

ОПТИМИЗАЦИЯ СЖАТИЯ ГАЗА В МИШЕНЯХ ИНЕРЦИАЛЬНОГО ТЕРМОЯДЕРНОГО СИНТЕЗА НА ОСНОВЕ ТОЧНОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБ АВТОМОДЕЛЬНОЙ ВОЛНЕ СЖАТИЯ

Л. В. Ктиторов

Институт прикладной математики имени М. В. Келдыша РАН

Получено автомодельное решение задачи об изэнтропическом сжатии идеального газа в центрированной волне. Для решения задачи использованы переменные Лагранжа, позволившие единым образом решить задачу в цилиндрической и сферической геометрии. На основе полученного решения построены оптимальные функциональные зависимости энерговложения от времени и координат в цилиндрических мишенях тяжелоионного термоядерного синтеза. Выполнены одномерные расчеты сжатия мишеней с использованием гидродинамических программ. Показано, что в расчетах с энерговложением 500 кДж/см удается получить необходимые сверхвысокие сжатия DT-газа до плотности 100 г/см³. Показано, что примененный способ построения энерговложения позволяет снизить полные затраты энергии пучка ионов на стадии сжатия в несколько раз по сравнению с ранее рассмотренными вариантами.

Введение

Предложение использовать процесс адиабатического сжатия DT-газа для инерциального термоядерного синтеза было сделано в ранних работах [1], посвященных этой проблеме. Впоследствии для цилиндрических мишеней тяжелоионного синтеза это предложение было конкретизировано [2–4] в виде схемы двухстадийного (плавное сжатие+быстрый поджиг с торца) процесса получения зажигания в ИТС. При этом предполагалось, что таким образом удастся сформировать волну горения, которая, распространяясь вдоль оси, вызовет выгорание термоядерного горючего. Сжатие DT-смеси предполагалось прямым – с использованием энерговложения внутри поршня, который, расширяясь, разгоняет тонкую массивную (с массой, много большей массы DT-газа) оболочку, сжимающую газ. Было показано [2], что для существования детонационной волны необходимо достижение повышенных значений критерия ρr : $\rho r = 0,5 \text{ г/см}^2$. Обзор работ на тему сжатия DT-смеси в цилиндрических мишенях сделан в [3], там же приведены необходимые ссылки на предшествовавшие расчеты. Суммирующим результатом этих расчетов явился вывод [3] о том, что в наиболее принципиальном случае, в котором достигается значение $\rho r = 0,4\div 0,5 \text{ г/см}^2$ и $\rho \sim 100 \text{ г/см}^3$, необходимы вложения энергии порядка 10 МДж на 1 см длины мишени для осуществления сжатия и порядка 0,4 МДж для осуществления поджига.

Следует отметить, что общим в этих работах являлось то, что подбор параметров сжатия производился без использования точных решений, описывающих цилиндрическую изэнтропическую центрированную волну сжатия.

В настоящей работе поставлена цель оптимизировать энерговложение в цилиндрических мишенях как функцию времени и пространственных координат, чтобы необходимые значения плотности ($\rho \sim 100 \text{ г/см}^3$) при сжатии DT-газа достигались с минимальной затратой полной вложенной энергии. При этом аналогичное полученному в работах [5, 6] решению, описывающее изэнтропическую центрированную волну сжатия, используется непосредственно, а именно: на его основе строятся временные зависимости для задания таблиц энерговложения в численных расчетах сжатия DT-смеси. Кроме того, выигрыша в энергии удастся добиться в результате разумного пространственного распределения энерговложения. Как показано ниже, вместе это позволяет снизить энергетические затраты на стадии сжатия примерно на порядок по сравнению с приведенными выше значениями.

Очевидно, что с практической точки зрения нет большой пользы в достижении очень уж малых значений энергии сжатия, поскольку большая величина энергии ($\sim 400 \text{ кДж}$) должна быть затрачена на поджиг. Однако, на взгляд автора, задача добиться того, чтобы энергия сжатия стала одного порядка с этим значением, является достойной внимания.

Задача об изэнтропическом сжатии идеального газа центрированной волной неоднократно рассматривалась раньше [5–8]. Было показано, что плоская задача имеет аналитическое решение [7], а задачи о цилиндрическом и сферическом сжатии имеют автомодельное решение, которое может быть получено путем численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Однако в работах, посвященных расчету центрированной волны сжатия в цилиндрическом [5] и сферическом [6] случаях, применяются методы решения, сильно различающиеся между собой. Для целей построения временной функции энерговложения необходимо объединение результатов этих работ, поэтому мы вынуждены разработать новый метод решения задачи об изэнтропическом сжатии.

В настоящей работе излагается именно такой метод решения этой задачи, одинаково пригодный как в сферическом, так и в цилиндрическом случаях. При этом по возможности ограничивается количество предположений, на которых основано полученное решение. Фактически допускается единственное предположение – об автомодельности искомого решения. В этом смысле представляемая работа следует работам [5, 6], от которых отличается, однако, системой уравнений, к которой сводится задача (здесь система уравнений записывается в лагранжевых координатах), и методом решения этих уравнений.

Представляемая работа состоит из двух связанных между собой частей: в первой части решается автомодельная задача о центрированной волне сжатия идеального газа, во второй приводятся результаты одномерных численных расчетов сжатия цилиндрических мишеней по программе НЗТ (3-температурная гидродинамика с теплопроводностью), разработанной в ИПМ РАН [9]. При этом пространственная и временная зависимости энерговложения в расчетах строятся на основе полученного решения автомодельной задачи.

1. Автомодельное изэнтропическое сжатие идеального газа центрированной волной

1.1. Уравнения сжатия

Рассмотрим задачу об изэнтропическом сжатии идеального газа с показателем адиабаты γ . Пусть в начальный момент газ покоится и является однородным, начальная плотность, начальный радиус газа, начальная скорость звука равны единице (тогда начальное давление равно $1/\gamma$). Введем переменные: время t , лагранжев (начальный) радиус частицы ξ , эйлеров радиус r , давление P , плотность ρ . Примем момент фокусировки за $t=0$. Тогда в начальный момент $t=-1$ и после начала движения независимо от геометрии выполняется

$$r = \xi; \quad \rho = 1; \quad P = \frac{1}{\gamma} \quad \text{при } 0 \leq \xi \leq -t. \quad (1)$$

При этом значения (1) являются граничными условиями для уравнений адиабатического сжатия при $\xi = -t$.

Обозначим штрихом дифференцирование по ξ , точкой – по t . Тогда уравнения гидродинамики принимают вид (здесь $v = 1, 2, 3$ соответствуют плоской, цилиндрической и сферической симметрии):

$$\begin{cases} \frac{\dot{r}}{r^{v-1}} = -\frac{P'}{\xi^{v-1}}, \\ \frac{r^{v-1} r'}{\xi^{v-1}} = \frac{1}{\rho}, \\ P = \frac{1}{\gamma} \rho^\gamma. \end{cases} \quad (2)$$

Заметим, что при $t \rightarrow 0$ решения во всех случаях имеют известную степенную асимптотику. Для движения поршня (внешней границы газа) они имеют вид

$$R \sim \frac{2}{(-t)^{\gamma v + 2 - v}}. \quad (3)$$

1.2. Плоская геометрия

Решение системы (2) в плоской геометрии с граничными условиями (1) приведено в [8]. Оно может быть записано в элементарных функциях:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \xi^{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} (-t)^{\frac{2}{\gamma+1}} - \frac{2}{\gamma-1} (-t); \\ \rho &= \xi^{\frac{2}{\gamma+1}} (-t)^{-\frac{2}{\gamma+1}}; \\ P &= \frac{1}{\gamma} \xi^{\frac{2\gamma}{\gamma+1}} (-t)^{-\frac{2\gamma}{\gamma+1}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Заметим, что в этом решении плотность, давление, ускорение являются строго степенными функциями времени и лагранжевого радиуса. Отметим также особенность плоского решения, которая является общей для всех $v = 1, 2, 3$: это решение (4) является автомодельным. Это означает, что траектории различных точек газа только масштабом отличаются от траектории поршня.

1.3. Автомодельная система уравнений

Решение системы уравнений (2) в цилиндрической и сферической геометрии проводится в предположении об автомодельности получающегося движения.

Вводим автомодельную переменную $z = \frac{\xi}{(-t)}$, причем $z > 1$, и представляем гидродинамические величины в виде функций от z :

$$\begin{aligned} r &= \xi x(z); \\ \rho &= \rho(z); \\ P &= P(z). \end{aligned} \quad (5)$$

Тогда уравнения (2) записываются в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений (здесь за D обозначен оператор дифференцирования по $\ln z$:

$$D \equiv \frac{zd}{dz})$$

$$\begin{cases} D(D+1)x = -\frac{x^{v-1}}{z^2} DP; \\ x^{v-1}(D+1)x = \frac{1}{\rho}; \\ \gamma P = \rho^\gamma. \end{cases} \quad (6)$$

С граничными условиями: $x(1) = 1$, $Dx(1) = 0$.

1.4. Решение системы уравнений

Система (6) преобразуется к виду, удобному для интегрирования

$$\begin{cases} \frac{d \ln x}{d \ln z} = A - 1, & \text{где } A = \frac{1}{\rho x^v}; \\ \frac{d \ln x}{d \ln \rho} = \frac{1}{v-1}(B-1), & \text{где } B = \frac{\rho^{\gamma+1} x^{2v-2}}{z^2}. \end{cases} \quad (7)$$

С граничными условиями:

1) на фронте волны ($z = 1$):

$$x(1) = 1, \quad \rho(1) = 1; \quad (8)$$

2) в момент фокусировки ($z = \infty$):

$$\left. \begin{aligned} x &\sim z^{-\frac{2}{v\gamma+2-v}} \\ \rho &\sim z^{\frac{2v}{v\gamma+2-v}} \end{aligned} \right| \text{при } z \rightarrow +\infty. \quad (9)$$

При этом должно выполняться:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{x^v \rho} = \frac{v(\gamma-1)}{\gamma v + 2 - v} \\ B &= \frac{x^{2(v-1)} \rho^{\gamma+1}}{z^2} = \frac{1}{v} \end{aligned} \right| \text{при } z \rightarrow +\infty. \quad (10)$$

С физической точки зрения одной из причин, по которой построение решений системы (7) в цилиндрической и сферической геометрии вызывает трудности, является необходимость удовлетворения противоречащих друг другу условий: 1) сходящаяся к центру волна должна оставаться звуковой; 2) при схождении к центру амплитуда волны должна неограниченно расти. По этой причине зависимости гидродинамических величин на фронте звуковой волны имеют особенности, не позволяющие продолжать решение с начальными усло-

виями (8). Поэтому далее мы решаем систему (7) методом Рунге–Кутты с начальными условиями на бесконечности.

1.4.1. Цилиндрическая геометрия. Для выхода из особой точки $z = \infty$ записываем решение в виде

$$x = x_0 \left(1 + a_x z^\lambda\right); \quad (11)$$

$$\rho = \rho_0 \left(1 + a_\rho z^\lambda\right),$$

где x_0 , ρ_0 получаются из уравнений (10), λ вычисляется как отрицательный корень квадратного уравнения

$$\lambda^2 - 2\lambda \frac{\gamma+1}{\gamma} - 4 \frac{\gamma-1}{\gamma} = 0, \quad (12)$$

коэффициенты a_x , a_ρ связаны между собой соотношением

$$\left(\lambda + 2 \frac{\gamma-1}{\gamma}\right) a_x + \frac{\gamma-1}{\gamma} a_\rho = 0. \quad (13)$$

Далее выбираем пробные значения a_x и решаем систему уравнений от $z = \infty$ до $z = 1$. Далее итерационно добиваемся выполнения граничного условия (8). В качестве дополнительного контроля проверяем выполнение при $z = 1$ разложения

$$x = 1 - \frac{1}{2(\gamma+1)}(z-1)^2; \quad (14)$$

$$\rho = 1 + \frac{1}{(\gamma+1)}(z-1).$$

Например, для $\gamma = 5/3$ значение a_x оказывается равно $-0,63615$.

1.4.2. Сферическая геометрия. Задача решается аналогично цилиндрическому случаю.

Для выхода из особой точки $z = \infty$ записываем решение в виде (11), причем квадратное уравнение вместо (12) имеет вид

$$\lambda^2 - \lambda \frac{3(\gamma+1)}{3\gamma-1} - 9 \frac{\gamma-1}{3\gamma-1} = 0, \quad (15)$$

а коэффициенты a_x , a_ρ связаны между собой соотношением

$$\left(\lambda + 9 \frac{\gamma-1}{3\gamma-1}\right) a_x + 3 \frac{\gamma-1}{3\gamma-1} a_\rho = 0. \quad (16)$$

Далее аналогично решаем систему уравнений от $z = \infty$ до $z = 1$.

Например, для $\gamma = 5/3$ значение a_x оказывается равно $-0,5669$.

1.5. Результаты решения

Некоторые элементы решения приведены на рис. 1–3: радиус и ускорение внешней границы и профиль плот-

ности, при этом кинематические параметры границы определяются формулами:

$$\left. \begin{aligned} R(t) &= zx \\ \dot{R}(t) &= u = zx(A-1) \\ \ddot{R}(t) &= g = (v-1)z^2x \frac{AB(A-1)}{B-1} \end{aligned} \right\} \text{при } z = \frac{1}{-t}. \quad (17)$$

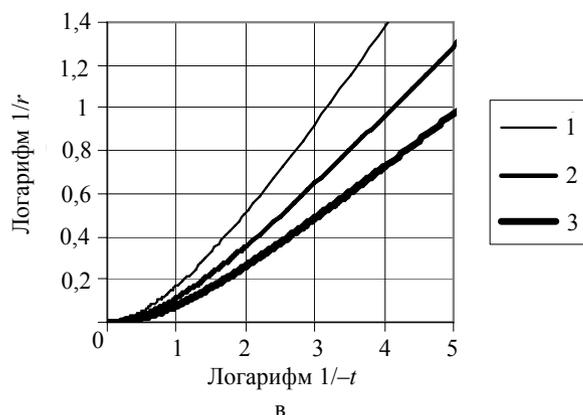
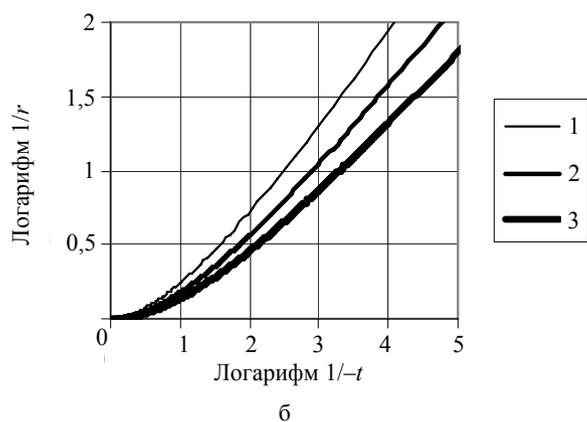
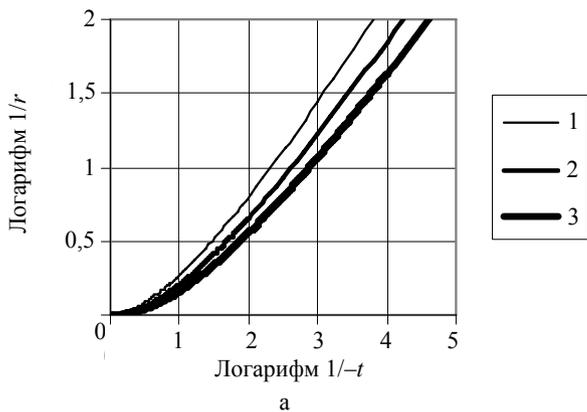


Рис. 1. Радиус внешней границы газа в зависимости от времени в логарифмическом масштабе, $\nu = 1, 2, 3$:
а – $\gamma = 4/3$; б – $\gamma = 5/3$; в – $\gamma = 3$

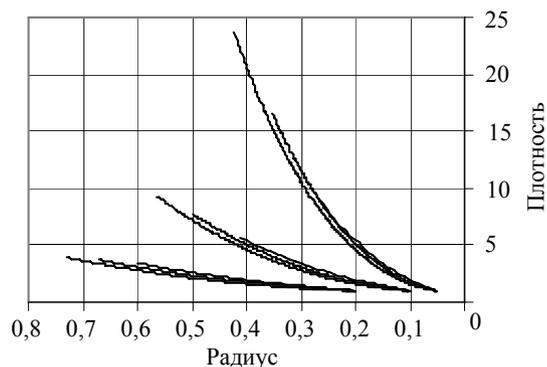


Рис. 2. Профиль плотности в волне сжатия, $\gamma = 5/3$, $\nu = 1, 2, 3$ для моментов времени $(-t) = 0,05; 0,1; 0,2$. Волна движется слева направо. Короткие кривые в каждом семействе соответствуют плоскому решению, более длинные – цилиндрическому и сферическому

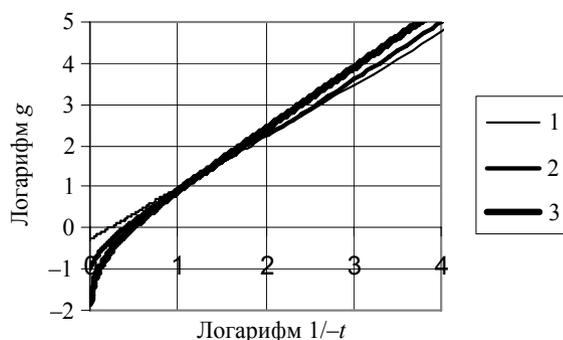


Рис. 3. Ускорение внешней границы газа в зависимости от времени, $\gamma = 5/3$, $\nu = 1, 2, 3$

2. Реализация режима безударного сжатия в численных расчетах

Приведем в качестве примера применения описанного автомодельного решения уравнений (6) численные расчеты изэнтропического сжатия газа в цилиндрической мишени для тяжелоионного инерционного термоядерного синтеза. В одномерных расчетах была использована программа НЗТ, ранее разработанная группой авторов в ИПМ [9]. В программе рассчитывалась гидродинамика без теплопроводности.

2.1. Параметры рассматриваемых мишеней

На рис. 4, 5 приводится типичный пример слоистой цилиндрической мишени, которая разработана, исходя из возможностей реальных сильноточных ускорителей тяжелых ионов, а именно: приведена схема мишени ИТИС [2], представленной группой ИТЭФ на международной конференции (HIF 2002). В таких мишенях стремятся получить плавное сжатие ДТ-смеси с достижением необходимых значений $\rho R = 0,4-0,5 \text{ г/см}^2$ с последующим поджигом полученного сжатого газа с торца

точно

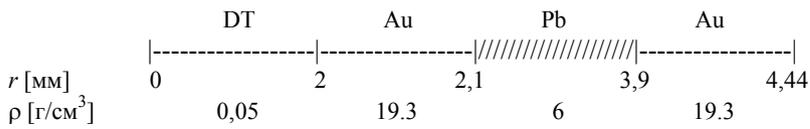


Рис. 4. Радиальная геометрия слоистой цилиндрической мишени с указанием начальных параметров

сфокусированным пучком ионов. Энерговложение осуществляется в область, заполненную свинцом, облучением с открытых торцов мишени пучками ионов в направлении оси симметрии на всю ее длину. В работах [2, 3] указывается, что стадия сжатия до необходимых плотностей $\rho \sim 100 \text{ г/см}^3$ длится 100–1000 нс и для ее осуществления требуется энергия 3–10 МДж на 1 см длины мишени.

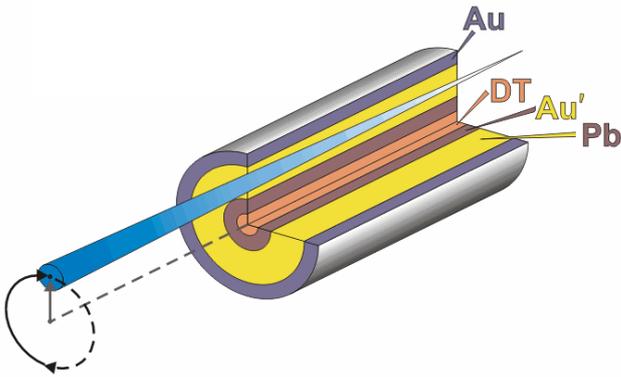


Рис. 5. Схема мишени [10]

Введем удобную для расчетов систему единиц: $[l] = 10^{-2} \text{ см}$, $[m] = 10^{-6} \text{ г}$, $[t] = 10^{-8} \text{ с}$. В этой системе единиц полное удельное энерговложение составляет $q = 10 \div 100$.

2.2. Исходные данные для численного счета

Поставим задачу достичь требуемых для зажигания значений плотности газа, затратив минимальное значение энергии. Тогда, естественно, мы должны использовать решение для цилиндрической волны сжатия, полученное выше. Из этого решения в качестве исходных данных для численных расчетов используются величины скорости и ускорения внешней границы газа. Исходим из того, что уравнение состояния (УРС) DT-смеси в рассматриваемом диапазоне плотностей и температур является идеальным газом с $\gamma = 5/3$ с хорошей точностью. Аналогично в качестве УРС испаренного свинца также можно взять идеальный газ. Следует, однако, отметить, что при этом из экспериментов следует, что эффективное значение γ оказывается меньше $5/3$: $\gamma \sim 1,4-1,45$.

На рис. 6 показана в логарифмическом масштабе зависимость величин скорости и ускорения внешней границы газа от времени для выбранной мишени. Предполагается, что начальный размер газа $L = 20$, начальная скорость звука $c = 0,2$ (что для DT-смеси соответствует на-

чальной температуре $\sim 1700 \text{ К}$). При этом все сжатие газа продолжается от $t = 0$ до $T \sim 100$. При этом вблизи фокусировки функции имеют асимптотику (для $\gamma = 5/3$, геометрия цилиндрическая)

$$u \sim 0,2 \cdot (3 \cdot 2^{-0,5} \cdot 5^{-0,2} \cdot z^{0,4}) \sim 0,2 \exp(0,4y + 0,4302); \quad (18)$$

$$g \sim 0,002 \cdot (3 \cdot 2^{0,5} \cdot 5^{-1,2} \cdot z^{1,4}) \sim 0,002 \exp(1,4y - 0,4861),$$

$$\text{где } y = \ln z = \ln\left(\frac{100}{100-t}\right).$$

Это же решение для газа с показателем адиабаты $\gamma = 5/3$ представлено на рис. 6.

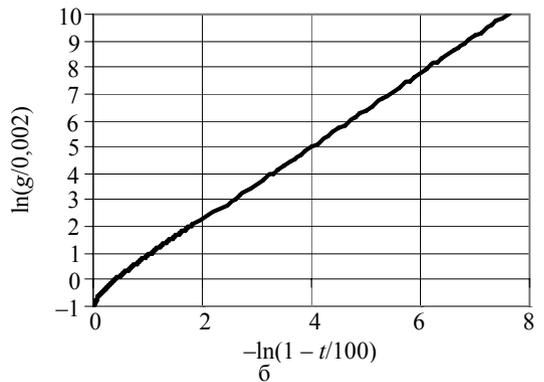
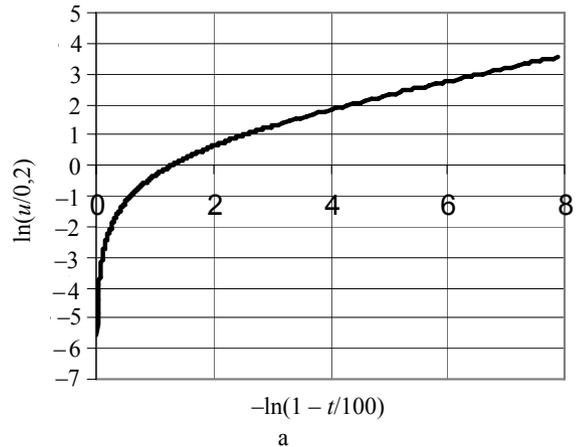


Рис. 6. Скорость (а) и ускорение (б) как функции времени при изэнтропическом сжатии идеального газа с $\gamma = 5/3$ в цилиндрической геометрии

2.3. Идеализированный расчет

В рассматриваемой мишени оболочка примерно в 40 раз массивнее газа. Кроме того, ее плотность в не-

сколько раз больше плотности поршня (разогретого свинца). Это позволяет в качестве первого приближения считать оболочку сосредоточенной массой, динамика которой определяет связь между энерговыделением и ускорением. Такой расчет, в котором пренебречь толщиной оболочки, будем считать идеализированным расчетом.

Для того чтобы в расчете оболочка стала тонкой, необходимо обеспечить высокую плотность в оболочке. Это можно сделать, выбрав в оболочке УРС в виде идеального газа с небольшим (практически нулевым) начальным нагревом. Для расчета реальных мишеней такое упрощение является слишком сильным огрублением. Однако оно полезно с методической точки зрения, поскольку в такой идеализированной системе, где все УРС – идеальные газы, выполняется гидродинамическое подобие. Подобие, в свою очередь, позволяет делать масштабный пересчет по размерам мишени и времени сжатия.

Полная энергия, которую необходимо вложить в свинцовый слой для достижения определенного сжатия, зависит от времени, за которое эта энергия вкладывается. Действительно, в приближении бесконечно тонкой оболочки ускорение оболочки пропорционально давлению в свинцовом слое, пропорциональному, в свою очередь, полной вложенной энергии. Ускорение оболочки есть универсальная автомодельная функция времени (см. рис. 6), умноженная на размерный множитель L/T^2 . Поэтому полная энергия также пропорциональна этой величине: $E \sim 1/T^2$.

В работе [10] принято, что полное время энерговыделения в рассматриваемой мишени $T \sim 100$ (1000 нс). Ниже мы приняли такое же время энерговыделения, имея в виду, что при необходимости результаты могут быть с легкостью пересчитаны.

Если обозначить давление на внешней поверхности тонкой оболочки P , массу единицы площади оболочки M , ускорение оболочки g , плотность энергии в свинце ϵ и считать свинец идеальным газом с показателем γ , то уравнение движения Ньютона записывается в виде

$$Mg = P. \quad (19)$$

Отсюда

$$\rho\epsilon = \frac{M}{\gamma - 1} g. \quad (20)$$

Примем условно, что все вещества в системе – идеальные газы с показателем адиабаты равным $5/3$. Грубость такого приближения может быть оправдана тем, что для решения задач оптимизации удобно иметь дело с унифицированными уравнениями состояния. Кроме того, при необходимости результаты расчетов легко пересчитать на другие значения γ свинца по формуле (20).

Таким образом, для значений времени $t = 0 \div T$ из решения $g(t)$ (18) выбираем значение ускорения, затем из соотношения (20) получаем таблицу удельного энерговыделения на единицу объема в зависимости от времени.

2.3.1. Результаты расчетов. Таким образом, была проведена серия одномерных расчетов, геометрия которых совпадала с рис. 4. В каждом из них в 1-й области (DT-газ) был задан такой начальный разогрев, что

скорость звука в нем составила $c = L/T = 0,2$ (2 км/с), а в третьей области (свинец) было задано равномерно по объему энерговыделение, которое зависело от времени согласно функции $g(t)$, изображенной на рис. 6. В качестве исходной задавалась производная по времени от объемной плотности энергии.

На рис. 7 представлены результаты таких расчетов. На графике приведено максимальное значение средней плотности DT-смеси, достигнутое в расчете, как функция полной энергии в расчете. Во всех расчетах, обозначенных круглыми маркерами, была задана одна и та же функция – зависимость плотности энерговыделения от времени, однако эта функция обрезалась в разные моменты времени: например, точка $E = 120$ кДж/см, $\rho = 101$ г/см³ соответствует времени обрезания $T = 94$ (940 нс), а точка $E = 713$ кДж/см, $\rho = 466$ г/см³ – $T = 99$. Линией на рисунке обозначена примерная зависимость (тренд) плотности от энергии, которая следует из всей совокупности расчетов.

Квадратными маркерами и серой кривой на рис. 9 обозначены расчеты, в которых кроме описанного использован второй способ уменьшения полной энергии сжатия – использование пространственного распределения энерговыделения. Идея метода состоит в том, что возмущения от точек свинца, расположенных далеко от оболочки, не успевают дойти до DT-газа до момента фокусировки. Это означает, что энергия, которая тратится на нагрев этих точек, фактически расходуется впустую. Если теперь обеспечить энерговыделение в свинце так, чтобы начиная с определенного момента нагревались только близкие к оболочке точки, можно получить выигрыш в суммарной энергии.

Кривая на рис. 8 – зависимость от времени предельного расстояния (это степенная функция $x \sim (1000 - t)^{0,3}$). Кривую энерговыделения можно к ней приблизить и получить выигрыш в полной энергии примерно в два раза.

Суммируя результаты, представленные на рис. 7, 9, можно сделать следующий вывод.

Применение точного решения уравнений изэнтропического сжатия в численных расчетах позволяет получить в расчетах, сделанных в условной постановке (уравнения состояния всех веществ – идеальный газ с $\gamma = 5/3$), требуемые в задачах ИТС значения плотности DT-газа в момент фокусировки (100 г/см³). При этом полная энергия в расчете не превышает $E \sim 60$ кДж/см.

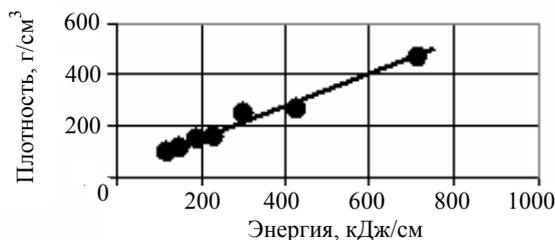


Рис. 7. Плотность газа в момент фокусировки как функция полной энергии в расчете



Рис. 8. Зависимость $T(x)$, определяющая время обрезания как функцию от координат точек в третьей области

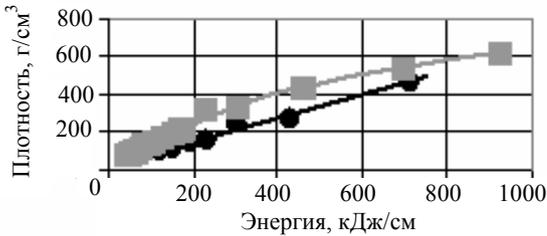


Рис. 9. Плотность газа в момент фокусировки как функция полной энергии в расчете с учетом и без учета пространственного распределения энерговложения

Попутно заметим, что выбор начальной скорости звука в газе может быть произвольным. При переходе к реальным экспериментам, где начальная скорость звука может иметь другое значение, результаты нашего анализа могут быть применены после простого изменения масштабов.

2.4. Учет конечной толщины оболочки

В реальных мишенях вещество оболочки (например, золото) сопротивляется сжатию. В результате толщина оболочки остается конечной в течение всего процесса сжатия. Тогда уравнения изэнтропического сжатия получают следующий образ.

Плавный рост давления $P(t)$ на границе свинца и оболочки порождает звуковую волну, в которой на внешней поверхности оболочки реализуется заданное давление $P(t)$, а на внутренней – требуемая для изэнтропического сжатия скорость границы $u(t)$.

Если скорость звука внутри оболочки равна c , x – координата поперек оболочки, φ – потенциал скорости, то решение волнового уравнения, описывающего звуковые волны, описывается суммой ([11], § 64)

$$\varphi = f_1(x - ct) + f_2(x + ct), \quad (21)$$

где f_1, f_2 – произвольные функции, а φ, u, p связаны соотношениями:

$$v = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad (22)$$

$$p = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}.$$

Граничными условиями, кроме перечисленных $u(t), P(t)$, является равенство нулю давления на внутренней границе

$$\begin{aligned} v(t, x = d) &= u(t); \\ p(t, x = d) &= 0; \\ p(t, x = 0) &= P(t). \end{aligned} \quad (23)$$

В результате из (22)–(24) получаем

$$\begin{aligned} \varphi &= f(ct - x + d) - f(ct + x - d); \\ u(t) &= 2f'(ct); \\ P(t) &= \rho c (f'(ct + d) - f'(ct - d)), \end{aligned} \quad (24)$$

или окончательно

$$P(t) = M \frac{u(t + \tau) - u(t - \tau)}{2\tau}, \quad (25)$$

где $\tau = \frac{d}{c}$, $M = \rho d = \rho c \tau$.

Формула (25) есть аналог формулы (19), ранее полученной для тонкой оболочки. Очевидно, что последняя ($P = Mg$) является пределом формулы (25) при $\tau \rightarrow 0$. Функции $u(t)$ представлены на рис. 6.

Можно разложить $u(t)$ в ряд Тейлора и получить с учетом первых членов

$$P(t) \approx M \left(g + \ddot{g} \frac{\tau^2}{6} \right). \quad (26)$$

Согласно формуле (18), ускорение g представляет собой степенную функцию $g \sim (100 - t)^{-1,4}$.

Это означает, что $\frac{1}{6} \ddot{g} \sim 0,56 \frac{g}{(100 - t)^2}$ и поправочный член в формуле (25) становится заметным только в конце промежутка времени энерговложения при $(100 - t) \sim \tau$. На этом участке мощность энерговложения становится больше, чем это было раньше по формуле (19).

Таким образом, получаем, что оболочку можно считать тонкой в течение всего времени энерговложения за исключением последнего промежутка времени длиной $\sim \tau$.

Таким образом, получаем, что оболочку можно считать тонкой в течение всего времени энерговложения за исключением последнего промежутка времени длиной $\sim \tau$.

2.4.1. Результаты расчетов. Была выполнена серия одномерных расчетов, геометрия которых, как и раньше, совпадала с рис. 3. В отличие от расчетов, рассмотренных в п. 2.3, в настоящих расчетах использовались более реалистичные уравнения состояния: во второй и четвертой областях использовалось так называемое двучленное уравнение состояния вещества [4], а нагретый свинец описывался идеальным газом с $\gamma = 1,4$. Двучленное УРС имеет вид трехпараметрической зависимости давления от плотности и внутренней энергии (γ, ρ_0, c_0 – параметры)

$$P(\rho, E) = (\gamma - 1)\rho E + (\rho - \rho_0)c_0^2. \quad (27)$$

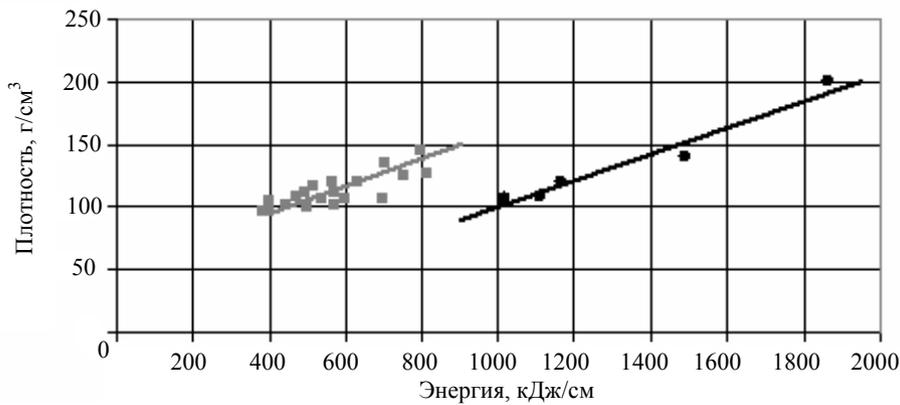


Рис. 10. Плотность газа в момент фокусировки как функция полной энергии в расчете двучленным УРС вещества внутри оболочки. Представлены варианты с учетом (серый цвет) и без учета (черный цвет) пространственного распределения энерговложения

При этом параметры двучленного УРС выбирают так, чтобы по возможности точно описать нулевую энтропию вещества. Для золотой оболочки были выбраны параметры: $\rho_0 = 19,3$, $c_0 = 0,3$, $\gamma = 1,5$. Для свинцовой оболочки (см. ниже) были выбраны параметры: $\rho_0 = 11,3$, $c_0 = 0,33$, $\gamma = 1,5$. Применение двучленного УРС имело следствием то, что оболочка оставалась достаточно толстой в течение всего времени сжатия.

Как и раньше, в первой области (DT-газ) был задан начальный разогрев такой, что скорость звука в нем составила $c = L/T = 0,2$ (2 км/с), а в третьей области (свинец) было задано энерговложение, которое зависело от времени согласно функции $u(t)$, изображенной на рис. 6. Энерговложение задавалось по формулам (25).

Выше указывалось, что смысл параметра τ в формуле (25) состоит в том, что с его помощью учитывается запаздывание сигнала, проходящего от одной поверхности оболочки до другой со звуковой скоростью. Начальное значение $\tau = 1/0,3 = 3,3$, затем величина запаздывания должна медленно уменьшаться. В расчетах применялись два значения τ : $\tau = 2$ и $\tau = 2,8$. В обоих вариантах были получены сходные результаты.

На рис. 10 представлены результаты таких расчетов. На графике приведено максимальное значение средней плотности DT-смеси, достигнутое в расчете, как функция полной энергии в расчете. Как и раньше, в расчетах, обозначенных круглыми черными маркерами, была задана одна и та же функция по формуле (25) — зависимость объемной плотности энерговложения от времени, причем плотность энерговложения была одинакова во всех точках третьей области (свинца). В разных расчетах эта функция обрезалась в разные моменты времени. Например, точка ($E = 1015$ кДж/см, $\rho = 107$ г/см³) соответствует времени запаздывания $\tau = 2$, времени обрезания $T = 97,9$, а точка ($E = 1863$ кДж/см, $\rho = 200$ г/см³) соответствует $\tau = 2,8$, $T = 97,19$.

Квадратными маркерами и серой кривой на рис. 10 обозначены расчеты, в которых так же, как раньше, использовано пространственное распределение энерговложения. Идея метода та же: возмущения от точек

свинца, расположенных далеко от оболочки, не успевают дойти до DT-газа до момента фокусировки. Однако теперь кривая $T(x)$, согласно которой время обрезания оказывается зависящим от координат точек в третьей области, не совпадает с кривой, приведенной на рис. 8 (теперь это степенная функция $x \sim (1000 - t)^{0,5}$).

Из рисунка видно, что использование пространственного распределения дает дополнительный выигрыш в полной энергии в два раза, что делает суммарный выигрыш довольно большим (в несколько раз по сравнению с данными работы [10]).

2.4.2. Результаты расчетов других вариантов мишени. Рассмотрены два других варианта мишени, представленные на рис. 11.

	DT	Pb	Pb	Pb	
	----- ----- //////// -----				a
r 0	11,2	12,2	36,2	40	
ρ	0,225	11,3	11,3	11,3	

	DT	Pb	Pb	Pb	
	----- ----- //////// -----				b
r 0	18,7	21	33,4	40	
ρ	0,21	11,3	6,1	11,3	

Рис. 11. Радиальная геометрия слоистой цилиндрической мишени [3] с указанием начальных параметров

Расчеты сжатия этих мишеней были проведены вполне аналогично описанным выше расчетам мишени рис. 3. Энерговложение было задано, как и раньше, при помощи функции $u(t)$, которая, однако, была преобразована при помощи введения масштабных множителей и изменения величин параметров.

На рис. 12 представлены результаты таких расчетов. Все расчеты проводились с использованием как временного, так и пространственного распределения энерговложения. На графике приведено значение средней плотности DT-смеси в момент фокусировки, достигнутое в расчете, как функция полной энергии в рас-

чете. Круглыми черными маркерами обозначены результаты расчетов сжатия мишени рис. 11,а, серыми маркерами – мишени рис. 11,б. Как и раньше, приведены расчеты, в которых энерговложение обрезалось в разные моменты времени.

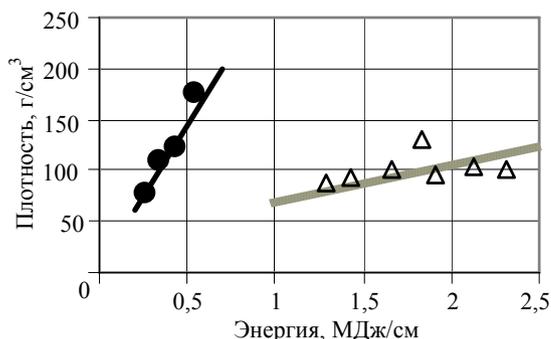


Рис. 12 Плотность газа в момент фокусировки как функция полной энергии в расчете с двучленным УРС вещества внутри оболочки. Представлены два варианта мишени – рис. 11, а (черный цвет) и рис. 11, б (серый цвет) – с учетом пространственного распределения энерговложения

Из рисунка видно, что сжатие DT-газа до средней плотности 100 г/см^3 требует следующих значений полной энергии сжатия (в скобках приведены опубликованные значения энергии сжатия, требующиеся для получения такой плотности газа в данной мишени):

$$E = 400 \text{ КДж/см (см. рис. 11, а) (6,53 МДж/см [3]);}$$

$$E = 1800 \text{ КДж/см (см. рис. 11, б).}$$

Полученные значения энергии сжатия в несколько раз ниже опубликованных значений, что свидетельствует о преимуществах описанного способа оптимизации энерговложения в цилиндрических мишенях ИТИС.

Следует заметить, что не во всех случаях этот способ оказался одинаково эффективным. Так в мишени геометрии рис. 11, б, в которой оболочка имеет примерно вдвое большую толщину, чем в мишенях рис. 4 и 11, а, можно было ожидать, что оптимальные значения величины τ окажутся также большими (порядка $\tau \sim 3 \div 4$). Однако в действительности оказалось, что в этом диапазоне времен τ не удастся получить приемлемые значения плотности газа в точке фокусировки. Возможными причинами этого является то, что в этой мишени время прохождения звука по толщине мишени оказывается сравнимым с временем энерговложения. Следствием этого явилось то, что волна сжатия, которая движется от внешней границы оболочки к внутренней границе, даже приближенно не может считаться звуковой. В результате на внутреннюю границу газа выходит сильная ударная волна, и скачки в величинах скорости и давления на границе DT-газа оказываются столь велики, что сжатие газа перестает быть адиабатическим.

Таким образом, в мишени рис. 11, б был построен не вполне адиабатический режим сжатия, отличающийся от того, что удалось получить в мишенях рис. 4, 11, а. Именно это, возможно, явилось причиной того, что

энергия сжатия мишени рис. 11, б на рис. 12 оказалась заметно больше, чем в других мишенях и выигрыш в энергии по сравнению с опубликованными результатами оказался сравнительно небольшим.

2.5. Замечания

Рассмотренная в работе мишень является типичной для тех, что анализируются в современной литературе, но не единственной. Большое внимание уделяется также мишеням, в которых поглощающий слой состоит не из пористого свинца, а из бериллия [4, 12]. Преимущество таких мишеней состоит в том, что массовый пробег ионов в бериллии (и вообще, в материалах с малым Z [12]) меньше пробега в свинце, что дает возможность

Заметим также, что более тщательно и детально проведенные расчеты не должны принципиально изменить главного в полученных выше результатах расчетов – рекордно малой величины полной вложенной энергии, необходимой для получения плотностей газа $\sim 100 \text{ г/см}^3$. Действительно, учет теплопроводности практически не проявляется при расчетах изэнтропического сжатия, поскольку температуры газа и оболочки остаются низкими, а уточнение уравнений состояния не должно привести к качественным изменениям результата, поскольку основные физические эффекты, определяющие процесс сжатия, проявляются и при тех простых уравнениях состояния, что были применены.

С технической точки зрения осуществление пространственного распределения энерговложения не вызывает дополнительных трудностей по сравнению с теми схемами, что анализировались ранее и не предполагали пространственной неоднородности энерговложения. Достаточно поместить на торцах мишени маркеры и корректировать фокусировку пучка ионов в зависимости от движения маркеров.

Таким образом, главные трудности в получении зажигания в цилиндрических мишенях ИТИС оказываются в осуществлении второй стадии процесса – быстрого поджига термоядерного горючего.

Заключение

Получено автомодельное решение задачи об изэнтропическом сжатии идеального газа в центрированной волне. Первоначально газ считается однородным и неподвижным. Для решения задачи использованы переменные Лагранжа. Преобразования позволили единым образом решить задачу в цилиндрической и сферической геометрии, объединив тем самым результаты работ [5, 6], в которых эти случаи рассматривались по отдельности. Полное решение получено единым образом для большого числа значений показателя адиабаты γ .

На основе полученного решения построены оптимальные функциональные зависимости энерговложения от времени и координат в цилиндрических мишенях тяжело-ионного термоядерного синтеза. Выполне-

ны одномерные расчеты сжатия мишеней с использованием гидродинамических программ. В расчетах типичной цилиндрической мишени были заданы реальные размеры и уравнения состояния веществ и использованы полученные временные и пространственные зависимости энерговложения. Показано, что в расчетах с энерговложением 500 кДж/см удается получить необходимые сверхвысокие сжатия DT-газа до плотности 100 г/см³. Показано, что примененный способ построения энерговложения позволяет снизить полные затраты энергии пучка ионов на стадии сжатия в несколько раз по сравнению с ранее рассматривавшимися вариантами.

Список литературы

1. Nuckols J., Wood L., Thiessen A., Zimmermann G., Laser compression of matter to super-densities thermonuclear (CTR) applications // Nature. 1972. Vol. 239, No 368. P. 139.
2. Basko M. M., Imshennik V. S., Churazov M. D., Overview of Directly Driven HIF Targets. Particle Accelerators. 1992. Vol. 37–38, 5 05-512.
3. Баско М. М., Гуськов С. Ю., Недосеев С. Л., Чуразов М. Д. Мишени ИТС // В сб. «Ядерный синтез с инерционным удержанием» / Под ред. Б. Ю. Шаркова. М.: Физматлит, 2005. С. 53–56.
4. Долголева Г. В., Забродин А. В. Кумуляция энергии в слоистых системах и реализация безударного сжатия. М.: Физматлит. 2004.

5. Жданов С. К., Трубников Б. А. Оптимальное сжатие в z-пинче // Письма в ЖЭТФ. 1975. Т. 21. Вып. 6. С. 371–374.
6. Забабахин И. Е., Симоненко В. А. Сферическая центрированная волна сжатия // ПММ. 1978. Т. 42. Вып. 3. С. 573–576.
7. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971.
8. Змитренко Н. В., Курдюмов С. П., Михайлов А. П. Современные проблемы математики и механики. М.: ВИНТИ, 1986. Т. 28.
9. Методика численного моделирования двумерных нестационарных течений теплопроводного газа в трехтемпературном приближении в областях сложной формы с подвижными границами // Отчет ИПМ им. Келдыша РАН, 2004.
10. Имшенник В. С., Жуков В. Т. Вклад нейтронно-ядерных реакций в гибридных мишенях инерциального тяжелоионного синтеза (ИТИС) (HIF). Доклад на VIII Международной конференции «Забабахинские научные чтения». 2004.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Курс теоретической физики. Том 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
12. Dolan T. J. Fusion Research // Pergamon Press, 1982.

Статья поступила в редакцию 17.11.2009