+\delta}$).

Решение уравнения (2.3) с соответствующими начальными условиями есть

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_m + (\varepsilon_{10} - \varepsilon_m) \exp\{-(\Gamma_1 - \Gamma_{10})\}. \quad (2.4)$$

Из (2.4) видно, что даже при устремлении начальных параметров $\varepsilon_{10}, \Gamma_{10}$ к нулю («зануляющиеся» начальные условия) само решение (2.4) отлично от нуля и имеет вид

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_m (1 - \exp(-\Gamma_1)). \quad (2.5)$$

В дальнейшем при рассмотрении Р–Т неустойчивости будем полагать, что начальные возмущения ($\varepsilon_{10}, \Gamma_{10}$) являются малыми, так что ими можно пренебречь.

Из (2.5) нетрудно получить производные величины:

– скорость фронта конверсии u_1 ;

$$u_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\rho_1}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\rho_1}} \sqrt{1 - \exp(-\Gamma_1)} \quad (2.6)$$

– скорость изменения конверсионной функции w_1 ,

которую определим как $w_1 \equiv \frac{d\varepsilon_1}{dt}$, тогда

$$w_1 = ku_1 \frac{d\varepsilon_1}{d\xi}. \quad (2.7)$$

Таким образом, переход от переменной t к переменной смещения фронта ξ (и далее к переменной Γ_1) позволяет упростить уравнение динамики Р–Т пузыря и при его рассмотрении пренебрегать малыми начальными возмущениями.

На рис. 3 представлены зависимости безразмерных конверсионной функции $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_m}$ (обозначение E_1)

и скорости конверсии $\frac{w_1}{\varepsilon_m \sqrt{gkA}}$ (обозначение w_1) от x_1 – относительного смещения фронта конверсии в тяжелой жидкости $x_1 = \sqrt{\frac{3}{1+\delta}} \xi$. Из рис. 3 следует, что скорость конверсии имеет максимум при некоем значении ξ , равном ξ_{1m} . Можно получить, что $\xi_{1m} = 0,52354\sqrt{1+\delta}$

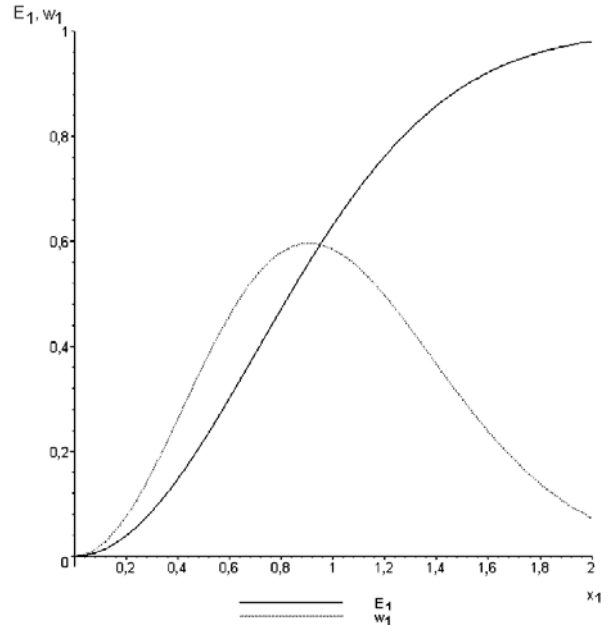


Рис. 3. Зависимости E_1, w_1 от x_1 для фронта конверсии в тяжелой жидкости

2.2. Динамика 2D Р–Т струи

Прежде чем аналогичным образом, как в формуле (2.1), рассматривать динамику струй, отметим, что в настоящее время законченного полного уравнения для амплитуд струй не имеется. Полученное в [29] приближенное уравнение для струй не обладает универсальностью, как отмечено в [29]. Уравнение для струй в модели Гончарова справедливо только при малых отличиях в плотности тяжелой и легкой жидкости, так же как и уравнение (1.5). Кратко можно констатировать следующее:

1) при небольших отличиях в плотности жидкостей, т. е. при $1-\delta \ll 1$ для струй правомерно использовать уравнение (1.5), которое близко к уравнению для пузырей (1.3);

2) при $\delta \ll 1$ асимптотически (на больших временах) струя падает с ускорением $g(1-\delta)$.

В формуле (2.1) переход от переменной t к независимой переменной ξ – смещению фронта конверсии в тяжелой жидкости позволил получить конечные выражения для ε_1 и других величин, характеризующих динамику развития фронта конверсии в тяжелой жидкости. Чтобы получить аналогичное уравнение для струй, умножим обе стороны уравнения (1.5) на

$2\rho_0\dot{a}(t)$. Вводя конверсионную функцию в легкой жидкости ε_0 (по определению $\varepsilon_0 \equiv \rho_0 u_0^2$), получим для нее уравнение, аналогичное (2.3)

$$\frac{d\varepsilon_0}{d\Gamma_0} = \delta(\varepsilon_m - \varepsilon_0), \quad (2.8)$$

где $\Gamma_0 = \frac{3\eta^2}{1+\delta}$, $\eta = ka(t)$ – безразмерное смещение фронта конверсии в легкой жидкости.

Будем полагать в качестве независимой переменной для описания динамики и тяжелой и легкой жидкостей величину ξ – смещение фронта конверсии в тяжелой жидкости.

Положим далее приближенно

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_1 \delta \psi(\xi, \delta), \quad (2.9)$$

где функция $\psi(\xi, \delta)$ характеризует отклонение конверсионной функции в легкой жидкости ε_0 от соответствующей величины в тяжелой жидкости ε_1 . Дифференцируя (2.9) по Γ_1 , получим

$$\frac{d\varepsilon_0}{d\Gamma_1} = \frac{d\varepsilon_1}{d\Gamma_1} \delta \psi + \varepsilon_1 \delta \frac{d\psi}{d\Gamma_1}. \quad (2.10)$$

Умножим уравнение (2.8) на $\frac{d\Gamma_0}{d\Gamma_1}$ и, группируя члены, получим

$$\frac{d\varepsilon_0}{d\Gamma_1} = (\varepsilon_m - \varepsilon_1) \delta \frac{d\Gamma_0}{d\Gamma_1} + \varepsilon_1 \delta \frac{d\Gamma_0}{d\Gamma_1} (1 - \delta \psi). \quad (2.11)$$

Сравнивая (2.10) и (2.11), получим

$$\psi \sim \frac{d\Gamma_0}{d\Gamma_1};$$

$$\frac{d\psi}{d\Gamma_1} \sim \frac{d\Gamma_0}{d\Gamma_1} (1 - \delta \psi).$$

Из первого уравнения получаем, что если $\Gamma_1 \rightarrow 0$, то $\psi \rightarrow 1$, так что окончательно для нахождения ψ имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{d\Gamma_1} &= \psi(1 - \delta \psi); \\ \psi(0) &= 1. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Решение этой задачи

$$\psi = \frac{\exp(\Gamma_1)}{1 + \delta(\exp(\Gamma_1) - 1)} \quad (2.13)$$

и сама задача соответствуют приближению $1 - \delta \ll 1$. Попытаемся обобщить (2.13) на случай произвольного отношения плотностей. Прежде всего отметим, что в случае Р-Т неустойчивости выход на асимптотику и для пузырей и для струй происходит при малых смещениях ξ , т. е. при малых Γ_1 , так что в (2.13) можно приближенно положить

$$\psi = \frac{1 + \Gamma_1}{1 + \delta \Gamma_1}. \quad (2.14)$$

Оценить правильную асимптотику для ψ при $\delta \rightarrow 0$ можно, если воспользоваться известным результатом для струй в этом случае, а именно: струя движется асимптотически с ускорением $g(1 - \delta)$, а пузырь при этом всплывает с постоянной скоростью U_1 в соответствии с (1.4). Тогда можно показать, что $\psi \rightarrow 3\Gamma_1$. Таким образом можно попытаться обобщить выражение (2.14) на случай произвольных δ , записав его в виде

$$\psi = \frac{1 + \Phi(\delta)\Gamma_1}{1 + \delta\Gamma_1}, \quad (2.15)$$

причем функция $\Phi(\delta)$ должна удовлетворять предельным случаям $\delta = 0$ и $\delta = 1$ следующим образом: $\Phi(1) = 1$ и $\Phi(0) = 3$. Если мы воспользуемся линейной аппроксимацией для $\Phi(\delta)$, то получим

$$\Phi(\delta) = 3 - 2\delta. \quad (2.16)$$

В этом случае для ψ имеем соотношения (2.15) и (2.16), которые дают правильную асимптотику для струй как при малых, так и при больших δ .

Таким образом, для приближенного описания динамики фронта конверсии в легкой жидкости имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= \varepsilon_1 \delta \psi(\xi, \delta); \\ u_0 &= u_1 \sqrt{\psi(\xi, \delta)}; \\ w_0 &= ku_1 \frac{d}{d\xi} (\varepsilon_1 \delta \psi(\xi, \delta)). \end{aligned} \quad (2.17)$$

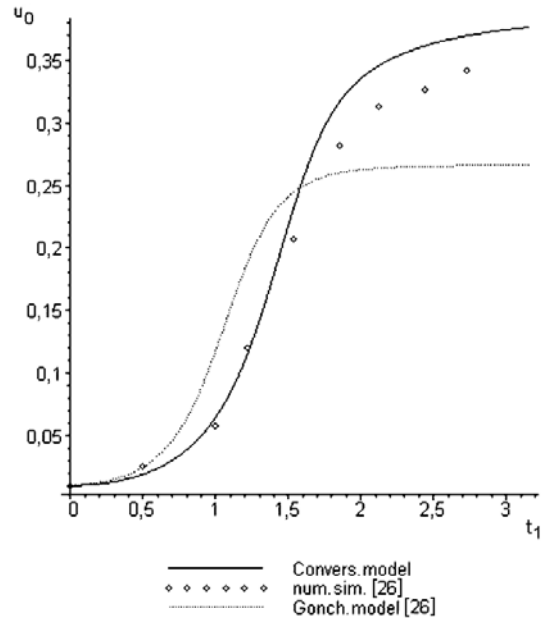


Рис. 4. Зависимости $u_0(t)$ для $A = 0,4$

На рис. 4 представлены зависимости скорости фронта конверсии в легкой жидкости от времени для случая: $g = 1$; $k = 2\pi$; $A = 0,4$ с начальными значениями, соответствующими $a(0) = 0$; $\dot{a}(0) = 0,01$. Эти данные сравниваются с соответствующими расчетами для струй по модели Гончарова [26] и результатами

численных расчетов из [26]. Видно, что оценки для скорости фронта конверсии в легкой жидкости, в отличие от модели Гончарова [26], удовлетворительно согласуются с результатами полномасштабных двумерных расчетов для струй.

На рис. 5, а-в представлены зависимости безразмерных конверсионной функции $\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_m}$ и скорости конверсии в легкой жидкости $\frac{w_0}{\varepsilon_m \sqrt{gkA}}$ от смещения при нескольких значениях числа Атвуда ($A = 0,1; 0,4; 0,9$). Так же как и для фронта конверсии, в тяжелой жидкости имеет место максимум в w_0 при определенном значении ξ , зависящем от δ .

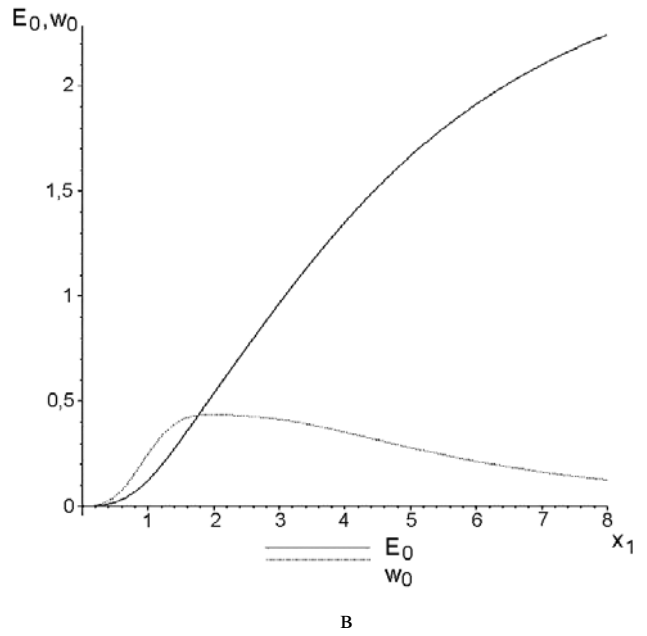
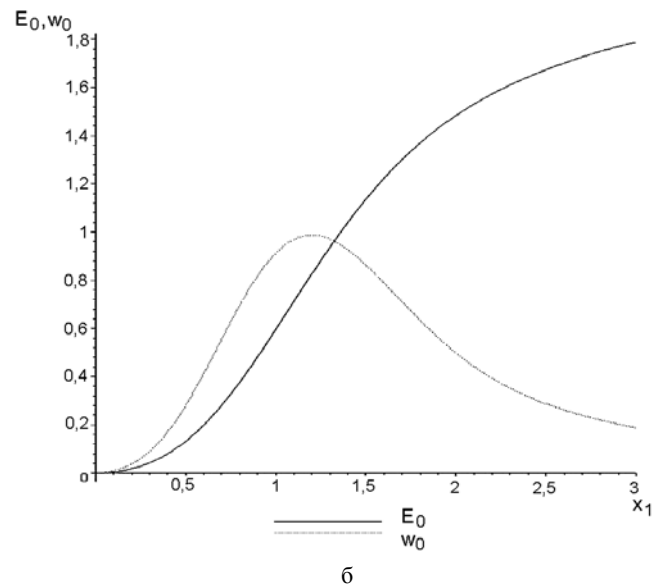
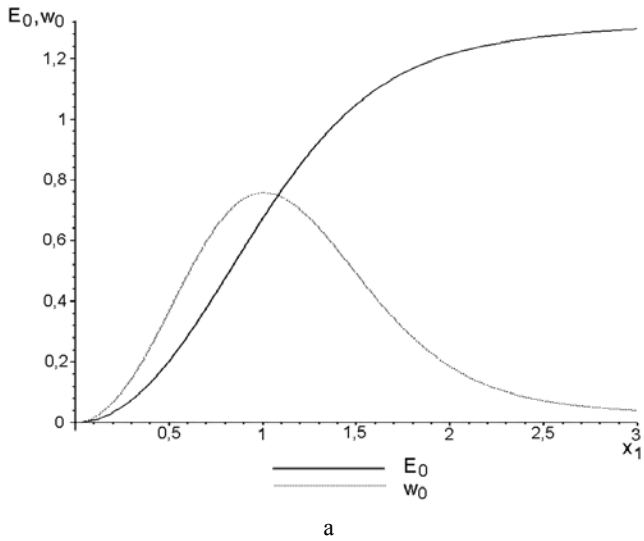


Рис. 5. Зависимости E_0, w_0, x_1 для фронта конверсии в легкой жидкости: а – для $A = 0,1$; б – для $A = 0,4$; в – для $A = 0,9$

2.3. Динамика Р-Т пузырей и струй в 3D

В случае 3D геометрии для малого начального возмущения поверхности раздела $\eta_0(x) \sim a_0(\cos(kx) + \cos(ky))$ с начальной амплитудой a_0 и одинаковым волновым числом по x и y , в тяжелой жидкости будет возбуждаться потенциал поля скоростей возмущений, который можно оценить как сумму двух независимых мод типа $\phi = \phi_x + \phi_y$, где $\phi_x \sim \exp(-kz)\cos(kx)$ и $\phi_y \sim \exp(-kz)\cos(ky)$, для которых могут быть определены соответствующие конверсионные функции ε_{1x} , ε_{1y} , так что полная конверсионная функция в тяжелой жидкости определится как сумма $\varepsilon_1 = \varepsilon_{1x} + \varepsilon_{1y}$, а соответствующие смещения фронта и скорости фронта как $\xi = \xi_x + \xi_y$, $u_1 = u_{1x} + u_{1y}$.

Тогда для полной конверсионной функции в тяжелой жидкости можно получить уравнение

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\Gamma_1} = \varepsilon_m - \varepsilon_1, \quad (2.18)$$

где $d\Gamma_1 = d\left(\frac{3\xi^2}{2(1+\delta)}\right)$, ξ – полное смещение фронта конверсии в тяжелой жидкости, обусловленное развитием обеих гармоник, развивающихся симметричным образом.

Соответственно для ε_0 будем предполагать связь с ε_1 как (2.9), но для обеспечения ψ известной асимптотики при $\delta \rightarrow 0$, отвечающей свободному падению струи с постоянным ускорением $g(1-\delta)$, необходимо выполнение условий для $\Phi(\delta)$ в предельных случаях:

$\Phi(1)=1$ и $\Phi(0)=\frac{3}{2}$. Тогда линейная аппроксимация для $\Phi(\delta)$ в случае 3D имеет вид

$$\Phi(\delta) = \frac{3-\delta}{2}. \quad (2.19)$$

Таким образом, для фронта конверсии в тяжелой жидкости имеем выражения для величин ε_1 , u_1 , w_1 как для случая двумерной геометрии, но в качестве

Γ_1 выступает величина $\Gamma_1 = \frac{3\xi^2}{2(1+\delta)}$; соответственно для фронта конверсии в легкой жидкости будем иметь

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= \varepsilon_1 \delta \psi(\xi, \delta); \\ u_0 &= u_1 \sqrt{\psi(\xi, \delta)}; \\ w_0 &= ku_1 \frac{d}{d\xi}(\varepsilon_1 \delta \psi(\xi, \delta)), \end{aligned} \quad (2.20)$$

а для функции $\psi(\xi, \delta)$ используется выражение (2.15) совместно с (2.19).

3. Конверсионная модель Р–М неустойчивости. Одиночная мода

3.1. Р–М пузырь в 2D геометрии

В рамках нашего подхода, т. е. использования конверсионной модели, возможно описание неустойчивости Рихтмайера–Мешкова (Р–М) в импульсном приближении. Это означает, что в формулах для нахождения физических величин, полученных в главе 2 для случая двумерной геометрии и малого начального гармонического возмущения с волновым числом k , следует положить $g=0$, однако при этом начальными скоростями нельзя пренебрегать. В этом приближении, в частности, уравнение (2.3) для ε_1 принимает вид

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\Gamma_1} = -\varepsilon_1, \quad (3.1)$$

решение которого для конверсионной функции в тяжелой жидкости есть

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{10} \exp(-\Gamma_1), \quad (3.2)$$

где $\Gamma_1 = \frac{3\xi^2}{1+\delta}$, $\xi = kb(t)$ – безразмерное смещение фронта конверсии в тяжелой жидкости.

Выражение (3.2) удовлетворительно описывает динамику Р–М пузыря на начальной стадии, однако при больших временах имеет место (см., например, [26]) следующее выражение для асимптотической скорости Р–М пузыря

$$U_1 \rightarrow \frac{A_1}{kt}, \quad (3.3)$$

где $A_1 = \frac{2+\delta}{3}$ для 2D. Это значит, что на больших временах конверсионная функция ε_1 в тяжелой жидкости удовлетворяет условию

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} \rightarrow -\frac{2k\varepsilon_1 u_1}{A_1}, \quad (3.4)$$

где u_1 – скорость фронта конверсии. Или переходя к переменной $\xi = kb(t)$ – смещению фронта конверсии в тяжелой жидкости, получим вместо (3.4)

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\xi} \rightarrow -\frac{2\varepsilon_1}{A_1}. \quad (3.5)$$

Таким образом, при малых значениях ξ имеем

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\xi} = -\frac{6\xi}{1+\delta} \varepsilon_1,$$

а при больших ξ справедливо соотношение (3.5). С учетом вышесказанного будем аппроксимировать для Р–М неустойчивости величину $d\Gamma_1$ следующим обра-

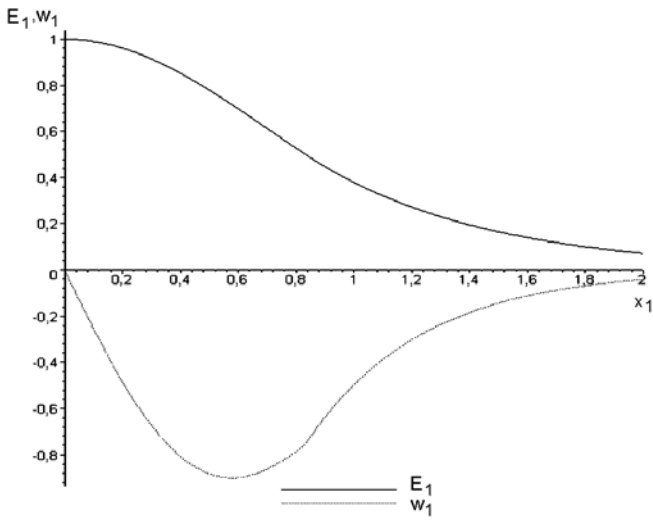
зом: $d\Gamma_1 = \frac{6\xi}{1+\delta} d\xi$ при $\xi < \xi_1$ и $d\Gamma_1 = \frac{6}{2+\delta} d\xi$ для $\xi \geq \xi_1$, где $\xi_1 = \frac{1+\delta}{2+\delta}$ для 2D.

В этом случае выражения для $d\Gamma_1$ (и соответственно уравнение для ε_1) оказываются правильно описывающими поведение ε_1 и при малых и при больших ξ . Поскольку выражение для ε_1 известно и описывается соотношением (3.2), все остальные получаются с учетом данного выше определения для $d\Gamma_1$

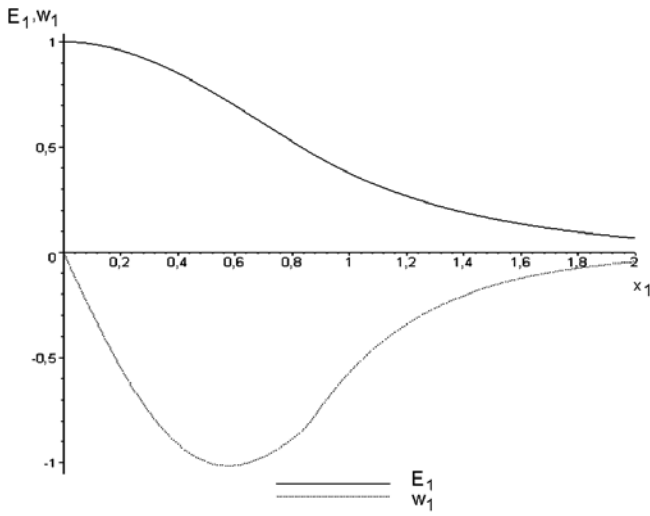
$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{10} \exp(-\Gamma_1), \quad u_1 = u_{10} \exp\left(-\frac{\Gamma_1}{2}\right), \quad w_1 = ku_1 \frac{d\varepsilon_1}{d\xi}. \quad (3.6)$$

На рис. 6, а–в представлены зависимости безразмерных конверсионной функции $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{10}}$ и скорости кон-

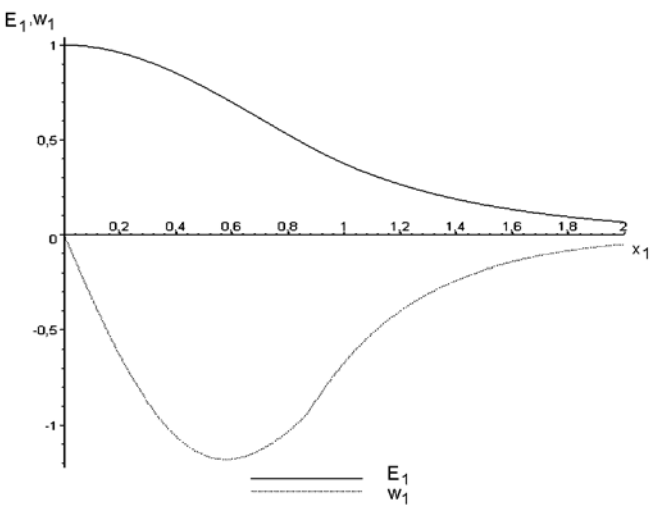
версии $\frac{w_1}{\varepsilon_{10}ku_{10}}$ от смещения x_1 , где $x_1 = \sqrt{\frac{3}{(1+\delta)}} \xi$ для нескольких значений числа Атвуда ($A = 0,1; 0,4; 0,9$)



а



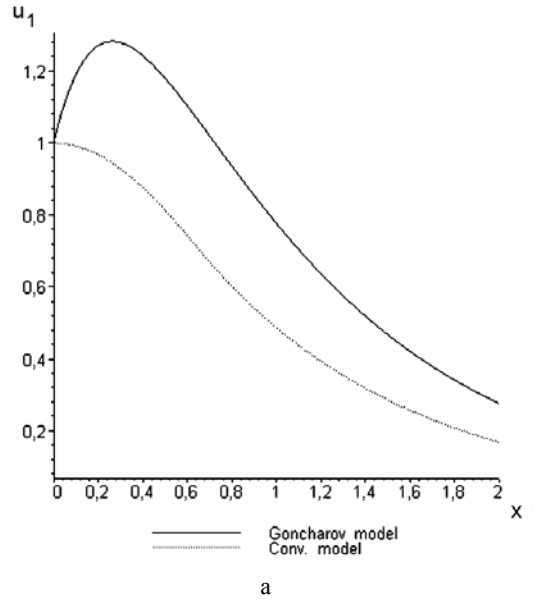
б



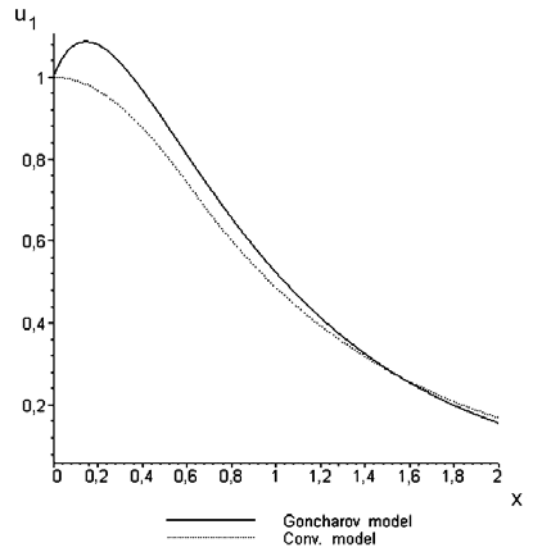
в

Рис. 6. Зависимости E_1 , w_1 от x_1 для Р-М в тяжелой жидкости:
а – для $A = 0,1$; б – для $A = 0,4$; в – для $A = 0,9$

Обратим внимание на то, что скорость конверсии отрицательна и имеет минимум при определенном значении смещения фронта ξ . Отрицательный знак в величине скорости конверсии говорит о том, что энергия моды не увеличивается на фронте конверсии, а уменьшается, т. е. происходит «распад» моды. Это обстоятельство принципиально отличает процесс развития Р-М неустойчивости от Р-Т неустойчивости, где происходит увеличение энергии на фронте конверсии.



а



б

Рис. 7. Зависимости скорости Р-М фронта u_1 от смещения x :
а – для $A = 0,1$; б – для $A = 0,4$; в – для $A = 0,9$
(см. также с. 67)

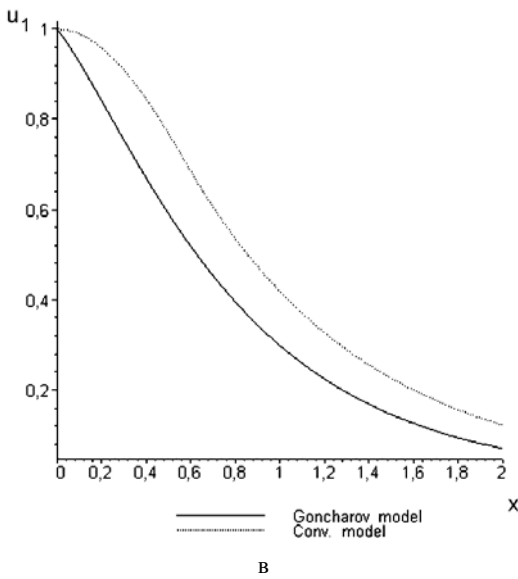


Рис. 7. Окончание

На рис. 7, а–в представлены зависимости безразмерной скорости Р–М пузыря $u_1(x) = \frac{u_1(x)}{u_{10}}$ от безразмерного смещения Р–М фронта в тяжелой жидкости x по конверсионной модели и модели Гончарова [26] для $A = 0,1; 0,4; 0,9$. Как видно из этих рисунков, имеется удовлетворительное согласие между моделями.

3.2. Р–М струя в 2D геометрии

Уравнение для конверсионной функции в легкой жидкости получим из (2.8), полагая $g = 0$

$$\frac{d\varepsilon_0}{d\Gamma_0} = -\delta\varepsilon_0. \quad (3.7)$$

Конверсионную функцию ε_0 на фронте конверсии в легкой жидкости аналогично случаю Р–Т неустойчивости, рассмотренному в разделе 2.2, представим в виде

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_1 \delta \psi(\xi, \delta). \quad (3.8)$$

Можно показать, что функция $\psi(\xi, \delta)$ удовлетворяет уравнению (2.12), решение которого описывается выражением (2.13). Данное выражение для $\psi(\xi, \delta)$ было получено для случая небольшого различия в плотности тяжелой и легкой жидкостей. Чтобы распространить его на случай произвольных значений δ , модифицируем выражение (2.13) к такому виду

$$\psi = \frac{1 + \Phi(\delta)(\exp(\Gamma_1) - 1)}{1 + \delta(\exp(\Gamma_1) - 1)}. \quad (3.9)$$

Полагая, что при малых значениях ξ и соответственно малых Γ_1 функция $\psi(\xi, \delta)$ описывается, как и в

разделе 2.2, выражением (2.15), функция $\Phi(\delta)$ должна совпадать с соответствующим выражением (2.16) для Р–Т неустойчивости, т. е.

$$\Phi(\delta) = 3 - 2\delta. \quad (3.10)$$

Напомним, что величина Γ_1 , используемая здесь, определена в формуле (3.1) через соотношения $d\Gamma_1 = \frac{6\xi}{1+\delta}d\xi$ при $\xi < \xi_1$ и $d\Gamma_1 = \frac{6}{2+\delta}d\xi$ для $\xi \geq \xi_1$, где $\xi_1 = \frac{1+\delta}{2+\delta}$ для $2D$.

Отметим здесь, что при $\delta \rightarrow 0$, выражение (3.9) обеспечивает приемлемое поведение для скорости струи на больших временах: $U_0 \rightarrow u_{10}\sqrt{\Phi(0)}$.

Таким образом, для параметров конверсионного фронта в легкой жидкости для случая Р–М неустойчивости получаем

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_1 \delta \psi(\xi, \delta);$$

$$u_0 = u_1 \sqrt{\psi(\xi, \delta)};$$

$$w_0 = ku_1 \frac{d}{d\xi}(\varepsilon_1 \delta \psi(\xi, \delta)). \quad (3.10)$$

На рис. 8, а–в представлены зависимости конверсионной функции $\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{10}}$ и скорости конверсии $\frac{w_0}{\varepsilon_{10}ku_{10}}$ от смещения фронта ξ для значений $A = 0,1; 0,4; 0,9$. Из сравнения рис. 8 и 6 видно, что имеется существенное различие в зависимостях этих величин от смещения фронта ξ для тяжелой и легкой жидкостей.

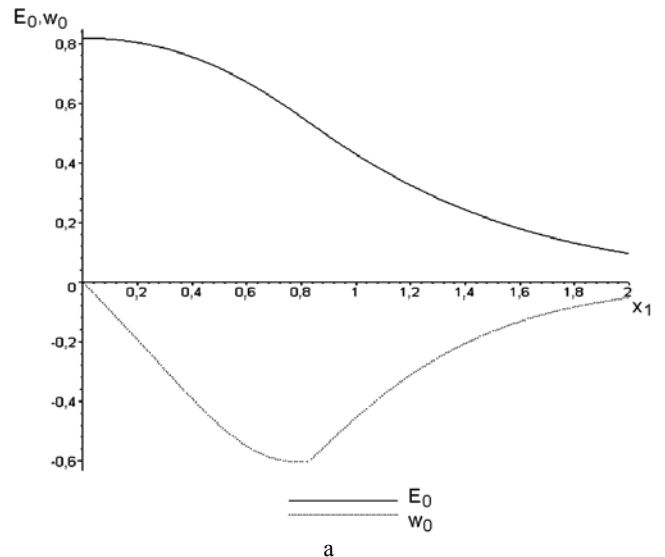


Рис. 8. Зависимости E_0, w_0 в легкой жидкости для Р–М от x_1 : а – для $A = 0,1$; б – для $A = 0,4$; в – для $A = 0,9$ (см. также с. 68)

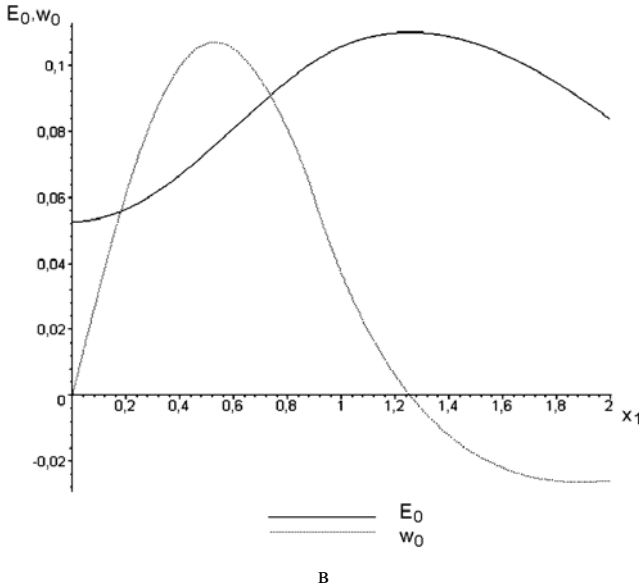
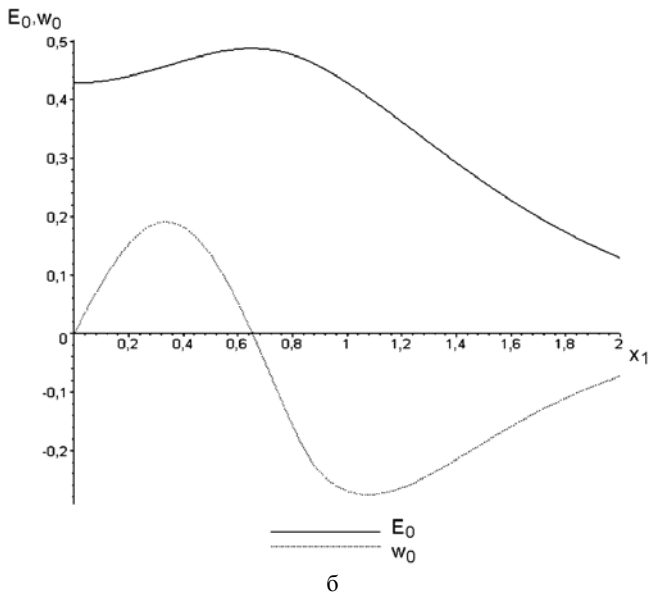


Рис. 8. Окончание

А именно, при числах Атвуда $A > 0,2$ величина скорости конверсии в легкой жидкости становится больше 0 в определенном диапазоне значений ξ , а затем только становится отрицательной.

3.3. Динамика Р-М фронтов конверсии в тяжелой и легкой жидкостях в 3D

Аналогично случаю 3D для Р-Т неустойчивости, рассмотренному в разделе 2.3, полагаем, что для развития малых возмущений в виде двух независимых гармоник, отвечающих за развитие поля скоростей в тяжелой жидкости: $\phi_x \sim \exp(-kz) \cos(kx)$ и $\phi_y \sim \exp(-kz) \times \cos(ky)$, параметры фронта конверсии имеют вид

$$d\Gamma_1 = \frac{3\xi}{1+\delta} d\xi \text{ при } \xi < \xi_1 \text{ и } d\Gamma_1 = \frac{6}{2+\delta} d\xi \text{ для } \xi \geq \xi_1,$$

где $\xi_1 = 2 \left(\frac{1+\delta}{2+\delta} \right)$, и в тяжелой жидкости

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{10} \exp(-\Gamma_1);$$

$$u_1 = u_{10} \exp\left(-\frac{\Gamma_1}{2}\right);$$

$$w_1 = ku_{10}\varepsilon_{10} \exp\left(-\frac{\Gamma_1}{2}\right) \frac{d}{d\xi} (\exp(-\Gamma_1)). \quad (3.11)$$

Соответственно для фронта конверсии в легкой жидкости получим

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_1 \delta \psi(\xi, \delta);$$

$$u_0 = u_1 \sqrt{\psi(\xi, \delta)};$$

$$w_0 = ku_1 \frac{d}{d\xi} (\varepsilon_1 \delta \psi(\xi, \delta)). \quad (3.12)$$

где для $\psi(\xi, \delta)$ используем выражение (3.9), но с $\Phi(\delta) = \frac{3-\delta}{2}$, что дает согласованное со случаем Р-Т неустойчивости соотношение для $\psi(\xi, \delta)$ при малых ξ . Это согласование необходимо из-за того, что при малых ξ величины Γ_1 для Р-Т и Р-М неустойчивостей в нашей модели совпадают.

4. Доминантная мода. Правило выбора

4.1 Доминантная мода для Р-Т неустойчивости

Рассмотрение Р-Т неустойчивости в рамках конверсионной модели, проведенное в разделе 2, позволило сформулировать несложные уравнения для описания динамики фронтов конверсии в тяжелой и легкой жидкостях. В этих уравнениях в качестве независимой переменной выступает смещение фронта конверсии в тяжелой жидкости или, что то же самое, смещение фронта пузырей ξ . Особенность решений этих уравнений, полученных в разделе 2, заключается в том, что они существуют при «нулевых» начальных условиях, т. е. при начальных смещениях и скоростях возмущений настолько близких к нулю, что ими можно пренебречь. Это означает, что если у нас имеется n мод с волновыми числами k_1, k_2, \dots, k_n , то они в принципе могут быть реализованы все, стартуя с «нулевых» начальных условий, т. е. в смысле инициирования они являются равноправными и какая из этих мод реализуется в данный момент, строго говоря, не совсем ясно. Известно (см., например, [9, 22, 30]), что при описании фронтов со сложным спектром гармоник часто прибегают к понятию доминантной моды, определяющей в данный момент его динамику. В частности, если в данный момент фронт Р-Т пузырей движется со скоростью U_1 , то из размерных соображений следует, что $U_1 \sim \sqrt{gL}$, где L – характерный линейный масштаб, определяющий в данный момент динамику фронта пузырей и соответствующий, как говорят, доминантной длине волны λ_d из возможного (или допустимого) набора длин волн $\{\lambda_n\}$.

При рассмотрении Р–Т неустойчивости в области конечных размеров действительно часто можно указать некий конечный набор допустимых мод для описания процесса, каждая из которых характеризуется набором параметров $\{\varepsilon_n, w_n, u_n, \dots\}$, которые можно найти, например, в рамках конверсионной модели. На стадии автомодельного развития процесса неустойчивости, когда начальные условия забываются, оказываются допустимыми все решения с «нулевыми» начальными условиями. В этом случае возможным правилом для выбора доминантной моды из данного набора гармоник мог бы стать принцип максимальной скорости преобразования потенциальной энергии тяжелой жидкости в кинетическую энергию возмущений для Р–Т неустойчивости, о котором в неявной форме упомянуто в работе Г. Биркгофа [30].

Чтобы проиллюстрировать этот принцип в рамках определений конверсионной модели, рассмотрим зависимости скорости конверсии в тяжелой жидкости, которые фактически характеризуют интенсивность перехода потенциальной энергии в кинетическую энергию возмущений. На рис. 9 представлены зависимости скорости конверсии в тяжелой жидкости $w_{1n}(h)$ от смещения фронта h для набора мод с волновыми числами $k_n = 5 \div 20$. При фиксированном значении h безразмерное смещение для n -й моды составляло $k_n h$. Значения остальных параметров составляли: $g = 1$, $A = 0,9$, $\rho_1 = 1$.

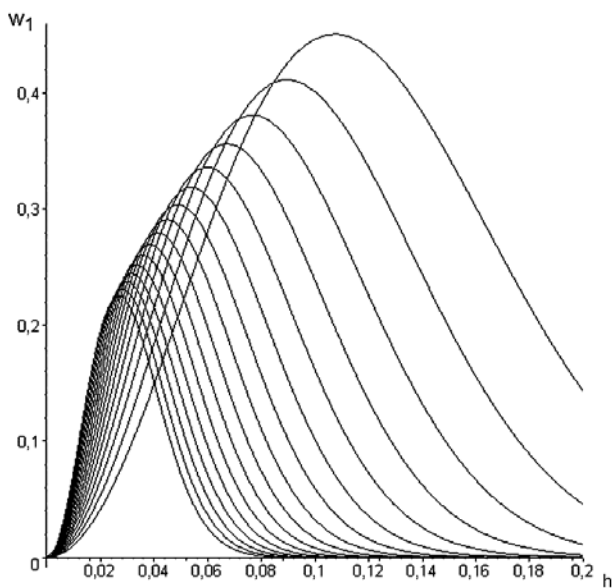


Рис. 9. Зависимости $w_1(h)$ для набора мод $k = 5 \div 20$

Из рис. 9 видно, что для фиксированного значения смещения фронта h имеется только одна мода, имеющая максимальную скорость конверсии в тяжелой жидкости в данный момент, обеспечивая максимально быстрый переход из потенциальной энергии в кинетическую энергию возмущений на фронте конверсии. При переходе к большим значениям смещения фронта h соответствующим образом меняется доминантная мода,

обеспечивающая максимальную скорость конверсии, что согласуется с замечанием Г. Биркгофа [30].

Таким образом, из условия необходимости единственности доминантной моды, определяющей процесс развития неустойчивости в данный момент, можно сформулировать правило развития динамики фронтов конверсии в тяжелой жидкости при наличии набора из n мод:

В каждый данный момент реализуется только одна, так называемая доминантная мода, обладающая максимальной скоростью конверсии в данный момент

$$\max \{w_{1n}(h)\}.$$

Нетрудно видеть, что именно это условие максимальной скорости конверсии обеспечивает единственность выбора моды при наличии «нулевых» начальных условий для каждой моды.

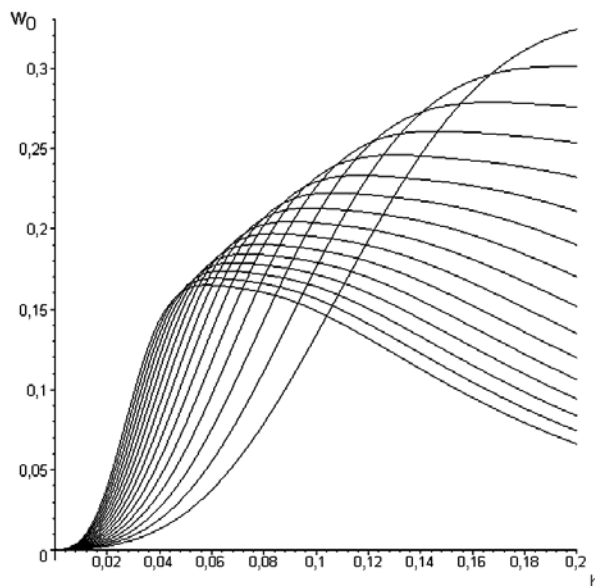


Рис. 10. Зависимости $w_0(h)$ для набора мод $k = 5 \div 20$

На рис. 10 представлены зависимости скорости конверсии в легкой жидкости $w_{0n}(h)$ от смещения фронта h в тяжелой жидкости для набора гармоник с волновыми числами $k_n = 5 \div 20$. При фиксированном значении h безразмерное смещение для n -й моды составляло $k_n h$. Значения остальных параметров составляли: $g = 1$, $A = 0,9$, $\rho_1 = 1$.

Можно допустить, что необходимость реализации максимальной скорости конверсии кинетической энергии струй тяжелого вещества в кинетическую энергию движения легкой жидкости на фронте конверсии потребует выполнения аналогичного вышесказанному правилу динамики фронтов в тяжелой жидкости соответствующее правило динамики для фронтов конверсии в легкой жидкости:

В каждый данный момент реализуется только одна, так называемая доминантная мода, обладающая максимальной скоростью конверсии в данный момент

$$\max \{w_{0n}(h)\}.$$

Таким образом, в отличие от фронта конверсии в тяжелой жидкости, где действительно имеет место переход из потенциальной энергии тяжелой жидкости в кинетическую на фронте конверсии, в легкой жидкости происходит переход кинетической энергии струй тяжелой жидкости в кинетическую энергию возмущений легкой жидкости.

4.2. Доминантная мода для Р–М неустойчивости

Аналогичное рассмотрение динамики фронтов конверсии для случая Р–М неустойчивости отличается от вышесказанного рядом обстоятельств. Это, во-первых, наличием начальных скоростей возмущений, отличных от нуля, которые следует, вообще говоря, учитывать. Во-вторых, характер зависимости скорости изменения кинетической энергии тяжелой жидкости в конверсионном слое представляет собой в целом убывающую со временем функцию, т. е. скорость конверсии в тяжелой жидкости меньше нуля, как видно из рис. 7. То есть можно говорить о скорости убывания кинетической энергии моды в слое конверсии или скорости «распада» моды. И в третьих, для функции конверсии в легкой жидкости имеет место более сложная структура (или схема обмена энергией между тяжелой и легкой жидкостями) изменения скорости конверсии. При близких плотностях, т. е. при $1 - \delta \ll 1$, для легкой жидкости имеет место та же картина, что и для тяжелой жидкости, т. е. «распад» моды, характеризующийся отрицательными значениями скорости конверсии в легкой жидкости: $w_0 < 0$. При увеличении числа Атвуда свыше $\sim 0,2$, т. е. при $\delta \leq 0,66$, наблюдается передача энергии от струй тяжелой жидкости к легкой, что выражается условием $w_0 > 0$ при малых ξ , и лишь затем с определенного значения ξ начинается «распад» моды в конверсионном слое легкой жидкости, аналогичный «распаду» моды в тяжелой жидкости, сопровождающийся выполнением условия $w_0 < 0$. Эти особенности функциональной зависимости $w_0(\xi)$ наглядно продемонстрированы на рис. 8, а–в.

На рис. 11 представлены зависимости скорости конверсии в тяжелой жидкости $w_{1n}(h)$ для Р–М неустойчивости в $2D$ геометрии для набора мод с волновыми числами $k_n = 5 \div 20$. Значения остальных параметров $A = 0,9$ и начальные скорости для всех мод одинаковы и равны 1. То есть, несмотря на важность начального спектра мод по скоростям возмущений, мы рассматриваем динамику мод для простейшего случая равных скоростей. Это позволяет сделать качественные выводы о характере процесса.

Как видно из рис. 11, для фиксированного смещения фронта h допустимы различные гармоники, однако даже при одинаковой начальной скорости, равной 1, среди них выделяется единственная мода, обладающая наименьшей скоростью конверсии или наибольшей скоростью убывания энергии в объеме моды, что обеспечивает быстрый процесс «распада» гармоники.

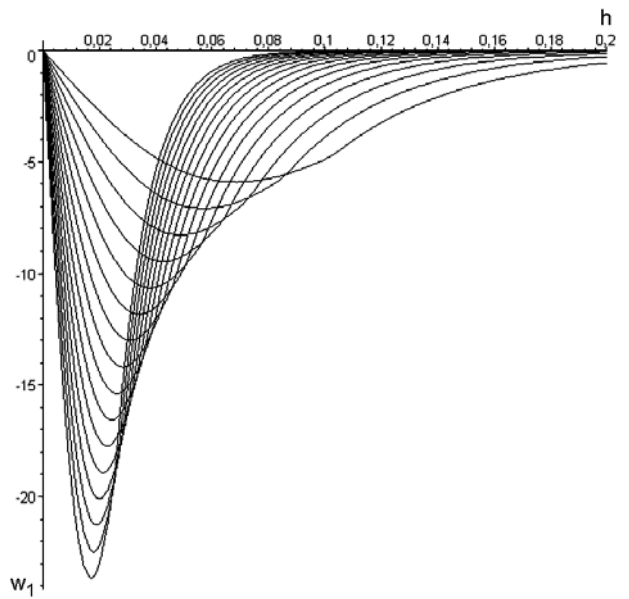


Рис. 11. Зависимости $w_1(h)$ для набора мод $k = 5 \div 20$

То есть требование единственности доминантной моды для описания процесса в данный момент означает, что она должна ускорять процесс «распада». Таким образом, для случая Р–М неустойчивости возможным правилом выбора доминантной моды в тяжелой жидкости является следующее правило:

В каждый данный момент реализуется только одна, так называемая доминантная мода, обладающая минимальной скоростью конверсии или максимальной скоростью убывания энергии гармоники в данный момент, что обеспечивает максимальную скорость «распада» гармоники

$$\min \{w_{1n}(h)\}.$$

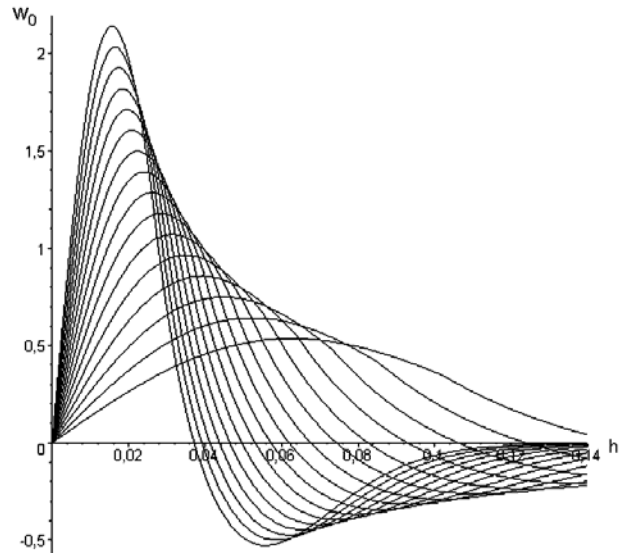


Рис. 12. Зависимости $w_0(h)$ для набора мод $k = 5 \div 20$

На рис. 12 представлены зависимости скорости конверсии в легкой жидкости $w_{0n}(h)$ для Р–М неустойчивости для набора мод с волновыми числами

$k_n = 5 \div 20$. Значения остальных параметров $A = 0,9$ и начальные скорости для всех мод одинаковы и равны 1.

Как отмечалось выше, для зависимостей скоростей конверсии в легкой жидкости при значениях числа Атвуда $A > 0,2$ характерны области малых ξ , при которых $w_0 > 0$. Этот случай в принципе не отличается от рассмотренного выше выбора доминантной моды в легкой жидкости для Р–Т неустойчивости, когда происходит передача энергии от струй тяжелой жидкости к легкой жидкости и при наличии набора гармоник, как это представлено на рис. 12, выбор доминантной моды происходит однозначным образом, если положить, что она должна обеспечивать при фиксированном смещении фронта h максимальную скорость увеличения энергии гармоники в объеме моды при положительных значениях w_0 . Таким образом, правило для выбора доминантной моды в этом случае оказывается следующим

В каждый данный момент реализуется только одна, так называемая доминантная, мода, обладающая максимальной скоростью конверсии при положительных значениях w_0 , что обеспечивает максимальную скорость передачи энергии от тяжелой жидкости к легкой

$$\max \{w_{0n}(h)\}.$$

В заключение отметим следующее. Несмотря на то что фактически не имеется никаких серьезных обоснований для такого выбора доминантных мод для Р–Т, и Р–М неустойчивости, практическое использование такого выбора при оценке динамики Р–Т и Р–М фронтов пузырей и струй показало оправданность такого подхода.

5. Условия подобия Р–Т фронтов и одиночной моды

Рассмотренные в разделе 4 правила выбора доминантной моды для Р–Т фронта конверсии в тяжелой и легкой жидкостях позволяют установить соответствие динамики фронта при наличии автомодельного спектра гармоник в конверсионном слое и динамики фронта одиночной моды. Это соответствие обусловлено подобием между фронтом, характеризующимся доминантной модой с соответствующей длиной волны λ_d и одиночной модой с длиной волны, равной λ . Будем полагать, что имеет место:

1) динамическое подобие, которое выражается в эквивалентности соотношения

$$\frac{d(\ln(E_1))}{d\tau} = \left[\frac{d(\ln(\varepsilon_1))}{d\tau} \right]_{1m}, \quad (5.1)$$

где слева E_1 – полная кинетическая энергия возмущений в конверсионном слое тяжелой жидкости для фронта с доминантной длиной волны λ_d , $E_1 \sim WSD$; W – плотность энергии возмущений на фронте конверсии; S – площадь поверхности фронта; Δ – глубина

конверсионного слоя; с помощью соотношения

$$d\tau = \sqrt{g \frac{2\pi}{\lambda_d}} Adt \text{ определяется безразмерное время } \tau \text{ для}$$

автомодельного развития Р–Т неустойчивости; а справа стоит производная по времени от логарифма конверсионной функции, взятая на момент максимума скорости конверсии w_1 , т. е. при таком значении $\xi = \xi_{1m}$, при котором величина w_1 достигает максимума;

2) геометрическое подобие h_1 – амплитуды фронта конверсии в тяжелой жидкости с λ_d и амплитуды фронта одиночной моды, взятой на момент максимума скорости конверсии w_1 , т. е. при $\xi = \xi_{1m}$

$$h_1 \frac{2\pi}{\lambda_d} = \xi_{1m}. \quad (5.2)$$

Оба положения о динамическом и геометрическом подобии фронта конверсии со сложным автомодельным спектром возмущений и фронта конверсии одиночной моды на момент максимального значения скорости конверсии w_1 в принципе согласуются с замечанием Г. Биркгофа, что развитие Р–Т неустойчивости происходит при максимально быстром преобразовании потенциальной энергии тяжелой жидкости в кинетическую энергию возмущений [30]. Необходимо отметить здесь, что первые попытки использования этого принципа были сделаны в [31, 32] для грубой оценки развития фронтов Р–Т и Р–М пузырей. В данной работе делается более последовательное и наглядное использование этого принципа.

Учитывая, что для Р–Т неустойчивости плотность энергии возмущений на фронте конверсии из размерных соображений определяется величиной $W \sim g\lambda_d$, глубина конверсионного слоя $\Delta \sim \lambda_d$, а S не зависит от величины λ_d , поскольку относится к полной ширине фронта, то с учетом определенного выше безразмерного времени получим из (5.1)

$$\frac{2}{\sqrt{2\pi g A}} \frac{1}{\sqrt{\lambda_d}} \frac{d\lambda_d}{dt} = C_1, \quad (5.3)$$

$$\text{где } C_1 = \left[\frac{d(\ln(\varepsilon_1))}{d\tau} \right]_{\xi=\xi_{1m}}.$$

Решая (5.3) с соответствующим начальным условием для λ_d и полагая, что имеет место, согласно (5.2), геометрическое подобие между фронтами на момент максимальной скорости конверсии, получим

$$\lambda_d = \left(\sqrt{\lambda_d(0)} + \frac{1}{4} \sqrt{2\pi g A C_1 t} \right)^2; \quad (5.4)$$

$$h_1 = \frac{\xi_{1m} \lambda_d}{2\pi}.$$

Отсюда сразу получим, что асимптотически при больших временах фронт конверсии в тяжелой жидкости, или, что то же самое, фронт пузырей движется по закону

$$h_1 \rightarrow \alpha_1 A g t^2, \quad (5.5)$$

где α_1 определяется соотношением

$$\alpha_1 = \frac{\xi_{1m} C_1^2}{16}. \quad (5.6)$$

Для определения константы α_1 необходимо знать константы ξ_{1m}, C_1 , которые определяются динамикой движения одиночной моды на момент максимальной скорости конверсии одиночной моды в тяжелой жидкости.

Учитывая, что в случае Р–Т неустойчивости законы роста фронтов струй и пузырей различаются только величинами их скоростей, для оценки динамики струй просто воспользуемся геометрическим подобием струй и пузырей для случая фронта с автомодельным спектром и фронта с одиночной модой на момент максимальной скорости конверсии в легкой жидкости w_0 . То есть полагаем, что

$$\frac{dh_0}{dh_1} = \left[\frac{d\eta}{d\xi} \right]_{\xi=\xi_{0m}}, \quad (5.7)$$

где h_0 – амплитуда спектрального фронта конверсии в легкой жидкости; h_1 – амплитуда спектрального фронта конверсии в тяжелой жидкости; η – смещение фронта конверсии в легкой жидкости для одиночной моды; ξ – смещение фронта конверсии в тяжелой жидкости для одиночной моды, а ξ_{0m} – соответствует смещению фронта конверсии в тяжелой жидкости на момент максимальной скорости конверсии в легкой жидкости.

Из (5.7) следует, что закон роста фронта струй совпадает с законом роста фронта для пузырей (5.5), но со своей константой пропорциональности α_0 . Из (5.7) вытекает следующее соотношение между константами α_0 и α_1 , определяющими динамику фронтов пузырей и струй

$$\alpha_0 = \alpha_1 \left[\sqrt{\psi(\xi, \delta)} \right]_{\xi=\xi_{0m}}, \quad (5.8)$$

где функция $\psi(\xi, \delta)$ определена в разделе 2 для 2D и 3D геометрий.

6. Условия подобия Р–М спектральных фронтов и одиночной моды

Аналогично тому, как это было сделано в разделе 5 для случая Р–Т неустойчивости, можно попытаться сформулировать закон подобия между спектральным фронтом конверсии Р–М неустойчивости в тяжелой жидкости и соответствующим фронтом конверсии для одиночной моды. Положим, что для спектрального Р–М фронта конверсии в тяжелой жидкости имеется доминантная мода с длиной волны λ_d , тогда условие подобия между спектральным фронтом конверсии и фронтом одиночной моды можно записать в виде

$$\frac{d(\ln(E_1))}{d\tau} = \left[\frac{d(\ln(\varepsilon_1))}{d\tau} \right]_{\xi=\xi_{1m}}, \quad (6.1)$$

где величина $d_1 = \left[\frac{d(\ln(\varepsilon_1))}{d\tau} \right]_{\xi=\xi_{1m}} < 0$; E_1 – кинетическая энергия тяжелой жидкости с доминантной длиной волны λ_d в объеме ячейки этой моды V , который определим для доминантной моды как $V \sim S(\lambda_d)\lambda_d$; τ – безразмерное время; ε_1 – конверсионная функция в тяжелой жидкости для Р–М неустойчивости; ξ – безразмерное смещение Р–М фронта конверсии в тяжелой жидкости; ξ_{1m} – значение смещения фронта на момент минимального значения скорости конверсии в тяжелой жидкости w_1 . Фактически это условие (6.1) означает, что «распад» доминантной моды, т. е. убывание кинетической энергии в объеме доминантной моды, происходит с такой же скоростью, как для одиночной моды на момент минимального значения скорости конверсии, т. е. как можно быстро. В этом заключается проявление аналогии между фронтом со сложным автомодельным спектром, характеризующимся в каждый момент времени своей доминантной длиной волны λ_d , и одиночной модой.

Полагая

$$E_1 \sim S(\lambda_d)W(\lambda_d)\lambda_d \quad (6.2)$$

и учитывая, что для ячейки доминантной моды $S(\lambda_d) \sim \lambda_d$ для 2D и $S(\lambda_d) \sim \lambda_d^2$ для 3D геометрии; плотность кинетической энергии на фронте конверсии в тяжелой жидкости W для автомодельной стадии развития оценим из размерных соображений, как

$W(\lambda_d) \sim \frac{\lambda_d^2}{t^2}$, поскольку линейным масштабом является λ_d , а временным масштабом для Р–М неустойчивости в автомодельном режиме выступает само время t ;

и соответственно $d\tau = \frac{dt}{t}$, получим из (6.2)

$$E_1 \sim \lambda_d^n \quad (6.3)$$

и соответственно из (6.1)

$$\frac{d(\ln(\lambda_d))}{d(\ln t)} = \frac{2+d_1}{n}, \quad (6.4)$$

где $n=4$ для 2D и $n=5$ для 3D геометрии соответственно, а

$$d_1 = \left[\frac{d(\ln(\varepsilon_1))}{d\tau} \right]_{\xi=\xi_{1m}}. \quad (6.5)$$

Из (6.4) следует, что доминантная длина волны возмущений на Р–М фронте конверсии в тяжелой жидкости и соответственно амплитуда фронта конверсии меняются по закону

$$\lambda_d \sim t^{\delta_1}, \quad (6.5)$$

где

$$\delta_1 = \frac{2+d_1}{n}. \quad (6.6)$$

При рассмотрении динамики Р–М фронта конверсии в легкой жидкости следует учитывать особенности процесса обмена энергиями между струями тяжелой жидкости и легкой жидкости в конверсионном слое, о которых уже говорилось в разделе 4 при рассмотрении выбора доминантной моды для Р–М фронта конверсии. В частности, там отмечалось, что при близких плотностях тяжелой и легкой жидкостей ($A \leq 0,2$) развитие Р–М неустойчивости в них происходит одинаковым образом, так что в этом случае законы роста для фронтов конверсии в тяжелой и легкой жидкостях должны быть близки и соответствовать закону (6.5). При больших числах Атвуда наблюдается передача энергии от струй тяжелой жидкости к легкой жидкости в конверсионном слое, что выражается в том, что скорость конверсии в легкой жидкости становится больше 0. Поэтому доминантная мода в легкой жидкости выделяется условием максимальной скорости передачи энергии от струй тяжелой жидкости в легкую. Оценку динамики фронта конверсии в легкой жидкости получим путем пересчета с фронтов тяжелой жидкости и используя подобие по энергиям с фронтами для одиночной моды, а именно

$$\frac{d \ln \left(\frac{E_0}{E_1} \right)}{d\tau} = \left[\frac{d \ln \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1} \right)}{d\tau} \right]_{\xi=\xi_{0m}}, \quad (6.7)$$

где $d_0 = \left[\frac{d \ln \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1} \right)}{d\tau} \right]_{\xi=\xi_{0m}} > 0$; ξ_{0m} – координата смещения фронта ξ , при котором достигается максимум скорости конверсии одиночной моды в легкой жидкости для положительных значений w_0 .

Таким образом, при $A > 0,2$, поскольку для Р–М неустойчивости для фронтов в легкой жидкости, как и для фронтов в тяжелой жидкости, $E_0 \sim \lambda_0^n$, $E_1 \sim \lambda_1^n$, где λ_0, λ_1 – доминантные моды на фронтах конверсии в легкой и тяжелой жидкостях соответственно, и с учетом $\lambda_1 \sim t^{\delta_1}$, $\lambda_0 \sim t^{\delta_0}$, получим из (6.7)

$$\delta_0 = \delta_1 + \frac{d_0}{n}, \quad (6.8)$$

где d_0 определяется соотношением

$$d_0 = \left[\frac{d \ln(\psi)}{d\tau} \right]_{\xi=\xi_{0m}}, \quad (6.9)$$

а функция $\psi(\xi, \delta)$ определена для Р–М неустойчивости (3.9) в разделе 3 для 2D и 3D геометрии.

Полученные соотношения (6.6), (6.8) для δ_1 и δ_0 позволяют получить их значения, опираясь только на данные по динамике одиночной моды.

7. Оценки параметров Р–Т и Р–М фронтов

7.1. Оценки параметров α_i для Р–Т фронтов

В соответствии с формулами (5.6), (5.8), полученными в разделе 5 в рамках конверсионной модели, были проведены оценки параметров α_i , позволяющих описывать законы роста фронтов $h_i \sim \alpha_i g A t^2$ для случая Р–Т неустойчивости со сложным спектром. В частности, было получено, что фронт конверсии в тяжелой жидкости (или фронт пузырей) движется по этому закону с постоянной α_1 , определенной:

– для 2D геометрии

$$\alpha_1 = 0,0371 \sqrt{1 + \left(\frac{\rho_0}{\rho_1} \right)};$$

– для 3D геометрии

$$\alpha_1 = 0,0524 \sqrt{1 + \left(\frac{\rho_0}{\rho_1} \right)}.$$

Соответственно для фронтов конверсии в легкой жидкости (фронтов струй) величины α_0 оценивались путем пересчета по формуле (5.8), связывающей параметры α_0 и α_1 . Результаты расчетов параметров α_1 и α_0 для различных значений параметра Атвуда – A приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры α_1 и α_0 , рассчитанные по конверсионной модели для 2D и 3D геометрии

A	ρ_0/ρ_1	$\alpha_1(2D)$	$\alpha_0(2D)$	$\alpha_1(3D)$	$\alpha_0(3D)$
0,1	0,818	0,0500	0,0571	0,0707	0,0756
0,2	0,667	0,0479	0,0616	0,0677	0,0774
0,3	0,538	0,0460	0,0660	0,0650	0,0795
0,4	0,429	0,0443	0,0704	0,0627	0,0820
0,5	0,333	0,0428	0,0752	0,0605	0,0851
0,6	0,25	0,0414	0,0806	0,0586	0,0889
0,7	0,176	0,0402	0,0873	0,0569	0,0941
0,8	0,111	0,0391	0,0969	0,0553	0,1020
0,9	0,0526	0,0380	0,1213	0,0538	0,1215
0,95	0,0256	0,0375	0,2038	0,0531	0,2073
0,99	0,0050	0,0372	0,4544	0,0526	0,4559

На рис. 13 приведены зависимости параметров α_1 , α_0 от числа Атвуда для 3D геометрии, которые сравниваются с соответствующими экспериментальными данными, полученными на установке LEM [14–16] и их описанием в рамках модели Ги Демонта [20]. Отметим, что и экспериментальные данные LEM, и расчетные данные по модели [20] для параметров α_1 , α_0 представлены их аппроксимациями в виде [20]:

– эксперименты LEM

$$\alpha_1 = 0,05 \pm 0,005$$

Параметр δ_0 для 2D и 3D геометрий
при различных значениях А

A	ρ_0/ρ_1	$\delta_0(2D)$	$\delta_0(3D)$
0,1	0,818	0,324	0,259
0,2	0,667	0,324	0,259
0,25	0,600	0,348	0,259
0,3	0,538	0,369	0,259
0,4	0,429	0,407	0,259
0,5	0,333	0,444	0,259
0,55	0,290	0,462	0,272
0,6	0,25	0,480	0,285
0,7	0,176	0,517	0,313
0,8	0,111	0,558	0,345
0,9	0,0526	0,604	0,384
0,95	0,0256	0,631	0,410
0,99	0,0050	0,655	0,437

$$\alpha_0 = \alpha_1 \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^{D_\alpha}; \quad D_\alpha = 0,34 \pm 0,05;$$

– модель Ги Демонта [20]

$$\alpha_1 = 0,05;$$

$$\alpha_0 = \alpha_1 \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^{D_\alpha}; \quad D_\alpha = 0,42.$$

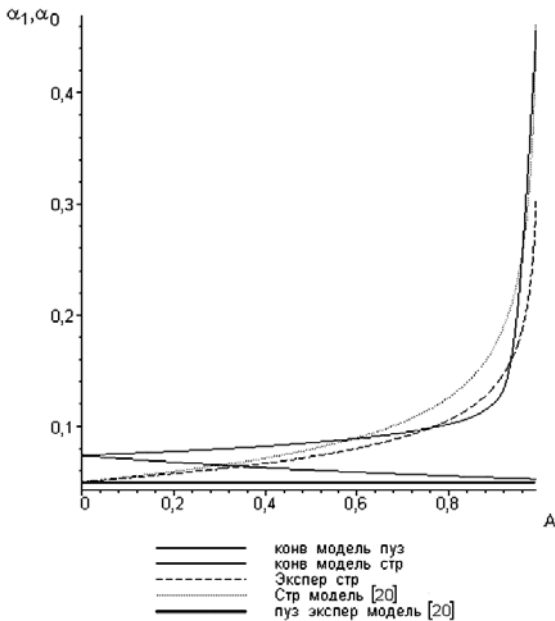


Рис. 13. Зависимости α_1, α_0 от А

Сравнение данных по параметрам α_1, α_0 , представленным на рис. 13, показывает, что имеет место вполне удовлетворительное описание экспериментальных данных LEM по обеим моделям, т. е. по модели Ги Демонта [20] и по конверсионной модели. Расхождение для конверсионной модели с экспериментальными данными LEM наблюдается по параметру α_1 при малых значениях А.

7.2. Оценки параметров δ_i для Р–М фронтов

Оценки параметров δ_i , позволяющих описывать Р–М фронты пузырей и струй по закону $h_i \sim t^{\delta_i}$, в рамках конверсионной модели проводились по формулам (6.6), (6.8).

В частности, для фронта конверсии в тяжелой жидкости (фронт пузырей) параметр δ_1 оказался следующим:

– для 2D геометрии $\delta_1 = 0,324$;

– для 3D геометрии $\delta_1 = 0,259$

и не зависел от числа Атвуда.

Для фронта конверсии в легкой жидкости параметры δ_0 для различных чисел Атвуда оценивались по формуле (6.8). Результаты расчетов δ_0 для 2D и 3D геометрий приведены в табл. 2.

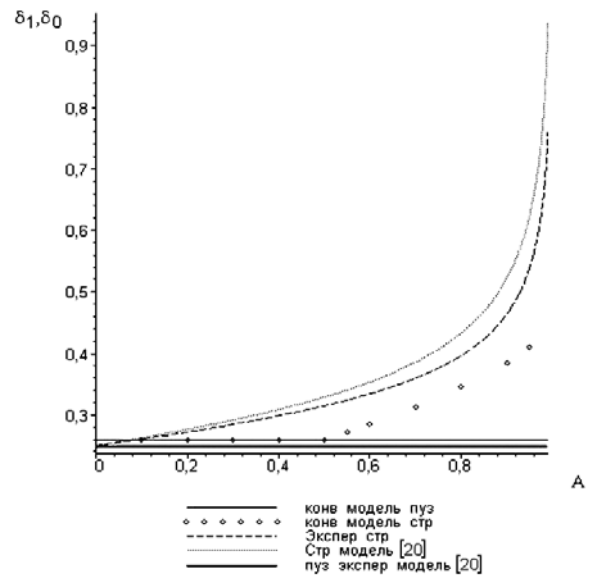


Рис. 14. Зависимости δ_1, δ_0 от А

На рис. 14 приведены зависимости δ_0 от числа Атвуда для 3D геометрии, которые сравниваются с соответствующими экспериментальными данными LEM [14–16] и их описанием в рамках модели Ги Демонта [20]:

– эксперименты LEM

$$\delta_1 = 0,25 \pm 0,05;$$

$$\delta_0 = \delta_1 \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^{D_\delta}; \quad D_\delta = 0,21 \pm 0,05;$$

– модель Ги Демонта [20]

$$\delta_1 = 0,25,$$

$$\delta_0 = \delta_1 \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^{D_\delta}; \quad D_\delta = 0,25.$$

8. Обсуждение результатов

Согласно данным расчетов развития одиночной моды, полученным в рамках конверсионной модели (КМ) в разделах 1–3, имеется вполне удовлетворительное описание фронтов конверсии в тяжелой жидкости (фронтов пузырей) и фронтов конверсии в легкой жидкости (фронтов струй) для Р–Т неустойчивости. Об этом свидетельствует сравнение расчетов по КМ с соответствующими данными по модели Гончарова В. Н. [26] по динамике пузырей при произвольных значениях числа Атвуда (см. рис. 1), а также сравнение с моделью Гончарова В. Н. [26] по динамике струй при малых A (см. рис. 2, 4). Кроме того, имеет место удовлетворительное согласие с полномасштабными двумерными численными расчетами, моделирующими Р–Т неустойчивость, по динамике струй при $A = 0,4$ (см. рис. 4). Наконец, при $A \rightarrow 1$ имеет место правильное асимптотическое поведение для скорости струй, а именно в КМ они стремятся к линейной функции от времени и соответствуют свободному падению с ускорением g . Тем не менее описание динамики струй в рамках КМ не претендует на высокую точность и возможно потребует дальнейшего подтверждения и уточнения области применимости.

В случае же Р–М неустойчивости, которая в рамках КМ рассматривается в импульсном приближении ($g = 0$), имеется удовлетворительное согласие расчетов по КМ с моделью Гончарова В. Н. [26] по динамике пузырей в широком диапазоне изменения числа Атвуда (см. рис. 7, а–в). По динамике струй, как и для Р–Т неустойчивости, требуется уточнение или подтверждение численными расчетами области применимости уравнений КМ для фронтов конверсии в легкой жидкости, однако отметим правильную передачу в КМ таких качественных особенностей динамики струй, как близость решений для пузырей и струй при малых A и выход на правильное асимптотическое поведение для струй при $A \rightarrow 1$.

Возможность выбора как для Р–Т, так и для Р–М неустойчивостей доминантной моды из имеющегося набора гармоник с «нулевыми» начальными условиями путем использования принципа максимальной скорости конверсии представляется правдоподобным выходом, хотя его нельзя считать хоть в какой-то мере обоснованным. Связь этого принципа с высказанным предложением Г. Биркгофа [30] о максимальной скорости перехода потенциальной энергии в кинетическую в случае Р–Т неустойчивости нами в явной форме не выявлялась, хотя, по-видимому, она может иметь место.

Несколько различные условия подобия Р–Т и Р–М фронтов с доминантной длиной волны λ_d и динамикой одиночной моды на момент максимальной скорости конверсии, на наш взгляд, обусловлены различным характером взаимодействия мод: в случае Р–Т неустойчивости идет усиление динамики мод за счет перехода потенциальной энергии в кинетическую по всему фронту конверсии, тогда как в случае Р–М неустойчивости имеет место убывание энергии отдельных гармо-

ник («распад» гармоник) для фронтов конверсии в тяжелой жидкости. Случаи фронтов конверсии в легкой жидкости для Р–Т и Р–М неустойчивостей близки друг к другу: это переход энергии струй тяжелой жидкости в кинетическую энергию легкой жидкости, который рассматривается на момент максимальной скорости конверсии одиночной моды в легкой жидкости.

Сравнение рассчитанных по КМ параметров Р–Т фронтов α_i с аппроксимацией экспериментальных данных, полученных на установке LEM [14–16], а также с их описанием по модели Ги Демонта [20], проведенное в 7.1 (см. рис. 13), показывает удовлетворительное согласие этих данных между собой. Кроме того, аналогичное сравнение по параметрам Р–М фронтов струй и пузырей, проведенное в 7.2 (см. рис. 14) также показало близость расчетных данных по КМ и результатов экспериментов LEM и модели [20]. Это позволяет рассчитывать на то, что лежащие в основе КМ положения об условиях подобия динамики фронтов со сложным спектром и динамики одиночной моды имеют под собой возможно более глубокие основания.

Заключение

Для описания основных закономерностей динамики развития Р–Т неустойчивой одиночной гармоник предложена КМ, которая позволяет удовлетворительно описывать изменение со временем амплитуд фронтов конверсии в тяжелой жидкости (фронтов пузырей) и фронтов конверсии в легкой жидкости (фронтов струй) как на линейной стадии, так и на нелинейной стадии.

Определенные в рамках КМ понятия конверсионной функции ϵ , характеризующей динамику фронта, скорости конверсии w , характеризующей скорость преобразования энергии возмущений, позволили сформулировать основной принцип динамики фронтов со сложным начальным спектром гармоник, а именно: для малых («нулевых») начальных возмущений динамика фронта определяется динамикой доминантной моды, которая обеспечивает на данный момент максимальную скорость конверсии, т. е. скорость преобразования энергии в конверсионном слое.

Полученные в рамках КМ параметры Р–Т фронта α_1 , α_0 удовлетворительно согласуются как с имеющимися экспериментальными данными на установке LEM [14–16], так и с недавно опубликованной моделью Ги Демонта [20].

Оценки параметров Р–М фронтов δ_1 , δ_0 проведенные по КМ в импульсном приближении также удовлетворительно согласовались с данными LEM [14–16] и моделью Ги Демонта [20].

Список литературы

1. Taylor G. I. Proc. R. Soc. London. 1950. Ser. A 201. P. 192.
2. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Oxford University Press, Oxford, 1961.

3. Sharp D. H. // *Physica* (Amsterdam) 1984. Vol. 12 D. P. 3.
4. Youngs D. L. // *Physica* (Amsterdam) 1989. Vol. 37 D, P. 270.
5. Richtmyer R. D. // *Commun. Pure Appl. Math.* 1960. Vol. 13. P. 297.
6. Meshkov E. E. // *Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh. Zhidk. Gaza.* 1969. Vol. 5. P. 151.
7. Lindl J. D. *Inertial Confinement Fusion. The Quest for Ignition and Energy Gain Using Indirect Drive* (AIP, Woodbury, NY, 1998).
8. Gull S. F. // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 1975. Vol. 171. P. 263.
9. Youngs D. L. Experimental investigation of turbulent mixing by Rayleigh-Taylor instability. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Plasmas, Princeton, 1988.
10. Read K. I. // *Physica* 1984. Vol. 12 D. P. 45.
11. Kucherenko Yu. A., Shibarshov L. I., Chitai-kin V. I., Balabin S. I., and Pylaev A. P., in *Proceedings of the Third International Workshop of Physics Compressible Turbulent Mixing*, edited by R. Dautray (Commissariat Energie Atomique, Cesta, France, 1991). P. 427.
12. Linden P. F., Redondo J. M., and Youngs D. L. // *J. Fluid Mech.* 1994. Vol. 265. P. 97.
13. Andrews M. J. and Spalding D. B. // *Phys. Fluids.* 1990. Vol. A 2. P. 922.
14. Dimonte G. and Shneider M. // *Phys. Rev.* 1996. Vol. E 54. P. 3740.
15. Shneider M., Dimonte G., and Remington B. // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 80. P. 3507.
16. Dimonte G. and Shneider M. // *Phys. Fluids.* 2000. Vol. 12. P. 304.
17. Pham T. and Meiron D. I. // *Phys. Fluids.* 1993. Vol. A 5. P. 344.
18. Dimonte G. // *Phys. Plasmas.* 1999. Vol. 6. P. 2009.
19. Youngs D. L. // *Laser Part. Beams.* 1994. Vol. 12, P. 725.
20. Dimonte G. et al. // *Phys. Fluids.* 2004. Vol. 16. P. 1668.
21. Alon U., Hecht J., Ofer D., and Shvarts D. // *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 74. P. 534.
22. Shvarts D., Alon U., Ofer D., McCrory R.L., and Verdon C.P. // *Phys. Plasmas.* 1995. Vol. 2. P. 2465.
23. Glimm J., Li X. L., Menikoff R., Sharp D. H. and Zhang Q. // *Phys. Fluids.* 1990. Vol. A 2. P. 2046.
24. Dimonte G. // *Phys. Plasmas.* 2000. Vol. 7, No 6. P. 2255–2269.
25. Ramaprabhu R. and Dimonte G. // *Phys. Rev.* 2005. Vol. E 71. P. 036314.
26. Goncharov V.N. // *Phys. Rev. Lett.* 2002. Vol. 88. P. 134502.
27. Sohn S-I. // *Phys. Rev.* 2003. Vol. E 67. P. 026301.
28. Abarzhi S. I., Nishihara K. and Glimm J. // *Phys. Lett.* 2003. Vol. A 317. P. 470.
29. Камчибеков М. Д. // *ПМТФ.* 1985. № 6.
30. Birkhoff G. Los Alamos report LA-1927. 1956.
31. Камчибеков М. Д., Мешков Е. Е., Невмержицкий Н. В., Сотсков Е. А. Турбулентное перемешивание на цилиндрической границе газ-жидкость. Препринт № 46. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 1996.
32. Камчибеков М. Д., in *Proceedings of the Seventh International Workshop of Physics Compressible Turbulent Mixing*, edited by E. Meshkov, Y. Yanilkin and V. Zhmailo. St.-Petersburg. Russia. 1999.

Статья поступила в редакцию 14.04.2009