

ХАРАКТЕРНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ГЛАВНЫХ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ НЕЙТРОНОВ ОТ ОПТИЧЕСКОЙ ТОЛЩИНЫ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЫ

Н. Б. Бабичев, П. В. Забусов, И. В. Лутиков, В. П. Незнамов

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 607188, г. Саров Нижегородской обл.

Рассмотрен класс произвольных по геометрии однородных тел, в которых эволюция функции распределения нейтронов во времени подчиняется экспоненциальному закону $e^{\lambda t}$, где λ – главное собственное значение уравнения переноса частиц. Исследована зависимость λ от оптической толщины системы p , которая представляет собой количество полных пробегов нейтрона на характерном размере тела R . В частности, показано, что в случаях инертной и размножающей нейтроны сред функция $\lambda(p)$ характеризуется одной точкой минимума. В случае слабого поглотителя нейтронов функция $\lambda(p)$ имеет два экстремума (минимум и максимум), а если среда сильно поглощает нейтроны, то данная функция является убывающей во всем диапазоне изменения оптической толщины системы $0 < p < \infty$.

Введение

Рассмотрим однородное тело из произвольного вещества, имеющее произвольную геометрическую форму (например, шар, куб, конус). Предположим, что плотность вещества ρ изменяется, а масса тела M зафиксирована.

Допустим, что функция распределения нейтронов в такой системе $\psi(t, \vec{r}, \vec{V})$ удовлетворяет однородному уравнению переноса частиц (см., например, [1, 2]).

$\psi(t, \vec{r}, \vec{V}) d\vec{r} d\vec{V}$ – число нейтронов в элементарном объеме $d\vec{r}$ возле \vec{r} (\vec{r} – радиус-вектор, испущенный в точку наблюдения) в скоростном элементе $d\vec{V}$ вблизи скорости нейтрона \vec{V} в момент времени t .

Далее будем считать, что эволюция функции распределения подчиняется экспоненциальному закону

$$\psi(t, \vec{r}, \vec{V}) = e^{\lambda t} \psi(\vec{r}, \vec{V}). \quad (1)$$

Здесь λ это главное (наибольшее) собственное значение (СЗ) уравнения переноса нейтронов.

Целью данной работы является исследование зависимости СЗ λ от оптической толщины системы

$$p = \alpha R, \quad (2)$$

которая равна произведению полного макроскопического сечения взаимодействия нейтронов с ядрами

$$\alpha = n_{\text{я}} \sigma_{\text{tot}} \quad (3)$$

на характерный размер тела R^* . σ_{tot} – полное элементарное сечение взаимодействия. В общем случае σ_{tot} зависит от модуля разности скоростей нейтрона \vec{V} и ядра $\vec{V}_{\text{я}}$, т. е. $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{tot}}(|\vec{V} - \vec{V}_{\text{я}}|)$.

$$n_{\text{я}} = \frac{\rho N_A}{A} \quad (4)$$

это плотность ядер с массовым числом A , N_A – число Авогадро.

Очевидно, что формула (3) легко обобщается на случай смеси из различных ядер с массовыми числами A_i и их концентрациями по частицам μ_i :

$$\alpha = \frac{\rho N_A}{\sum_i \mu_i A_i} \sum_i \mu_i (\sigma_{\text{tot}})_i. \quad (5)$$

Зависимость $\lambda = \lambda(p)$ ниже ищется для всевозможных значений оптической толщины p и соответственно плотности вещества ρ :

$$0 < p < \infty, \quad 0 < \rho < \infty. \quad (6)$$

При этом p и ρ являются переменными, а масса тела M хотя и произвольна, но предполагается постоянной.

* Величину p правильней было бы назвать характерным значением оптической толщины системы.

1. Принятая классификация веществ с точки зрения их ядерно-физических свойств

При решении поставленной во введении задачи вещества, из которых состоит объект, для удобства далее разбиваются на следующие три категории: инертная среда и поглощающая либо размножающая нейтроны среды.

Обычно под инертной средой подразумевается идеальный рассеиватель нейтронов, в котором полное сечение взаимодействия нейтронов с ядрами равно сечению упругого рассеяния $\sigma_{tot} = \sigma_s + \sigma_c + \sigma_f = \sigma_s$, так как эффекты поглощения нейтронов ($\sigma_c = 0$) и деления ядер ($\sigma_f = 0$) отсутствуют.

Если среда не является инертной, то в общем случае $\sigma_{tot} = \sigma_s + \sigma_c + \sigma_f$. В поглощающих и размножающих средах преобладают соответственно процессы поглощения нейтронов или же деления активных ядер. В последнем случае размножение нейтронов происходит за счет того, что в каждом акте деления ядра рождаются вторичные нейтроны, среднее количество которых $\nu > 1$.

В этой работе мы не учитываем процессов неупругого рассеяния нейтронов на ядрах вещества. Однако можно показать, что неупругие процессы, не влияя на общее качественное поведение функции $\lambda = \lambda(p)$, могут привести только к некоторому изменению данной зависимости в количественном смысле.

2. Качественное решение задачи в ее общей постановке

Геометрию однородной системы с постоянной массой будем считать произвольной.

2.1. Предельный случай стремления оптической толщины системы к нулю

Характерный размер R системы из произвольного вещества устремим к бесконечности при условии постоянства массы M .

В этом случае $\rho \rightarrow 0$ и так как $p \sim \rho R \sim \frac{M}{R^2}$, то и оптическая толщина стремится к нулю. Мы получаем пустое бесконечное пространство. Количество нейтронов в нем должно быть постоянным, поскольку внешние источники отсутствуют (исходным является однородное кинетическое уравнение – см. введение). Таким образом,

$$\lim_{p \rightarrow 0} \lambda(p) = 0. \quad (7)$$

2.2. Поведение функции $\lambda(p)$ в случае инертной среды

Осуществив предельный переход $R \rightarrow 0$, имеем: $\rho \rightarrow \infty$ и $p \rightarrow \infty$. Утечка нейтронов из системы с беско-

нечной оптической толщиной отсутствует, $\sigma_c = \sigma_f = 0$ и эффект рассеяния нейтронов на инертных ядрах не приводит к изменению их количества в системе. Поэтому

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \lambda(p) = 0. \quad (8)$$

При конечных оптических толщинах имеется конечная вероятность вылета нейтронов в единицу времени в пустоту, что неизбежно приводит к затуханию нейтронного поля внутри системы со временем. Отсюда следует, что в случае любых конечных p функция $\lambda(p)$ отрицательна. Она отрицательна всюду между двумя ее нулями (7), (8). Очевидно, что в области малых p функция $\lambda(p)$ убывающая, а при больших p , наоборот, возрастающая.

Поэтому при некотором конечном значении оптической толщины рассматриваемая функция должна иметь хотя бы одну точку минимума $\lambda_{\min} = \lambda(p_{\min})$, где p_{\min} – ее координата на оси оптических толщин.

В случае инертной среды это единственная экстремальная точка функции $\lambda = \lambda(p)$, поскольку нет физических причин для возникновения других экстремумов.

2.3. Случай нейтронпоглощающей среды

Этот случай можно исследовать на основе достаточно простых физических соображений по аналогии с подразделом 2.2. Для большей наглядности используем здесь некоторые результаты работы [3]. В ней вместо функции распределения (1) рассматривалась аналогичная функция

$$\Psi(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) = e^{\lambda t} \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}), \quad (9)$$

где E – энергия нейтрона, $\vec{\Omega} = \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|}$ – единичный вектор, направленный вдоль вектора \vec{V} скорости полета нейтрона.

В работе [3] были выполнены следующие операции: соответствующее кинетическое уравнение для функции $\psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ было проинтегрировано по углам $\vec{\Omega}$, затем усреднено по объему однородной системы и, наконец, проинтегрировано по энергии нейтрона E . В результате этого было получено следующее уравнение баланса числа нейтронов в системе:

$$\lambda \left\langle \frac{1}{V} \right\rangle = \langle \nu \alpha_f \rangle - \langle \alpha_f \rangle - \langle \alpha_c \rangle - \langle W \rangle. \quad (10)$$

Разъясним принятые в соотношении (10) обозначения усредненных по спектру нейтронов $\psi(E)$ величин:

$\left\langle \frac{1}{V} \right\rangle = \int_0^\infty dE \frac{\psi(E)}{V(E)}$, $V(E) = \sqrt{\frac{2E}{m}}$, m – масса нейтрона;

$$\langle \alpha_f \rangle = \int_0^\infty dE \alpha_f(E) \psi(E), \quad \alpha_f(E) = \frac{\rho N_A}{A} \sigma_f(E) \text{ и}$$

аналогично этому определено среднее значение $\langle \alpha_c \rangle$ макроскопического сечения поглощения нейтронов;

$$\langle \nu \alpha_f \rangle = \int_0^{\infty} dE \nu(E) \alpha_f(E) \psi(E);$$

$$\langle W \rangle = \int_0^{\infty} dE W(E) \psi(E) - \text{среднее эффективное се-}$$

чение поглощения нейтронов, связанное с утечкой из системы.

Отношение $\langle W \rangle : \left\langle \frac{1}{V} \right\rangle$ представляет собой вероят-

ность вылета нейтрона в пустоту в единицу времени. Приведенные в работе [3] формулы для расчета $W(E)$ здесь мы опускаем.

При стремлении оптической толщины системы к бесконечности $\langle W \rangle \rightarrow 0$ и из (10) для $\lambda(p \rightarrow \infty) = \lambda_{\infty}$ получаем

$$\lambda_{\infty} \left\langle \frac{1}{V} \right\rangle = \langle \nu \alpha_f \rangle - \langle \alpha_f \rangle - \langle \alpha_c \rangle. \quad (11)$$

Отметим, что для инертного вещества $\lambda_{\infty} = 0$ и это согласуется с результатами подраздела 2.2.

В случае рассматриваемого здесь поглотителя нейтронов при любых конечных значениях $p > 0$ комбинация $(\langle \nu \alpha_f \rangle - \langle \alpha_f \rangle - \langle \alpha_c \rangle)$ по определению отрицательна и из формулы (10) следует, что $\lambda < 0$.

Перейдем к пределу $R \rightarrow 0$, $\rho \rightarrow \infty$, $p \rightarrow \infty$. Так как макроскопические сечения α_f и α_c пропорциональны ρ , то имеем

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \lambda(p) = \lambda_{\infty} \rightarrow -\infty. \quad (12)$$

Кроме того (см. соотношение (7)), $\lambda(p \rightarrow 0) \rightarrow 0$.

Приступим теперь к исследованию поведения функции $\lambda(p)$ в области конечных по величине значений оптической толщины.

Вначале, положив $\langle \alpha_f \rangle = 0$, обратимся к случаю очень слабого поглотителя, для которого справедливо неравенство

$$\langle \alpha_c \rangle \ll \langle \alpha_s \rangle. \quad (13)$$

Рассуждать будем следующим образом. В рассмотренную в подразделе 2.2 инертную систему мысленно подадим небольшую примесь поглотителя. Ее будем считать столь малой, что вблизи точки минимума $\lambda_{\min} = \lambda(p_{\min})$, изученной в подразделе 2.2 для инертной среды функции $\lambda(p)$, можно было бы пренебречь эффектом поглощения нейтронов и влиянием примеси на величину p . Концентрацию поглотителя выберем так, чтобы она не влияла на зависимость $\lambda(p)$ подраздела 2.2 вплоть до некоторой оптической толщины $p_1 \gg p_{\min}$.

В таком случае можно утверждать, что поведение функции $\lambda(p)$ в случае слабого поглотителя характеризуется так: при $p = p_{\min}$ она имеет точку минимума, на

участке $0 < p < p_{\min}$ она убывает от $\lambda = 0$ до $\lambda = \lambda_{\min} < 0$, в диапазоне $p_{\min} < p \leq p_1$ она является возрастающей. Так как в пределе $p \rightarrow \infty$ $\lambda \rightarrow -\infty$, то рассматриваемая функция $\lambda(p)$ при некотором конечном значении $p_{\max} > p_1$ в случае слабого поглотителя должна иметь точку максимума $\lambda_{\max} = \lambda(p_{\max}) < 0$. При этом очевидно, что в интервалах $p_{\min} < p < p_{\max}$ и $p_{\max} < p < \infty$ она является соответственно возрастающей и убывающей.

Рассмотрим противоположный случай сильного поглотителя нейтронов. При этом вместо условия (13) должно выполняться неравенство

$$\langle \alpha_c \rangle \gg \langle \alpha_s \rangle. \quad (14)$$

Ясно, что при этом в диапазоне $0 < p < \infty$ рассматриваемая функция $\lambda(p)$ монотонно убывает от $\lambda = 0$ до $\lambda = -\infty$.

С учетом вышеизложенного для нейтронопоглощающих систем можно сделать следующие выводы относительно характерных особенностей функции $\lambda = \lambda(p)$.

В случае слабого поглотителя эта функция имеет две экстремальные точки $\lambda_{\min} = \lambda(p_{\min})$ и $\lambda_{\max} = \lambda(p_{\max})$, такие, что $p_{\min} < p_{\max}$.

По мере ослабления неравенства (13) экстремальные точки сближаются, т. е. разность $\Delta p = p_{\max} - p_{\min}$ уменьшается. Дальнейшее усиление эффективности поглощения нейтронов средой приводит к исчезновению минимума и максимума функции при $\Delta p = 0$ и некотором значении $p = p_0$. Можно ожидать, что точка $\lambda = \lambda(p_0) < 0$ является точкой перегиба функции $\lambda(p)$.

Если поглощение сильнее, чем в точке перегиба, то функция $\lambda(p)$ убывает во всем интервале $0 < p < \infty$ от $\lambda = 0$ до $\lambda = -\infty$.

2.4. Случай среды, размножающей нейтроны

В этом случае для любых $p > 0$ справедливо неравенство

$$\langle \nu \alpha_f \rangle - \langle \alpha_f \rangle - \langle \alpha_c \rangle > 0 \quad (15)$$

и при $R \rightarrow 0$, $\rho \rightarrow \infty$, $p \rightarrow \infty$ величина $\lambda \rightarrow \lambda_{\infty} = +\infty$.

Кроме того, для активных систем функция обращается в ноль дважды:

$$\lambda(p \rightarrow 0) \rightarrow 0 \text{ и } \lambda_* = \lambda(p = p_*) = 0, \quad (16)$$

где p_* – критическое значение оптической толщины*.

Отметим, что $\lambda(p > p_*) > 0$ и $\lambda(p < p_*) < 0$.

Условие $\lambda = \lambda_ = 0$ является определением критического состояния систем, в котором число нейтронов со временем не изменяется.

В надкритических состояниях ($p > p_*$) функция $\lambda(p)$ является возрастающей.

Очевидно, что между двумя нулями (16) в области подкритики $0 < p < p_*$ активных систем функция $\lambda(p)$ должна иметь точку минимума.

3. Зависимости $\lambda(p)$ в случае однородного шара, полученные с помощью вычислений по приближенным формулам и путем численного решения кинетического уравнения

Ниже в качестве объекта исследований рассматривается однородный шар и приняты следующие упрощающие физические предположения: считается, что ядра неподвижны, все нейтроны обладают одинаковой по величине скоростью $V = |\vec{V}|$, индикатриса упругого рассеяния нейтронов на ядрах изотропна, а неупругие процессы отсутствуют. Как и раньше, предполагается, что зависимость функции распределения нейтронов внутри шара от времени имеет следующий вид:

$$\psi(t, \vec{r}, \vec{\Omega}) = e^{\lambda t} \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}), \quad (17)$$

где $\vec{\Omega} = \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|}$, λ – главное собственное значение, а

$\psi(\vec{r}, \vec{\Omega})$ – соответствующая ему собственная функция однокоростного кинетического уравнения для нейтронов.

3.1. Приближенная аналитическая формула для λ , справедливая при любых оптических толщинах однородного шара из произвольного вещества

В работе [4] для случая однородного шара из произвольного вещества, находящегося в состояниях со значениями $\lambda \approx -\alpha V$, была получена весьма точная аналитическая зависимость $\lambda = \lambda(p)$. Область применимости этого решения удалось существенно расширить на основе численных решений соответствующего кинетического уравнения. Благодаря этому в работе [4] удалось найти полуинтерполяционную формулу для C_3 , которой можно пользоваться на некотором участке изменения оптической толщины шара $0 < p < p'$. Оказалось, что за пределами применимости данных решений справедливо диффузионное приближение, которое далее было использовано в работе [5]. В результате этого в [5] была получена следующая формула для λ , справедливая при любых оптических толщинах шара из произвольных веществ:

$$\lambda = \begin{cases} \frac{V}{R} (\beta R)^{0,83} \left[1,57 - \frac{2}{\beta R} - \frac{1}{h} (\beta R)^{0,17} \right], & \beta R \leq (\beta R)_{\text{сшивки}}, \\ \alpha V \left(\frac{h \omega}{\text{tg } \omega} - 1 \right), & \beta R > (\beta R)_{\text{сшивки}}, \end{cases} \quad (18)$$

где $(\beta R)_{\text{сшивки}} = 3,4509$.

В этой формуле сшиты два указанных выше решения (при $\beta R > (\beta R)_{\text{сшивки}}$ приведена диффузионная зависимость) и использованы следующие обозначения:

$$\omega = \frac{\pi}{\beta R + 0,7104}, \quad (19)$$

$$\alpha = \frac{\rho N_A}{A} \sigma_{\text{tot}}, \quad \beta = \frac{\rho N_A}{A} (v \sigma_f + \sigma_s). \quad (20)$$

Активностью вещества будем называть величину

$$h = \frac{v \sigma_f + \sigma_s}{\sigma_{\text{tot}}} = \frac{v \alpha_f + \alpha_s}{\alpha}. \quad (21)$$

Соотношения (10), (11) в случае использованного здесь однокоростного приближения приобретают следующий вид:

$$\lambda = \lambda_{\infty} - W, \quad (22)$$

где

$$\lambda_{\infty} = [(v-1)\alpha_f - \alpha_c]V = (h-1)\alpha V. \quad (23)$$

Отсюда следует, что случаям инертной, поглощающей и размножающей нейтроны сред активность соответственно имеет значения $h = 1$, $h < 1$ и $h > 1$.

Далее численно изучается зависимость $\lambda(p)$ для различных типов сред при условии постоянства массы шара M . Поэтому формулу (18) для удобства перепишем в следующем виде:

$$\lambda(p, h) = \begin{cases} VC_M p^{1,33} h^{0,83} \left[1,57 - \frac{2}{ph} - h^{-0,83} p^{0,17} \right], & ph \leq (\beta R)_{\text{сшивки}}; \\ VC_M p^{1,5} \left(\frac{h \omega(p, h)}{\text{tg } \omega(p, h)} - 1 \right), & ph \geq (\beta R)_{\text{сшивки}}. \end{cases} \quad (24)$$

Здесь

$$\omega(p, h) = \frac{\pi}{ph + 0,7104} \quad (25)$$

и введен множитель

$$C_M = \sqrt{\frac{4\pi}{3M} \frac{A}{N_A \sigma_{\text{tot}}}}. \quad (26)$$

Ниже зависимость $\lambda(p, h)$ находится с помощью вычислений по приближенной формуле (24) и определяется путем численного решения соответствующего однокоростного кинетического уравнения по математической методике [6]. Экстремумы функции $\lambda(p, h)$ при различных значениях активности ниже определяются на основе аналитических соотношений.

3.2. Единицы измерения и принятые численные значения некоторых физических величин

В данном разделе принято: $V = 10^9 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$, $M = 3,142 \text{ кг}$, $\frac{N_a}{A} \sigma_{\text{tot}} = 0,0133 \text{ см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$, $C_M = 0,3164 \text{ см}^{-1}$.

Параметр λ далее измеряется в условных единицах ($\text{УЕ} = 10^7 \text{ с}^{-1}$).

3.3. Результаты вычислений по формулам и численных расчетов по методике [6] в случае инертной среды

График зависимости $\lambda(p, h = 1)$ представлен на рис. 1.

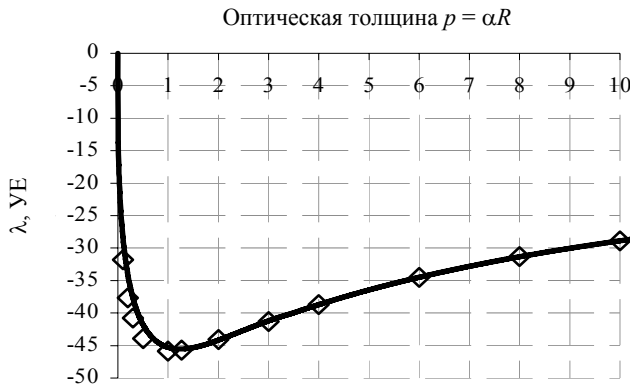


Рис. 1. Зависимость $\lambda(p, h = 1)$ (сплошная линия – вычисления по формуле (24), маркеры – значения, полученные по математической методике [6])

Из рисунка следует:

- функция $\lambda(p, h = 1)$ характеризуется точкой минимума с полученными по формулам приложения 1 координатами $p_{\min} = 1,2401$, $\lambda_{\min} = \lambda(p_{\min}, h = 1) = -45,5 \text{ УЕ}$ (вместо этого численный расчет привел к значению $-45,7 \text{ УЕ}$);

- результаты вычислений по формулам и численных расчетов по методике [6] хорошо согласуются друг с другом.

3.4. Случай нейтронопоглощающей среды

На рис. 2 приведены зависимости СЗ $\lambda(p, h < 1)$, полученные с помощью вычислений по формулам.

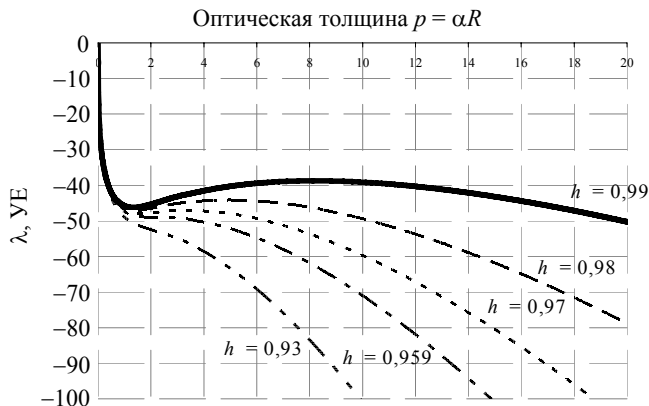


Рис. 2. Зависимости $\lambda(p, h < 1)$, определенные по формуле (24) при различных значениях активности

Из рис. 2 видно, что в случае слабого поглотителя ($0,959 < h < 1$) функция $\lambda(p, h < 1)$ характеризуется двумя экстремальными точками.

С уменьшением активности точки минимума и максимума сближаются, а затем при $h = 0,959$ вырождаются в точку перегиба. Если активность среды h меньше, чем $h = 0,959$, то функция $\lambda(p, h)$, не имея экстремальных точек, является убывающей во всем диапазоне изменения оптической толщины шара $0 < p < \infty$.

При стремлении p к бесконечности функция $\lambda(p, h)$ стремится к $\lambda_{\infty} = -\infty$ при любых $h < 1$.

Вопрос о расположении экстремальных точек осветим более подробно. Для этого обратимся к табл. 1 и рис. 3.

Таблица 1

Координаты точек минимума (p_{\min}, λ_{\min}), максимума (p_{\max}, λ_{\max}) и значения $\lambda(p_{\min}), \lambda(p_{\max})$

h	p_{\min}	$\lambda_{\min}, \text{УЕ}$	$\lambda(p_{\min}), \text{УЕ}$	p_{\max}	$\lambda_{\max}, \text{УЕ}$	$\lambda(p_{\max}), \text{УЕ}$
0,99	1,335	-46,19	-46,32	8,184	-38,74	-38,74
0,98	1,459	-46,96	-46,99	4,972	-44,09	-44,09
0,97	1,642	-47,82	-47,78	3,222	-46,98	-47,06
0,96	2,071	-48,87	-48,78	2,490	-48,98	-48,92

Примечание: p_{\min}, p_{\max} определены с помощью формул; $\lambda_{\min}, \lambda_{\max}$ вычислены по формуле [24]; $\lambda(p_{\min}), \lambda(p_{\max})$ найдены по методике [6].

Из табл. 1 следует, что аналитические формулы для λ обладают достаточно высокой точностью.

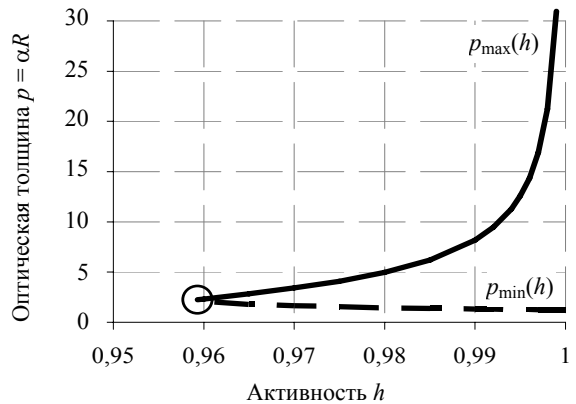


Рис. 3. Зависимость абсцисс точек минимума и максимума от активности h ($p_{\min}(h), p_{\max}(h)$) и абсцисса точки перегиба ($p_0 = 2,242$ при $h = 0,959$), отмеченная кружочком

Графики рис. 3 получены на основе аналитических соотношений приложения.

Рис. 3 по сравнению с рис. 2 более наглядно отображает эффект сближения точек минимума и максимума функции $\lambda(p, 0,959 < h < 1)$ по мере уменьшения активности с последующим возникновением точки перегиба.

3.5. Случай размножающей нейтроны среды

На рис. 4 представлены графики зависимости $\lambda(p, h > 1)$ для трех значений активности.

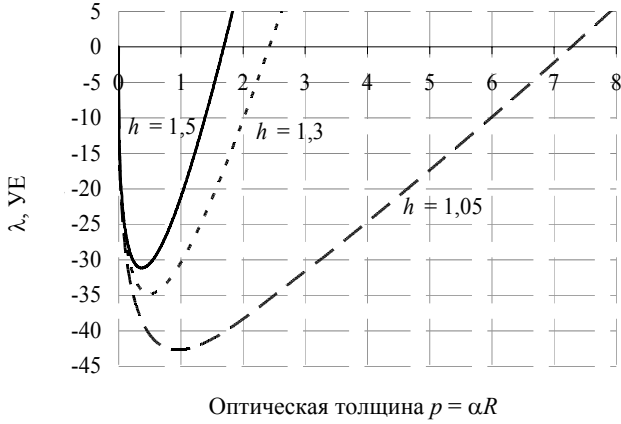


Рис. 4. Зависимости $\lambda(p, h > 1)$, вычисленные по формуле (24) для однородных шаров с активностями $h = 1,5, 1,3$ и $1,05$

Из графиков рис. 4 видно наличие точек минимума в областях подкритических состояний активных шаров с разными значениями h .

Таблица 2

Координаты точек минимума (p_{\min}, λ_{\min}) и значения $\lambda(p_{\min})^*$

h	p_{\min}	$\lambda_{\min}, \text{уЕ}$	$\lambda(p_{\min}), \text{уЕ}$
1,05	0,9534	-42,69	-43,26
1,3	0,4998	-34,77	-36,13
1,5	0,3720	-31,13	-32,68

Список литературы

1. Дэвисон Б. Теория переноса нейтронов. М.: Изд-во Главного управления по использованию атомной энергии при Совете Министров СССР, 1960.
2. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Незнамов В. П. Теория подобия в рамках односкоростной нейтронной кинетики квазистационарных систем // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2008. Вып. 1. С. 56–64.
3. Бабичев Н. Б., Морозов В. Г., Севастьянов А. А. Приближенный метод определения спектра нейтронов и других характеристик в оптически толстых водородо-содержащих системах // Там же. 2008. Вып. 3. С. 39–43.
4. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Незнамов В. П. Некоторые решения вырожденного уравнения переноса нейтронов // Там же. 2009. Вып. 1. С. 3–10.
5. Бабичев Н. Б., Забусов П. В., Лутиков И. В., Незнамов В. П. Приближенное аналитическое решение односкоростного кинетического уравнения переноса нейтронов на главные собственные значения в случае однородного шара из произвольного вещества при любых его оптических толщинах // Там же. 2009. Вып. 3. С. 14–17.

*См. примечание к табл. 1.

6. Мжачих С. В., Грошев Е. В., Юдинцев В. Ф. О некоторых свойствах $\tilde{D}S_n^y$ -схем для сферически-симметричного уравнения переноса // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2000. Вып. 2. С. 21–31.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Формулы, предназначенные для нахождения точек экстремума функции $\lambda(p, h)$

Для нахождения абсцисс точек экстремума функции $\lambda(p, h)$ численно решалось трансцендентное уравнение $\frac{\partial \lambda(p, h)}{\partial p} = 0$. После этого тип экстремума определялся по знаку выражения $\frac{\partial^2 \lambda(p, h)}{\partial p^2}$ в экстремальной

точке.

Приведем итоговые соотношения.

Если $p \leq \frac{(\beta R)_{\text{сшивки}}}{h}$, то:

$$\frac{\partial \lambda(p, h)}{\partial p} = VC_M h^{0,5} \times \left[2,0881 h^{0,33} p^{0,33} - 0,66 h^{-0,67} p^{-0,67} - 1,5 h^{-0,5} p^{0,5} \right]; \quad (\text{П1})$$

$$\frac{\partial^2 \lambda(p, h)}{\partial p^2} = VC_M h^{1,5} \left[0,689073 h^{-0,67} p^{-0,67} + 0,4422 h^{-1,67} p^{-1,67} - 0,75 h^{-1,5} p^{-0,5} \right]. \quad (\text{П2})$$

Если $p > \frac{(\beta R)_{\text{сшивки}}}{h}$, то производные определяются по следующим формулам:

$$\frac{\partial \lambda(p, h)}{\partial p} = VC_M h^{0,5} \times \left[1,5 \frac{\omega h^{0,5} p^{0,5}}{\text{tg } \omega} - \frac{\omega^2 h^{1,5} p^{1,5}}{\pi \text{tg } \omega} + \frac{\omega^3 h^{1,5} p^{1,5}}{\pi \sin^2 \omega} - 1,5 h^{-0,5} p^{0,5} \right]; \quad (\text{П3})$$

$$\frac{\partial^2 \lambda(p, h)}{\partial p^2} = VC_M h^{1,5} \times \left[0,75 \frac{\omega h^{-0,5} p^{-0,5}}{\text{tg } \omega} - \frac{3\omega^2 h^{0,5} p^{0,5}}{\pi \text{tg } \omega} + \frac{3\omega^3 h^{0,5} p^{0,5}}{\pi \sin^2 \omega} - \frac{4\omega^4 h^{1,5} p^{1,5}}{\pi^2 \sin^2 \omega} + \frac{2\omega^3 h^{1,5} p^{1,5}}{\pi^2 \text{tg } \omega} + \frac{2\omega^5 h^{1,5} p^{1,5} \cos \omega}{\pi^2 \sin^3 \omega} - 0,75 h^{-1,5} p^{-0,5} \right]. \quad (\text{П4})$$