УДК 530.145

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФОЛДИ – ВАУТХАЙЗЕНА С МАТРИЦАМИ ДИРАКА В КИРАЛЬНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

В. П. Незнамов

РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров, Россия

Установлено выражение для общего преобразования Фолди – Ваутхайзена при использовании кирального представления матриц Дирака и при наличии бозонных полей $B^{\mu}(\mathbf{x},t)$, взаимодействующих с фермионным полем $\psi(\mathbf{x},t)$.

В работах [1, 2] рассмотрена теория взаимодействующих квантовых полей в представлении Фолди – Ваутхайзена [3]. В этих работах, в частности, применительно к квантовой электродинамике получен релятивистский нелокальный гамильтониан H_{FW} в виде ряда по степеням заряда *e*. С помощью гамильтониана H_{FW} сформулирована квантовая электродинамика в представлении Фолди – Ваутхайзена (*FW*) и рассчитан ряд квантовоэлектродинамических процессов в нижайших порядках теории возмущений. В результате сделан вывод, что представление Фолди – Ваутхайзена описывает некоторые квазиклассические состояния квантовых полевых теорий. В этих состояниях существуют частицы и античастицы. Частицы взаимодействуют друг с другом, античастицы также взаимодействуют друг с другом. Но при этом нет взаимодействия между реальными частицами и античастицами – такое взаимодействие возможно лишь в промежуточных (виртуальных) состояниях. Для учета взаимодействия реальных частиц и античастиц необходима модификация преобразования Фолди – Ваутхайзена. В работах [1, 2] такая модификация произведена с использованием симметрии, подобной симметрии изотопического спина, возникающей из-за инвариантности конечных физических результатов при изменении знака перед массовыми членами в гамильтониане Дирака H_D и в гамильтониане H_{FW}. Реальные фермионы и антифермионы в модифицированном представлении Фолди – Ваутхайзена находятся в состояниях со значениями третьей компоненты изотопического спина $T_f^3 = \pm 1/2$; при взаимодействии друг с другом реальные фермионы и антифермионы должны иметь противоположные знаки T_f^3. Квантовая электродинамика в модифицированном представлении Фолди – Ваутхайзена инвариантна при *P*-, *C*-, *T*-преобразованиях. Нарушение введенной симметрии изотопического спина приводит к соответствующему нарушению *CP*-инвариантности. В работах [1, 4] была сформулирована Стандартная модель в модифицированном представлении Фолди – Ваутхайзена. Показано, что при сохранении всех теоретических и экспериментальных следствий Стандартной модели, получаемых в представлении Дирака, формулировка теории в модифицированном *FW*-представлении не требует для сохранения *SU*(2)-инвариантности обязательного взаимодействия бозонов Хиггса с фермионами. В этом случае бозоны Хиггса ответственны лишь за калибровочную инвариантность бозонного сектора теории и взаимодействуют только с калибровочными бозонами $W_{\mu}^{\pm}$, Z_{μ}, глюонами и фотонами.

В упомянутых выше работах для матриц Дирака использовалось энергетическое представление, введенное самим Дираком

$$\alpha^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \beta = \gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix},$$

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \ \gamma^i = \gamma^0 \alpha^i. \qquad (1)$$

Возникает вопрос, как изменится вид преобразования Фолди – Ваутхайзена при использовании кирального представления матриц Дирака?

$$\alpha^i = \begin{pmatrix} \sigma^i & 0 \\ 0 & -\sigma^i \end{pmatrix}, \ \beta = \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \gamma^i = \gamma^0 \alpha^i. \qquad (2)$$

Киральное представление (2) широко используется в современных калибровочных полевых теориях и в частности в Стандартной модели.

Для ответа на поставленный вопрос первоначально рассмотрим структуру уравнений для компонент волновой функции $\Psi_D(x)$ для двух рассматриваемых представлений матриц Дирака.

В соотношениях (1), (2) и ниже используется система единиц $\hbar = c = 1$, x, p, A -четырех-векторы; скалярное произведение берется в виде $x^\mu y_\mu = x^0 y^0 - x^k y^k$, $\mu = 0, 1, 2, 3$, $k = 1, 2, 3$; $p^\mu = i\dfrac{\partial}{\partial x_\mu}$; σ^k – матрицы Паули; $\alpha^\mu = \begin{cases} 1, \mu = 0 \\ \alpha^i, \mu = k, k = 1,2,3 \end{cases}$; $\psi_D(x)$ – четырехкомпонентная волновая функция, $\varphi(x)$, $\chi(x)$, $\psi_R(x)$, $\psi_L(x)$ – двухкомпонентные волновые функции.

Для свободного уравнения Дирака с представлением (1) справедливы следующие операторные соотношения:

$$p_0\psi_D(x) = (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \beta m)\psi_D(x);\ \psi_D(x) = \begin{pmatrix} \varphi(x) \\ \chi(x) \end{pmatrix};$$

$$\left.\begin{cases} p_0\varphi(x) = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}\chi(x) + m\varphi(x) \\ p_0\chi(x) = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}\varphi(x) - m\chi(x) \end{cases}\right\}; \tag{3}$$

$$\chi = (p_0 + m)^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}\varphi;$$

$$\varphi = (p_0 - m)^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}\chi.$$

С использованием представления (2) соотношения (3) принимают следующий вид:

$$p_0\psi_D(x) = (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \beta m)\psi_D(x);\ \psi_D(x) = \begin{pmatrix} \psi_R(x) \\ \psi_L(x) \end{pmatrix};$$

$$\left.\begin{cases} p_0\psi_R(x) = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}\psi_R(x) + m\psi_L(x) \\ p_0\psi_L(x) = -\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}\psi_L(x) + m\psi_R(x) \end{cases}\right\}; \tag{4}$$

$$\psi_L(x) = \frac{p_0 - \boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}}{m}\psi_R(x) = (p_0 + \boldsymbol{\sigma}\mathbf{p})^{-1} m\psi_R(x);$$

$$\psi_R(x) = \frac{p_0 + \boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}}{m}\psi_L(x) = (p_0 - \boldsymbol{\sigma}\mathbf{p})^{-1} m\psi_L(x).$$

В соотношениях (4) использовано операторное равенство $p_0^2 = E^2 = \mathbf{p}^2 + m^2$.

Из сравнения соотношений (3), (4) видно, что они переходят друг в друга при замене

$$m \leftrightarrow \boldsymbol{\sigma}\mathbf{p},\ \beta \leftrightarrow \gamma_5. \tag{5}$$

Преобразования Фолди – Ваутхайзена для энергетического и кирального представления матриц Дирака также переходят друг в друга при замене (5).

Преобразования Фолди – Ваутхайзена для свободного движения фермионов (при отсутствии бозонных полей $B^\mu(x)$) выглядят следующим образом:

$$\left(U_{FW}^0\right)^{en} = \sqrt{\frac{E+m}{2E}}\left(1 + \frac{\beta\gamma_5\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}}{E+m}\right); \tag{6}$$

$$\left(U_{FW}^0\right)^{chir} = \sqrt{\frac{E+\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}}{2E}}\left(1 + \frac{\gamma_5\beta m}{E+\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}}\right). \tag{7}$$

Выражение (6) записано для энергетического представления матриц Дирака; выражение (7) – искомое выражение преобразования Фолди – Ваутхайзена для матриц Дирака в киральном представлении; в выражениях (6), (7) $E = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$.

Матрицы (6), (7) – унитарны и

$$\left(U_{FW}^0\right)^{en}(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \beta m)\left(U_{FW}^0\right)^{en\dagger} = \beta E; \tag{8}$$

$$\left(U_{FW}^0\right)^{chir}(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \beta m)\left(U_{FW}^0\right)^{chir\dagger} = \gamma_5 E. \tag{9}$$

При наличии бозонных полей $B^\mu(x)$, взаимодействующих с фермионным полем $\psi(x)$, искомое преобразование Фолди – Ваутхайзена с матрицами Дирака в киральном представлении $\left(U_{FW}^{chir}\right)$ и соответствующий вид фермионного гамильтониана ($H_{FW}^{chir} = \gamma_5 E + qK_1 + q^2K_2 + q^3K_3 + \ldots$; q – константа связи) можно получить, используя алгоритм, описанный в работах [1, 2] с заменой (5).

Так, например, выражения для операторов C и N, составляющих основу при записи гамильтониана взаимодействия в представлении Фолди – Ваутхайзена [1, 2], для кирального представления матриц Дирака записываются в следующем виде:

$$C = \left[(U_{FW}^0)^{chir} q\alpha_\mu B^\mu (U_{FW}^0)^{chir\dagger}\right]^{even} =$$
$$= qR(B^0 - LB^0L)R - qR(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{B} - L\boldsymbol{\alpha}\mathbf{B}L)R; \tag{10}$$
$$L = \frac{\gamma_5\beta m}{E+\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}},\ R = \sqrt{\frac{E+\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}}{2E}};$$

$$N = \left[(U_{FW}^0)^{chir} q\alpha_\mu B^\mu (U_{FW}^0)^{chir\dagger}\right]^{odd} =$$
$$= qR(LB^0 - B^0L)R - qR(L\boldsymbol{\alpha}\mathbf{B} - \boldsymbol{\alpha}\mathbf{B}L)R. \tag{11}$$

В выражениях (10), (11) значки *even*, *odd* обозначают четную и нечетную часть соответствующего оператора [1, 2].

Таким образом, общее преобразование Фолди – Ваутхайзена с матрицами Дирака в киральном представлении $U_{FW}^{chir} = \left(U_{FW}^o\right)^{chir}\left(1 + \delta_1{}^{chir} + \delta_2{}^{chir} + \delta_3{}^{chir} + \ldots\right)$, а также фермионный гамильтониан в представлении Фолди – Ваутхайзена $H_{FW}^{chir} = \gamma_5 E + qK_1{}^{chir} + q^2K_2{}^{chir} + q^3K_3{}^{chir} + \ldots$ получаются из соответствующих выражений для U_{FW}^{en}, H_{FW}^{en} с матрицами Дирака в энергетическом представлении [1, 2] с заменой $m \leftrightarrow \boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}$, $\beta \leftrightarrow \gamma_5$.

Список литературы

1. Незнамов В. П. // Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). 2006. Т. 37, № 1. С. 152.

2. Незнамов В. П. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2004. Вып. 1–2. С. 41; hep-th/0411050.

3. Foldy L. L. and Wouthuysen S. A. // Phys. Rev. 1950. Vol. 78. P. 29.

4. Незнамов В. П. hep-th/0412047, 2005.

Статья поступила в редакцию 04.03.2010